

## ВЛИЯНИЕ ПОВЫШЕННОГО ВНЕШНЕГО ДАВЛЕНИЯ НА ЕСТЕСТВЕННУЮ КОНВЕКЦИЮ ЖИДКОСТИ

УДК 532.516.5

**В. И. Колесниченко**

**Институт машиноведения УрО РАН, 614600 Пермь**

Ряд технологических процессов с участием жидкой фазы протекает при повышенном (по сравнению с атмосферным) давлении. В первую очередь это относится к литью и кристаллизации под давлением. Структура и свойства литых металлов и сплавов в значительной степени определяются режимом кристаллизации, который можно регулировать (наряду с температурой и другими технологическими параметрами) давлением. В случае кристаллизации под давлением воздействие давления на кристаллизующийся расплав способствует образованию мелкозернистой более однородной структуры литых заготовок [1].

В некоторых энергетических установках используются теплоносители, работающие при повышенных температурах и давлениях. Вполне естественно, что в этом случае будут изменяться свойства теплоносителя, которые зависят как от температуры, так и от давления. Для проведения корректных расчетов работы установок в основных уравнениях гидродинамики и теплопереноса необходимо учитывать эти изменения теплофизических свойств вещества.

В обычных условиях зависимость свойств жидкости от неоднородности давления в движущейся среде чрезвычайно мала. В условиях приложенного к системе повышенного внешнего давления значения теплофизических величин заметно отличаются от их значений при атмосферном давлении [2].

Что касается зависимостей от температуры, то в подавляющем большинстве работ, посвященных свободноконвективным течениям, предполагается, что теплофизические свойства жидкости постоянны, за исключением плотности в члене с выталкивающей силой в уравнении движения. Чтобы каким-то образом учесть влияние переменности теплофизических свойств, применяются различные методы, самым распространенным из которых является метод определяющей температуры [3], однако такое влияние будет учитываться точнее, если в процессе решения рассчитывать температурные изменения свойств жидкости локально.

Если температурные зависимости термодинамических свойств различных веществ в жидкой фазе известны, то совершенно недостаточно изучены эти свойства при повышенных давлениях. Термодинамический метод дает возможность с помощью уравнения состояния и известных термодинамических соотношений получить информацию о свойствах вещества в необходимом (для рассматриваемого режима или технологии) интервале температур и давлений.

В настоящей работе проводится математическое моделирование процессов тепло- и массообмена под давлением. На тестовой задаче о свободной ламинарной конвекции жидкости в квадратной полости при подогреве сбоку сравниваются процессы, протекающие при атмосферном и повышенном внешнем давлении. Уравнения движения отличаются от обычных в приближении Буссинеска учетом зависимости коэффициента вязкости от температуры. Теплофизические свойства, входящие в уравнения, рассчитываются локально в

соответствии с изменяющимся температурным полем. Эти же свойства зависят от приложенного давления параметрическим образом.

**1. Термодинамические и теплофизические свойства воды при атмосферном и повышенном давлении.** В качестве рабочего материала в задаче выбрана вода — наиболее изученное вещество. Температурные зависимости свойств воды при атмосферном давлении изучены достаточно полно. На рис. 1 представлены деленные на соответствующие максимальные значения  $f^0 = f/f_{\max}$  данные таблицы из работы [3]. Видно, что существенным образом с возрастанием температуры  $t$  изменяются  $\beta^0$  и  $\mu^0$  (линии 1 и 2), заметно меняется  $\lambda^0$  и слабо  $\rho^0$  (линии 3 и 4). На рисунке не показано изменение удельной теплоемкости  $c_p^0$  из-за его малости в представленном масштабе величин.

Теплофизические свойства жидкостей при повышенном (в сравнении с атмосферным) давлении почти не исследованы. Исключением является вода, для которой имеются таблицы [4] величин  $\lambda(T, p)$ ,  $\mu(T, p)$ ,  $v(T, p)$ , где  $v = 1/\rho$  — удельный объем. Есть данные для  $\alpha(T, p)$  — изотермического коэффициента сжимаемости [5], но нет достаточно надежных сведений о зависимостях  $c_p(T, p)$  и других величин.

Недостающие зависимости термодинамических величин от температуры и давления в системе можно определить с помощью уравнения состояния жидкости и известных дифференциальных уравнений термодинамики. Поскольку для жидкой фазы нет достаточно теоретически обоснованного уравнения состояния, то используются те или иные эмпирические уравнения [6]. В настоящей работе для расчета свойств воды применяется эмпирическое уравнение состояния Тэйта, содержащее  $p$  и  $T$  в качестве независимых переменных:

$$(p_0 + L)/(p + L) = (v/v_0)^n. \quad (1.1)$$

Здесь  $p_0$  — начальное давление (например, атмосферное);  $p$  — текущее повышенное давление, при котором определяются искомые величины;  $v_0$  и  $v$  — удельные объемы жидкости, соответствующие давлениям  $p_0$  и  $p$ ;  $n$  — константа;  $L(T)$  — эмпирическая функция температуры, которая, как и величина  $n$ , подлежит определению по экспериментальным данным.

Вычислим термические (точнее, термодинамические) коэффициенты [6]:  
изотермический коэффициент сжимаемости

$$\alpha = -v^{-1}(\partial v/\partial p)_T = [n(p + L)]^{-1}; \quad (1.2)$$

коэффициент объемного расширения

$$\beta = v^{-1}(\partial v/\partial T)_p = (dL/dt)(p - p_0)/[n(p_0 + L)(p + L)]. \quad (1.3)$$

Изменение изобарной теплоемкости  $\Delta c_p \equiv c_p(p, T) - c_p(p_0, T)$  при повышении давления от  $p_0$  до  $p$  можно рассчитать, интегрируя дифференциальное термодинамическое соотношение  $(\partial c_p/\partial p)_T = -T(\partial^2 v/\partial T^2)_p$  вдоль изотермы  $T = \text{const}$ . В результате получим

$$\Delta c_p = T \frac{d^2 L}{dT^2} \frac{n(v_0 - v) - v(p - p_0)/(p_0 + L)}{n - 1} + T \left( \frac{dL}{dT} \right)^2 \frac{(p - p_0)^2 v}{n(p_0 + L)^2(p + L)}. \quad (1.4)$$

Следующий шаг — определение константы  $n$  и вида температурной функции  $L(T)$ , входящих в уравнение состояния Тэйта (1.1) и в соотношения (1.2)–(1.4). В [2] в результате использования метода наименьших квадратов с помощью выражения (1.2) обработаны данные для  $\alpha$  [5] и после соответствующего усреднения по температуре в интервале  $0 \leq t \leq 80$  °C и давлению в пределах  $0,1 \leq p \leq 100$  МПа были получены следующие значения:

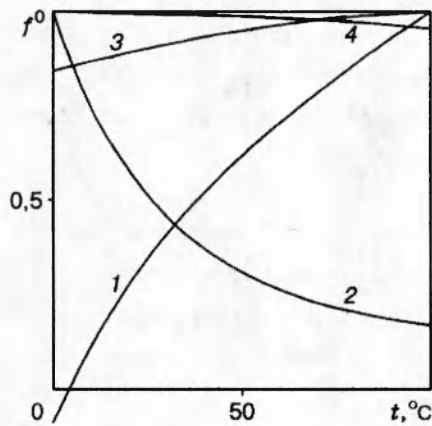


Рис. 1

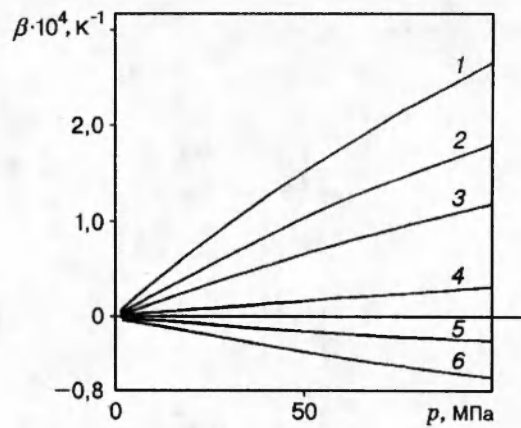


Рис. 2

$n = 6,4$ ,  $L(t) = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3$ ,  $a_0 = 3,0504 \cdot 10^8$ ,  $a_1 = 2,1140 \cdot 10^6$ ,  $a_2 = -2,770 \cdot 10^4$ ,  $a_3 = 87,166$  ( $L$ , Па;  $t$ , °C).

Сравним изменение плотности воды в результате различных внешних воздействий. При повышении давления от 0,1 до 100 МПа при  $t = 20$  °C плотность воды, рассчитанная по уравнению (1.1), увеличивается на 40,4 кг/м<sup>3</sup> (или на 4 % от первоначального значения при атмосферном давлении). При нагревании воды (давление атмосферное) от 10 до 100 °C ее плотность уменьшается на 41,35 кг/м<sup>3</sup>, а при плавлении льда ( $t = 0$ ) увеличивается на 83,04 кг/м<sup>3</sup>.

Расчеты по уравнению Тэйти показывают, что с повышением внешнего давления на жидкость плотность воды слабее зависит от изменения температуры. Например, при  $p = 100$  МПа нагревание воды от 0 до 80 °C приводит к уменьшению ее плотности лишь на 4,3 кг/м<sup>3</sup>, тогда как при атмосферном давлении соответствующее нагревание воды дает 28,05 кг/м<sup>3</sup>.

Существует критическая температура  $T^*$ , при которой  $dL/dT = 0$ . Для воды  $T^* = 323,1$  К. Поскольку коэффициент объемного расширения  $\beta$  пропорционален  $dL/dT$  (1.3), то при переходе через  $T^*$  величина  $\beta$  меняет знак. Таким образом, при  $p > p_0$  и  $T > T^*$  происходит инверсия направления естественно-конвективного течения воды.

На рис. 2 приведены зависимости  $\beta = \beta(p)$ , рассчитанные по соотношению (1.3), для  $t = 0; 10; 20; 40; 60; 80$  °C (кривые 1-6). Наблюдаются значительное влияние внешнего давления и температуры на  $\beta$  и инверсия  $\beta$  при  $t = t^*$ .

Изобарная теплоемкость (1.4) меняется незначительно. Так, при  $t = 20$  °C и при увеличении давления на 99 МПа  $\Delta c_p = 5,8$  Дж/(кг·К), что соответствует изменению лишь на 0,14 %.

Термодинамический метод не позволяет рассчитать коэффициенты переноса для жидкости при различных значениях внешнего давления и температуры. Функциональные зависимости  $\lambda(p, T)$  и  $\mu(p, T)$  могут быть получены аппроксимацией экспериментальных данных (например, методом наименьших квадратов) полиномами подходящей степени [2]. В диапазонах  $0 \leq t \leq 90$  °C и  $0,1 \leq p \leq 50$  МПа

$$\lambda/\lambda_0 = [1 + (21,865 - 0,42745t + 7,4163 \cdot 10^{-3}t^2 - 3,5804 \cdot 10^{-5}t^3)10^{-4}p]^{1/2},$$

$$\mu/\mu_0 = 1 + (0,10257t - 3,2653) \cdot 10^{-4}p,$$

где  $\lambda_0$  и  $\mu_0$  — коэффициенты при давлении 0,1 МПа.

**2. Математическая модель.** Уравнения тепловой конвекции в приближении Буссинеска [7] получены в предположении постоянства теплофизических характеристик жидкости. В действительности, как показано выше, эти коэффициенты зависят от температуры и давления. Наиболее существенно в зависимости от температуры меняется вязкость  $\mu$  и заметно меняется теплопроводность  $\lambda$  (см. рис. 1 для относительных величин).

Уравнения конвекции с учетом температурной зависимости вязкости отличаются от обычных уравнений Буссинеска заменой вязкой силы  $\mu\Delta v_i$  на  $\partial\sigma_{ik}/\partial x_k$  ( $\sigma_{ik}$  — тензор вязких напряжений [7, 8]). Считая зависимость вязкости от давления параметрической и учитывая только  $\mu = \mu(T)$ , из уравнений Навье — Стокса получим

$$\begin{aligned} \rho\left(\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y}\right) &= -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right) + \\ + 2\left(\frac{d\mu}{dT}\right)_p &\left[\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right) + \left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)\right] + \left(\frac{d\mu}{dT}\right)_p\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)\left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}\right), \\ \rho\left(\frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y}\right) &= -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right) + \\ + 2\left(\frac{d\mu}{dT}\right)_p &\left[\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right) + \left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)\left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)\right] + \\ + \left(\frac{d\mu}{dT}\right)_p &\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)\left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x}\right) - g\rho_0[1 - \beta(T - T_0)]. \end{aligned} \quad (2.1)$$

Уравнение теплопереноса без учета диссипации имеет вид

$$\rho c_p\left(\frac{\partial T}{\partial t} + u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y}\right) = \lambda\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right) + \left(\frac{d\lambda}{dT}\right)_p\left[\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)^2\right]. \quad (2.2)$$

Здесь, как и в (2.1) для  $\mu$ , рассматривалась параметрическая зависимость коэффициента теплопроводности от давления и явная  $\lambda = \lambda(T)$ . Число нелинейных членов в уравнениях (2.1), (2.2) по сравнению со стандартными уравнениями Буссинеска возросло.

Жидкость считается несжимаемой по отношению к гидравлическим причинам, но в то же время может быть сжата до начала процесса внешним избыточным давлением, которое поддерживается в течение процесса неизменным.

Обезразмерим уравнения. Пусть  $T_0$  — характерная температура. Введем в рассмотрение приведенные величины (отношение значения теплофизической величины при текущей температуре  $T$  к ее значению при  $T_0$ ):  $\rho_* = \rho/\rho_0$ ,  $c_{p*} = c_p/c_{p0}$ ,  $\lambda_* = \lambda/\lambda_0$ ,  $\mu_* = \mu/\mu_0$ ,  $\beta_* = \beta/\beta_0$ . Для обезразмеривания уравнений выберем следующие масштабы величин:  $l$  — длины,  $\tau_0 = l^2/\nu_0$  — времени,  $\delta T = T_h - T_c$  — разности температур ( $\nu_0 = \mu_0/\rho_0$  — характерная кинематическая вязкость жидкости,  $T_h$  и  $T_c$  — температуры горячей и холодной стенок соответственно).

Введем стандартным образом функцию тока

$$u = \frac{\partial\psi}{\partial y}, \quad v = -\frac{\partial\psi}{\partial x}$$

и завихренность

$$\omega = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = -\left(\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial y^2}\right). \quad (2.3)$$

После преобразований получим безразмерное уравнение движения в консервативной форме

$$\begin{aligned} \frac{\partial \omega}{\partial \tau} + \frac{\partial(u\omega)}{\partial x} + \frac{\partial(v\omega)}{\partial y} = K_1 \left( \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right) + K_2 \left[ \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right) \left( \frac{\partial \omega}{\partial x} \right) + \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right) \left( \frac{\partial \omega}{\partial y} \right) + \right. \\ \left. + 2 \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x \partial y} \right) \left( \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \left( \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} \right) \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \right] + K_3 \frac{\partial T}{\partial x} \end{aligned} \quad (2.4)$$

$$(K_1 = \mu_*/\rho_*, \quad K_2 = (d\mu_*/dT)_p/\rho_*, \quad K_3 = Gr_0\beta_*/\rho_*)$$

и уравнение теплопереноса

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial \tau} + \frac{\partial(uT)}{\partial x} + \frac{\partial(vT)}{\partial y} = K_4 \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + K_5 \left[ \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 \right] \end{aligned} \quad (2.5)$$

$$(K_4 = \lambda_*/(\rho_*c_{p*}Pr_0), \quad K_5 = (d\lambda_*/dT)_p/(\rho_*c_{p*}Pr_0)).$$

Здесь  $Pr_0 = \nu_0/a_0$  и  $Gr_0 = g\beta_0\delta T l^3/\nu_0^2$  — числа Прандтля и Грасгофа, составленные из характерных теплофизических величин и постоянных параметров процесса. Наряду с ними в уравнения вошли безразмерные относительные переменные  $K_i (i = 1, \dots, 5)$ , которые локально зависят от температуры. При  $K_1 = 1$ ,  $K_2 = 0$ ,  $K_3 = Gr_0$ ,  $K_4 = 1/Pr_0$ ,  $K_5 = 0$  уравнения (2.4), (2.5) совпадают с обычными уравнениями тепловой конвекции.

Постановка задачи следующая. Рассматривается плоское конвективное движение жидкости в бесконечном цилиндре квадратного сечения при подогреве сбоку. Все границы области твердые и неподвижные. Начало координат помещено в левом нижнем углу. На боковых поверхностях температура неизменна:  $T = 0$  при  $x = 0$ ,  $T = 1$  при  $x = 1$ , горизонтальные границы адиабатически изолированы:  $\partial T/\partial y = 0$  при  $y = 0$  и  $1$ . На твердых границах справедливо условие прилипания.

Задача решалась численно методом сеток. Для аппроксимации уравнений использовались явные схемы, так как «... явные нестационарные методы менее восприимчивы к неустойчивости, обусловленной нелинейностью уравнений, и поэтому менее чувствительны к начальным условиям» [9], а в рассматриваемой системе уравнений число нелинейных членов возросло по сравнению с уравнениями Буссинеска. Конвективные члены в уравнениях переноса аппроксимировались с помощью консервативной схемы с донорными ячейками [9]. Эта схема транспортна, т. е. возмущение, наложенное на какую-либо функцию, переносится за счет конвекции только в направлении скорости (схемы с центральными разностями не обладают этими свойствами) и сохраняет частично второй порядок точности, характерный для схем с центральными разностями.

Уравнение Пуассона (2.3) решалось методом последовательной верхней релаксации с оптимизацией значения параметра релаксации [10]. Для вычисления завихренности на границе области использовалась двухконтурная методика В. Л. Грязнова и В. И. Полежаева [11], которая позволяет точнее учесть условие прилипания для новых переменных и значительно повысить устойчивость счета.

**3. Результаты расчетов.** Цель исследования — показать влияние повышения внешнего давления (остальные условия неизменны) на характер течения жидкости и теплообмен. Чтобы не учитывать инверсию плотности воды при атмосферном давлении вблизи  $4^\circ\text{C}$ , температурный интервал задачи был сдвинут выше этой температуры. В обоих вариантах расчета ( $p = 0,1$  и  $50$  МПа) температура левой границы полагалась равной  $T_c = 283,15$  К, правой  $T_h = 313,15$  К, длина стороны рабочей полости  $l = 1,8 \cdot 10^{-2}$  м.

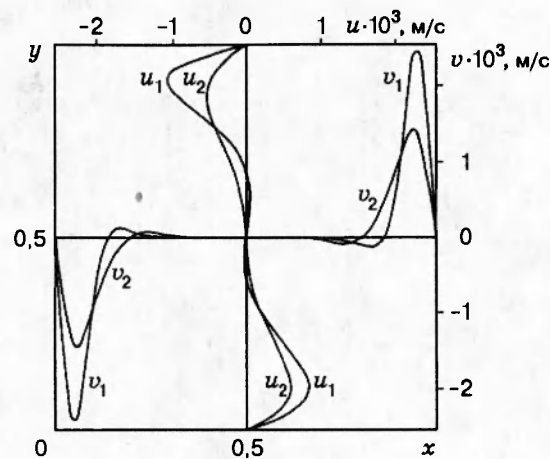


Рис. 3

Значения чисел Грасгофа и Прандтля при характерной температуре  $T_0 = 283,15$  К следующие:  $Gr_0 = 0,77 \cdot 10^5$ ,  $Pr_0 = 9,4$  ( $p = 0,1$  МПа) и  $Gr_0 = 1,18 \cdot 10^5$ ,  $Pr_0 = 9,0$  ( $p = 50$  МПа).

Число узлов равномерной расчетной сетки  $35 \times 35$ . Задача решалась методом установления. Значения завихренности  $\omega$  (2.4) и температуры  $T$  (2.5), вычисленные на новом временном слое, сравнивались с их значениями, полученными на предыдущем слое. Считалось, что стационарное решение найдено, если относительные разности для завихренности и температуры одновременно не превышали 0,01 для каждого узла сетки внутренней расчетной области. Итерации при решении уравнения Пуассона (2.3) на каждом временном слое заканчивались, если относительное изменение значений функции тока  $\psi$  в соседних итерационных слоях в каждом узле сетки не превосходило 0,001.

На рис. 3 представлены профили компонент  $u, v$  скорости течения, построенные соответственно для вертикального и горизонтального сечений, проходящих через середины сторон полости. Индексом 1 обозначены результаты расчетов для атмосферного давления, 2 — для повышенного внешнего давления ( $p = 50$  МПа).

На рис. 4 изображены изолинии относительных значений функций тока  $\psi_i^0 = \psi_i / \psi_{\max}$  ( $i = 1, 2$ ) ( $\psi_{\max}$  — максимальное значение при давлении  $p = 0,1$  МПа) для двух вариантов расчета:  $i = 1, p = 0,1$  МПа (слева) и  $i = 2, p = 50$  МПа (справа). Нумерация кри-

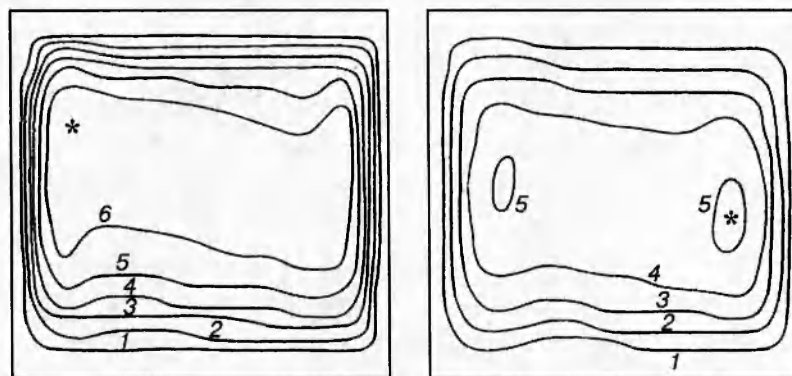


Рис. 4

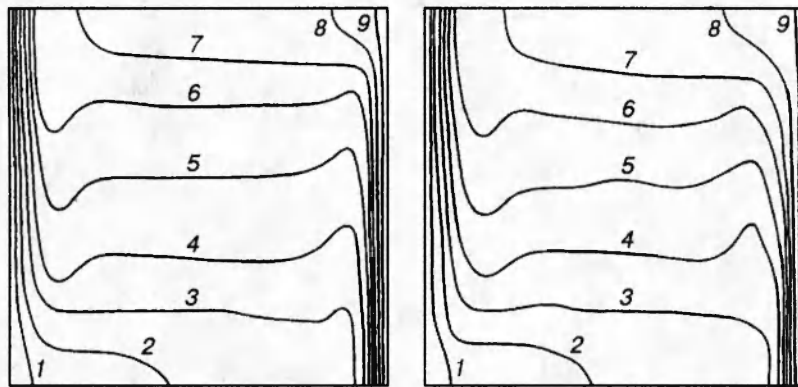


Рис. 5

вых соответствует равномерному возрастанию значений  $\psi_i^0$ . Звездочками отмечены места расположения максимумов значений функций тока:  $(\psi_1^0)_{\max} = 1$ ,  $(\psi_2^0)_{\max} = 0,767$ .

Из рис. 3, 4 следует, что течение носит погранслоиный характер. У вертикальных изотермических границ полости формируются узкие конвективные пограничные слои, в которых сосредоточены основные градиенты скорости. Менее выражены погранслои у горизонтальных адиабатных плоскостей. Остальная часть представляет собой ядро течения [8]. Как характерно для течений при больших значениях Gr [3], наблюдается обращение потока (рис. 3), что указывает на возникновение малоинтенсивных возвратных течений. Конвективное течение при атмосферном давлении имеет более развитый погранслоиный режим по сравнению с движением жидкости при  $p = 50$  МПа.

Интенсивность течения, помимо уже рассмотренного  $\psi_{\max}$ , может быть также оценена максимальным значением модуля скорости  $|V|_{\max} = \max\{|V_{ij}|\}$  и средним по расчетной области значением модуля скорости  $\langle |V| \rangle$ . Под модулем скорости для каждого узла  $(i, j)$  расчетной сетки понимается величина  $|V_{ij}| = \sqrt{(u_{ij}^2 + v_{ij}^2)}$ . Сравнив величины  $|V_1|_{\max} = 0,25 \cdot 10^{-2}$  м/с,  $|V_2|_{\max} = 0,15 \cdot 10^{-2}$  м/с и  $\langle |V_1| \rangle = 0,59 \cdot 10^{-3}$  м/с,  $\langle |V_2| \rangle = 0,42 \cdot 10^{-3}$  м/с, видим, что интенсивность конвективного движения воды выше при атмосферном давлении.

На рис. 5 построены изотермы стационарных течений при  $p = 0,1$  МПа (слева) и  $p = 50$  МПа (справа). Нумерация кривых соответствует равномерному возрастанию значений  $T$ . Наблюдаются большие температурные градиенты вблизи стенок и постоянный вертикальный градиент во внутренней области — так называемая стратификация. Течение при атмосферном давлении имеет более сформировавшийся тепловой пограничный слой. Полученные картины течения и распределения температуры при  $p = 0,1$  МПа качественно согласуются с результатами других авторов [3, 8].

Безразмерный поток тепла через холодную стенку кюветы равен 11,8 при  $p = 0,1$  МПа и 8,3 при  $p = 50$  МПа.

Интенсивность естественной конвекции воды выше при атмосферном давлении, что, по-видимому, является следствием отмеченного факта: с повышением внешнего давления на жидкость плотность воды слабее зависит от изменения температуры, а это приводит к уменьшению подъемной силы.

В заключение отметим следующее: 1) предложен подход к описанию процессов тепломассопереноса, протекающих в условиях повышенного внешнего давления; 2) на те-

стовой задаче о свободной ламинарной конвекции жидкости (воды) в квадратной полости при подогреве сбоку продемонстрировано применение этого подхода; 3) показано и оценено количественно отличие процессов, протекающих при атмосферном и повышенном ( $p = 50$  МПа) внешнем давлении. В частности, из результатов работы следует, что интенсивность термогравитационной конвекции с повышением внешнего давления (при прочих равных условиях) падает.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Батышев А. И. Кристаллизация металлов и сплавов под давлением. М.: Metallurgia, 1990.
2. Зеленецкий А. Б., Колесниченко В. И., Цаплин А. И. Плавление — затвердевание вещества при высоком давлении // Инж.-физ. журн. 1992. Т. 63, № 4. С. 473–480.
3. Гербхарт Б., Джалурия Й., Махаджан Р., Саммакия Б. Свободноконвективные течения, тепло- и массообмен. М.: Мир, 1991.
4. Варгафтик Н. Б. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. М.: Наука, 1972.
5. Справочник химика. Т. 1. М.; Л.: Госхимиздат, 1962.
6. Шпильрайн Э. Э., Кессельман П. М. Основы теории теплофизических свойств веществ. М.: Энергия, 1977.
7. Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М., Непомнящий А. А. Устойчивость конвективных течений. М.: Наука, 1989.
8. Тарунин Е. Л. Вычислительный эксперимент в задачах свободной конвекции. Иркутск: Изд-во Иркут. ун-та, 1990.
9. Роуч П. Вычислительная гидродинамика. М.: Мир, 1980.
10. Андерсон Д., Таннехилл Дж., Плетчер Р. Вычислительная гидродинамика и теплообмен. М.: Мир, 1990.
11. Пасконов В. М., Полежаев В. И., Чудов Л. А. Численное моделирование процессов тепло- и массообмена. М.: Наука, 1984.

*Поступила в редакцию 31/X 1994 г.,  
в окончательном варианте — 13/VI 1995 г.*

---