

УДК 539.3:621.039.58

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНОЙ ДИНАМИКИ ГИДРОУПРУГОСВЯЗАННЫХ ПЛОСКИХ КРИВОЛИНЕЙНЫХ СТЕРЖНЕЙ

Ю. В. Егунов, А. В. Кочетков

Научно-исследовательский институт механики при ННГУ, 603600 Нижний Новгород

Исследуется нелинейная динамика гидроупругосвязанных плоских криволинейных стержней. Учитываются взаимное влияние деформационных и гидродинамических процессов, большие перемещения и деформации стержней, предварительное статическое напряженно-деформированное состояние, нестационарность потока жидкости. Предложена методика численного решения начально-краевых задач. Проведено исследование эффектов гидроупругого взаимодействия. Анализируется влияние различных факторов на динамику поврежденного трубопровода.

Протяженные трубопроводы с протекающей жидкостью являются элементами конструкции многих систем в энергетике и промышленности. Характерная особенность нестационарного поведения таких систем — взаимное влияние деформационных и гидродинамических процессов. В настоящее время сложился подход к моделированию динамики трубопроводов на основе уравнений движения полых криволинейных стержней [1]. При этом жидкость предполагается несжимаемой, а ее инерционные свойства учитываются при поперечных и изгибных движениях упругого стержня [2]. Полученные уравнения могут описывать большие перемещения осевой линии, однако не являются волновыми, и их использование для моделирования, например, процессов гидравлического удара представляется проблематичным. В то же время известны волновые уравнения [3], более полно учитывающие гидроупругие эффекты деформирования стержней и акустически сжимаемой идеальной жидкости. Уравнения являются линейными и выведены для прямолинейных трубопроводов круглого сечения.

В данной работе сформулирована нелинейная система уравнений динамики трубопроводов как плоских криволинейных стержней, позволяющая описывать волновые процессы с учетом больших перемещений и упругопластических деформаций труб, а также предварительного статического напряженно-деформированного состояния. Разработана методика численного решения начально-краевых задач, проведено исследование эффектов гидроупругого взаимодействия.

Основные уравнения. Осевая линия трубопровода (криволинейного стержня) предполагается плоской кривой. Вводим две декартовы системы координат (рис. 1): общую неподвижную систему rOz и местную подвижную систему $\tau s\xi$, связанную с деформирующейся осевой линией стержня, где s — длина осевой линии от ее начала до текущей точки ($0 \leq s \leq L$), φ — угол поворота поперечного сечения. Выражения для нормальных \dot{u}_ξ^* и касательных \dot{u}_τ^* скоростей смещений по толщине стержня принимаются в виде

$$\dot{u}_\xi^*(s, \xi, t) = \dot{u}_\xi(s, t), \quad \dot{u}_\tau^*(s, \xi, t) = \dot{u}_\tau(s, t) + \xi \dot{\varphi}(s, t),$$

где $\dot{u}_\xi(s, t)$, $\dot{u}_\tau(s, t)$ — скорости смещений точек осевой линии, точка над символом означает дифференцирование по времени t . Осевая $\dot{\epsilon}$ и поперечная сдвиговая $\dot{\gamma}$ скорости деформаций

24

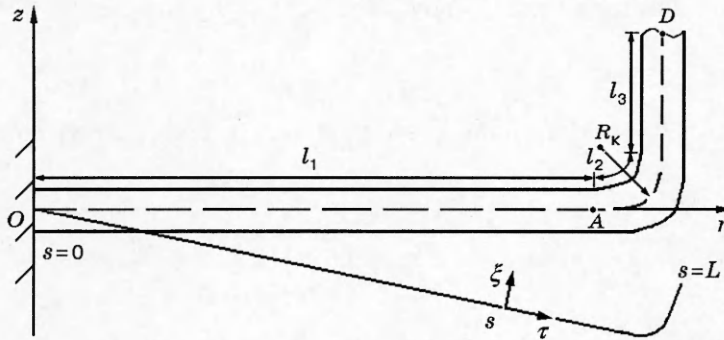


Рис. 1

выражаются через скорости смещений следующим образом:

$$\dot{\varepsilon}^0 = \dot{u}_{\tau,s}, \quad \dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}^0 + \xi \dot{\varphi}_{\xi,s}, \quad \dot{\gamma}^0 = \dot{\varphi} + \dot{u}_{\xi,s}, \quad \dot{\gamma} = \dot{\gamma}^0 [1 - (\xi H^{-1})^2], \quad (1)$$

где $-H \leq \xi \leq H$, $H = R + h$ (R — радиус внутреннего сечения трубопровода, h — толщина стенки); нижний индекс после запятой означает производную по соответствующей пространственной переменной. Связь между скоростями смещений в различных системах координат устанавливается соотношениями

$$\dot{u}_{\tau} = \dot{u}_z z_{,s} + \dot{u}_r r_{,s}, \quad \dot{u}_{\xi} = \dot{u}_z r_{,s} - \dot{u}_r z_{,s},$$

где $z(s, t)$, $r(s, t)$ — координаты осевой линии.

Упругопластическое деформирование стержня описывается на основе уравнений теории пластического течения с линейным кинематическим упрочнением:

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon} &= \dot{\varepsilon}' + \dot{\varepsilon}'' , & \dot{\gamma} &= \dot{\gamma}' + \dot{\gamma}'' , & \sigma_{11} &= E\varepsilon' , & \sigma_{13} &= 0,5G\gamma' , & \varepsilon &= \int_0^t \dot{\varepsilon} dt , & \varepsilon'' &= \int_0^t \dot{\varepsilon}'' dt , \\ \gamma &= \int_0^t \dot{\gamma} dt , & \gamma'' &= \int_0^t \dot{\gamma}'' dt , & S_{ij} S_{ij} &= \frac{2}{3} \sigma_T^2 , & S_{11} &= \frac{2}{3} \sigma_{11} - 2g\varepsilon'' , \end{aligned} \quad (2)$$

$$S_{13} = \sigma_{13} - g\gamma'' , \quad S_{22} = S_{33} = -\frac{1}{3} \sigma_{11} , \quad \dot{\varepsilon}'' = \lambda S_{11} , \quad \dot{\gamma}'' = 2\lambda S_{13} .$$

Здесь одним и двумя штрихами обозначены упругие и пластические компоненты тензоров; E — модуль Юнга; G — модуль сдвига; ν — коэффициент Пуассона; σ_T — предел текучести; g — модуль упрочнения конструкционного материала; λ — параметр, тождественно равный нулю при упругом деформировании и определяемый из условия прохождения мгновенной поверхности текучести через конец вектора догрузки в пространстве компонент девиатора напряжений при упругопластическом деформировании. Осевая N и поперечная Q силы, а также изгибающий момент M определяются интегрированием соответствующих напряжений:

$$N = \int_{A_p} \sigma_{11}^* dA_p , \quad Q = \int_{A_p} \sigma_{13} dA_p , \quad M = \int_{A_p} \sigma_{11} dA_p , \quad (3)$$

где A_p — площадь поперечного сечения стержня, $\sigma_{11}^* = \sigma_{11} - \nu P R h^{-1}$ (для учета эффекта Пуассона [3]), P — давление в протекающей жидкости. Для тонкостенных труб принимаем

$A_p = \pi(R + H)h$. Уравнения движения трубопровода получим из вариационного принципа Журдена [4]

$$\int_0^L \{ (N\delta\dot{\epsilon} + Q\delta\dot{\gamma} + M\delta\dot{\varphi}_{,s}) + \rho_p A_p (\ddot{u}_\tau \delta\dot{u}_\tau + \ddot{u}_\xi \delta\dot{u}_\xi) + \rho_p J_p \ddot{\varphi} \delta\dot{\varphi} + \rho_f A_f \ddot{u}_\xi \delta\dot{u}_\xi + \rho_f J_f \ddot{\varphi} \delta\dot{\varphi} \} ds - \\ - \int_0^L (F_\tau \delta\dot{u}_\tau + F_\xi \delta\dot{u}_\xi + F_\xi^f \delta\dot{u}_\xi + F_\tau^f \delta\dot{u}_\tau) ds - [P_\tau^0 \delta\dot{u}_\tau + P_\xi^0 \delta\dot{u}_\xi + M^0 \delta\dot{\varphi}]_{s=0,L} = 0. \quad (4)$$

Здесь ρ_p, ρ_f — плотности материалов стержня и жидкости; J_p, J_f — моменты инерции поперечного сечения стержня $J_p = (1/8)\pi(R + H)^3 h$ и элемента жидкости $J_f = (1/4)\pi R^4$ относительно плоскости, проходящей через осевую линию перпендикулярно плоскости $\tau s \xi$; A_f — площадь поперечного сечения жидкости; F_τ^f, F_ξ^f — компоненты погонной нагрузки на стержень со стороны протекающей жидкости; F_τ, F_ξ — компоненты погонной внешней нагрузки; P_τ^0, P_ξ^0, M^0 — краевые значения сил и момента. Подставляя в (4) выражения (1), предполагая независимость вариаций $\delta\dot{u}_\tau, \delta\dot{u}_\xi, \delta\dot{\varphi}$ и осуществляя переход к общей неподвижной системе координат, получим систему дифференциальных уравнений

$$\rho_p A_p \ddot{u}_z - (N z_{,s} + k_m Q r_{,s})_{,s} = F_z + F_z^f, \quad \rho_p A_p \ddot{u}_r - (N r_{,s} - k_m Q z_{,s})_{,s} = F_r + F_r^f, \\ \rho_p J_p \ddot{\varphi} - k_J M_{,s} = -k_J Q \quad (5)$$

и полный набор возможных граничных условий:

$$\begin{array}{ll} M = \pm M^0, & \text{если } \delta\dot{\varphi} \neq 0, \text{ или } \dot{\varphi} = \dot{\varphi}^0(t), \text{ если } \delta\dot{\varphi} = 0; \\ (N z_{,s} + k_m Q r_{,s}) = \pm P_z^0, & \text{если } \delta\dot{u}_z \neq 0; \\ \dot{u}_z = \dot{u}_z^0(\dot{t}), & \text{если } \delta\dot{u}_z = 0; \\ (N r_{,s} - k_m Q z_{,s}) = \pm P_r^0, & \text{если } \delta\dot{u}_r \neq 0; \\ \dot{u}_r = \dot{u}_r^0(\dot{t}), & \text{если } \delta\dot{u}_r = 0, \end{array}$$

где $F_r = F_\tau r_{,s} - k_m F_\xi z_{,s}$, $F_z = F_\tau z_{,s} + k_m F_\xi r_{,s}$ — компоненты погонной нагрузки в неподвижном базисе; $k_m = \rho_p A_p [\rho_p A_p + \rho_f A_f]^{-1}$, $k_J = \rho_p J_p [\rho_p J_p + \rho_f J_f]^{-1}$ — коэффициенты учета массы и момента инерции жидкости. При $k_m = k_J = 1$ инерционные свойства жидкости не учитываются. Начальными условиями для системы (5) служит решение задачи о равновесии криволинейного стержня под действием статических сил, включая силы от стационарного потока жидкости.

Нестационарное поведение жидкости в стержне считаем зависящим от значений осевой координаты s , времени t , продольных деформаций стержня и будем описывать модифицированными уравнениями акустики

$$\dot{V} + \rho_f^{-1} P_{,s} = 0, \quad \dot{P} + B V_{,s} - 2\nu B \dot{\epsilon}^0 = 0 \quad (6)$$

с начальными условиями $P(s, 0) = P_n$, $V(L, 0) = V_n$, где P, V — давление и скорость потока жидкости; $B = \rho_f c_g^2$ — объемный модуль упругости жидкости; $c_g = c_f (1 + 2R\rho_f c_f^2 [hE]^{-1})^{-0,5}$ — скорость возмущений Жуковского (c_f — скорость звука в безграничной жидкости). При выводе этих уравнений исходили из того, что поверхность трубы при деформировании не теряет устойчивости и форма сечения сохраняется. В качестве краевых условий при $s = 0$ и $s = L$ задаются давление или скорость как функции времени.

Связь между системами уравнений динамики стержня (5) и протекающей жидкости (6) обусловлена заданием правых частей F_r^f, F_z^f в системе (5) как функций текущих зна-

чений давления и скорости потока жидкости. Погонная сила, действующая на криволинейных участках стержня ds со стороны жидкости (трением жидкости о стенки трубы пренебрегаем), имеет компоненты в локальном базисе [2]:

$$F_{\xi}^f = -(\rho_f V^2 + P)A_f K \xi(s), \quad F_r^f = 0, \quad (7)$$

где $\xi(s)$ — единичный безразмерный орт нормали к осевой линии; $K = -r_{,s}z_{,ss} + z_{,s}r_{,ss}$ — ее кривизна в данной точке. Таким образом, правые части в системе (5) получим в виде

$$F_z^f = k_m F_{\xi}^f r_{,s}, \quad F_r^f = -k_m F_{\xi}^f z_{,s}.$$

Уравнения (1)–(7) описывают гидроупругопластическое волновое деформирование стержня с жидкостью с учетом больших перемещений его осевой линии. Полные перемещения определяются суммированием перемещений, полученных на каждом этапе dt , на которые разбивается процесс деформирования. Несмотря на то что система уравнений (5) внешне выглядит как линейная, она является нелинейной, так как координаты осевой линии $r(s, t)$, $z(s, t)$, а следовательно, $r_{,s}$, $z_{,s}$, F_r^f , F_z^f есть функционалы процесса деформирования. Вместе с тем заметим, что приведенная постановка задачи учитывает влияние перемещения осевой линии трубопровода в пространстве на волновые процессы в протекающей жидкости и наоборот.

Методика решения. Решение поставленной задачи осуществляется численными методами. Уравнения движения стержня (5) интегрируются вариационно-разностным методом с использованием явной схемы «крест» [5]. Осевая линия разбивается на N_s отрезков длиной $\Delta s = LN_s^{-1}$. Совокупность концевых точек отрезков, включая граничные точки, образует основную сетку. В этих узлах, которым ставится в соответствие целый индекс j , определены координаты, смещения и скорости смещений осевой линии, в центрах отрезков с половинным индексом $j + 1/2$ — напряжения, деформации, силы, моменты и их производные по времени. Нижним индексом j отмечаются величины на слое t_0 , верхним индексом j — величины на слое $t = t_0 + \Delta t$. Явные рекуррентные соотношения получаем при замене вариационного уравнения (4) дискретным аналогом и из условий независимости вариаций скоростей перемещений в узлах основной сетки

$$\begin{aligned} \dot{u}_z^j &= \dot{u}_{z_j} + \frac{\Delta t}{\rho_p A_p \Delta s} [(N z_{,s} + k_m Q r_{,s})_{j+1/2} - (N z_{,s} + k_m Q r_{,s})_{j-1/2}] + \\ &\quad + \frac{\Delta t}{2\rho_p A_p} (F_{z_{j+1/2}}^f + F_{z_{j-1/2}}^f + F_{z_{j+1/2}}^f + F_{z_{j-1/2}}^f), \\ \dot{u}_r^j &= \dot{u}_{r_j} + \frac{\Delta t}{\rho_p A_p \Delta s} [(N r_{,s} - k_m Q z_{,s})_{j+1/2} - (N r_{,s} - k_m Q z_{,s})_{j-1/2}] + \\ &\quad + \frac{\Delta t}{2\rho_p A_p} (F_{r_{j+1/2}}^f + F_{r_{j-1/2}}^f + F_{r_{j+1/2}}^f + F_{r_{j-1/2}}^f), \\ \dot{\varphi}^j &= \dot{\varphi}_j + \frac{\Delta t}{\rho_p J_p \Delta s} k_J [M_{j+1/2} - M_{j-1/2} - 0,5(Q_{j+1/2} + Q_{j-1/2})\Delta s], \\ \alpha^j &= \alpha_j + \dot{\alpha}^j \Delta t \quad (\alpha = u_z, \quad \alpha = u_r, \quad \alpha = \varphi; \quad j = 1, \dots, N_s). \end{aligned} \quad (8)$$

При выводе разностных соотношений (8) использованы следующие аппроксимации выражений для скоростей деформаций на осевой линии:

$$\begin{aligned} (\dot{\epsilon}^0)^{j+1/2} &= [(\dot{u}_z^{j+1} - \dot{u}_z^j)(z^{j+1} - z^j) + (\dot{u}_r^{j+1} - \dot{u}_r^j)(r^{j+1} - r^j)](\Delta s)^{-2}, \\ (\dot{\gamma}^0)^{j+1/2} &= 0,5(\dot{\varphi}^{j+1} + \dot{\varphi}^j) - [(\dot{u}_r^{j+1} - \dot{u}_r^j)(z^{j+1} - z^j) - (\dot{u}_z^{j+1} - \dot{u}_z^j)(r^{j+1} - r^j)](\Delta s)^{-2}, \end{aligned}$$

$$\dot{\varphi}_{,s}^{j+1/2} = (\dot{\varphi}^{j+1} - \dot{\varphi}^j)(\Delta s)^{-1}.$$

Для упругопластической задачи кроме сетки вдоль осевой линии вводится сетка в поперечном направлении. Поперечное сечение трубопровода разбивается на ряд слоев N_ξ одинаковой толщины. Деформации и напряжения в этих слоях определяются по формулам (1), (2). Расчет пластических компонент деформаций проводится итерациями исходя из требований удовлетворения условию текучести. Силы и момент (3) вычисляются в этом случае по формуле Симпсона. Используется регуляризация [5] системы разностных уравнений (8), позволяющая для $\Delta s(R+H)^{-1} > 1$ смягчить условие устойчивости и повысить точность численных результатов. Шаг по времени в этом случае определяется условием Куранта для продольных упругих волн

$$\Delta t \leq \Delta t_K = \Delta s(E\rho_p^{-1})^{-0,5}. \quad (9)$$

Уравнения гидродинамики (6) интегрируются по явной схеме Годунова [6]. Разностные соотношения на той же сетке по осевой координате имеют вид

$$\begin{aligned} V^{j+1/2} &= V_{j+1/2} - \frac{\Delta t}{\rho_f \Delta s} (P_{j+1} - P_j), \quad P^{j+1/2} = P_{j+1/2} - \frac{\Delta t}{\Delta s} B(V_{j+1} - V_j) - \Delta t 2\nu B(\dot{\varepsilon}^0)_{j+1/2}, \\ P_j &= 0,5(P_{j+1/2} + P_{j-1/2}) - 0,5\rho_f c_g(V_{j+1/2} - V_{j-1/2}), \\ V_j &= 0,5(V_{j+1/2} - V_{j-1/2}) - 0,5 \frac{1}{\rho_f c_g} (P_{j+1/2} - P_{j-1/2}). \end{aligned} \quad (10)$$

Условие устойчивости для системы уравнений (10) более мягкое, чем для (9), и поэтому решение связанной задачи проводится с шагом $\Delta t = \Delta t_K$. Сила взаимодействия на трубопровод со стороны протекающей жидкости (7) аппроксимируется выражением $F_{j+1/2} = -(\rho_f V_{j+1/2}^2 + P_{j+1/2})A_f K_{j+1/2}$, где текущая кривизна осевой линии $K_{j+1/2}$ определяется по формуле

$$\begin{aligned} K_{j+1/2} &= -0,5(r_{j+1} - r_j)(z_{j+2} - z_{j+1} - z_j + z_{j-1})(\Delta s)^{-3} + \\ &+ 0,5(z_{j+1} - z_j)(r_{j+2} - r_{j+1} - r_j + r_{j-1})(\Delta s)^{-3}. \end{aligned} \quad (11)$$

Соотношение (11) справедливо для внутренних ячеек сетки, вычисление кривизны в пограничных интервалах производится по соответствующим усеченным трехточечным шаблонам.

Предварительное статическое напряженно-деформированное состояние трубопровода при действии на него стационарного потока жидкости определяется решением динамической задачи по описанной выше методике методом установления [7]. Процедура вычислений имеет итерационный характер и выглядит следующим образом. На первой итерации ненапряженный стержень приходит в движение и деформируется под действием стационарных сил. При достижении стержнем глобального максимума полной кинетической энергии

$$W_i = 0,5\rho_p L \sum_{j=0}^n \{A_p[(\dot{u}_r)_j^2 + (\dot{u}_z)_j^2] + J_p \dot{\varphi}_j^2\}, \quad i = 1, \dots, m$$

происходит зануление скоростей движения точек стержня $(\dot{u}_z)_j = (\dot{u}_r)_j = (\dot{\varphi})_j = 0$ и переход к следующей итерации, в которой начальным условием является найденное на предыдущей итерации напряженно-деформированное состояние стержня; далее вновь решается динамическая задача до того момента, когда кинетическая энергия W_{i+1} достигает максимального значения. Процесс нахождения равновесного положения продолжается до удовлетворения условию $W_{i+1}(W_1)^{-1} \leq \delta$, где W_1, W_{i+1} — максимальные значения полной

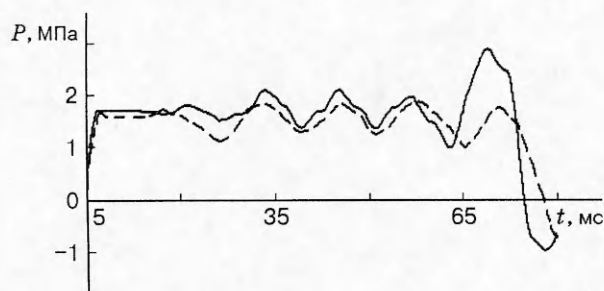


Рис. 2

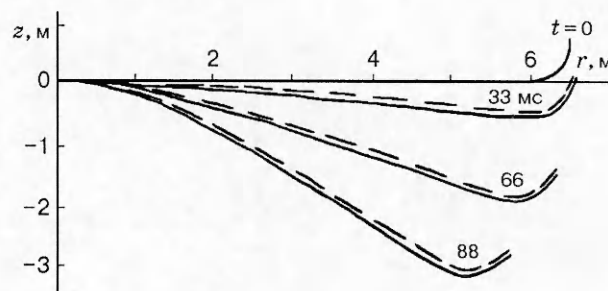


Рис. 3

кинетической энергии в момент первого и $(i + 1)$ -го циклов нагружения; $\delta = 10^{-5}$. Полученное таким образом статическое напряженно-деформированное состояние используется для решения задачи нестационарного деформирования трубопровода.

Тестирование численной методики. С целью апробирования разработанной методики проводилось сравнение с численными результатами [3], где решалась задача о гидравлическом ударе в трубопроводе при быстром закрытии клапана на одном из его концов. Параметры трубопровода (рис. 1): $l_1 = 35,6$ м, $l_2 = 0,31$ м, $l_3 = 12,3$ м, $R_k = 0,2$ м, $R = 1,25$ см, $h = 0,127$ см, $E = 1,17 \cdot 10^5$ МПа, $\rho = 8940$ кг/м³. При $s = 0$ и $s = L$ выполняются условия жесткого закрепления $\dot{u}_z = \dot{u}_r = \dot{\varphi} = 0$. Поток жидкости предполагается нестационарным с $c_f = 1500$ м/с, $\rho_f = 1000$ кг/м³, начальными и краевыми условиями $P_n = 0,4$ МПа, $V_n = 1$ м/с, $P(0, t) = 0,4$ МПа, $V(L, t) = \{V_0(1 - t/T)$ при $t \leq T$; 0 при $t > T\}$, моделирующими с края $s = 0$ постоянную подпитку жидкости из резервуара с постоянным давлением, а с края $s = L$ — закрытие клапана D за время $T = 0,2$ мс. В начальный момент времени смещения, напряжения и деформации в трубопроводе отсутствуют. Зависимость давления жидкости от времени в районе клапана приведена на рис. 2. Сплошная линия — решение по данной методике, штриховая — результаты [3]. В целом наблюдается удовлетворительное соответствие между результатами, что свидетельствует о достоверности численных решений. Деформирование трубы при данных параметрах задачи происходит упруго. Некоторое расхождение в результатах можно отнести как на счет неполной определенности в постановке задачи, описанной в [3], так и на счет различия в расчетных методиках.

На рис. 3 приводятся результаты расчетов динамики трубопровода АЭС при его обрыве по полному сечению по данной методике (сплошные линии) и модели [8] (штриховые). Параметры трубопровода (см. рис. 1): $l_1 = 5,84$ м, $l_2 = 0,864$ м, $l_3 = 0,175$ м, $R_k = 0,55$ м, $R = 14,56$ см, $h = 1,6$ см, $E = 2 \cdot 10^5$ МПа, $\nu = 0,3$, $\rho = 7800$ кг/м³, $\sigma_T = 400$ МПа, $3g = 2 \cdot 10^3$ МПа. Для моделирования обрыва ставятся граничные условия: при $s = 0$ — жесткого закрепления $\dot{u}_z = \dot{u}_r = \dot{\varphi} = 0$, а при $s = L$ — условия на свободном крае $P_z^0 = P_r^0 = M^0 = 0$. При $t = 0$ трубопровод ненапряжен. Поток жидкости предполагается стационарным с параметрами: $c_f = 1500$ м/с, $\rho_f = 1000$ кг/м³, $P_n = 5,05$ МПа, $V_n = 7,92$ м/с. Если трубопровод испытывает большие смещения, то это вызывает пластические деформации в зоне заделки. Приведены формы трубопровода в моменты времени $t = 0, 33, 66, 88$ мс. Наблюдается хорошее соответствие между результатами, полученными по данной методике и по модели [8], что свидетельствует о достоверности численных решений в данной упрощенной постановке.

Исследование гидроупругих эффектов. На рис. 4, 5 приводятся результаты расчетов задачи в более полных постановках. Показано изменение во времени координаты

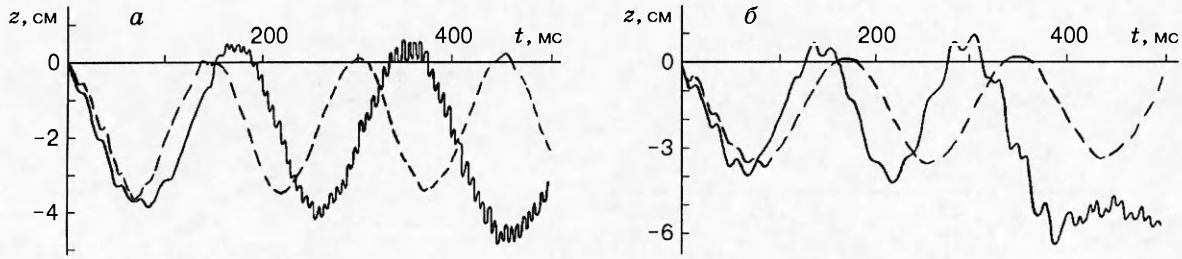


Рис. 4

z точки A . На рис. 4, a представлены численные решения в полной гидроупругой постановке (сплошная линия) и несвязанной постановке (штриховая). В обоих случаях поток жидкости предполагается нестационарным с начальными данными $P_H = 5,05$ МПа, $V_H = 7,92$ м/с и краевыми условиями: при $s = 0$ $V(0, t) = 7,92$ м/с (постоянный расход жидкости), при $s = L$ $P(L, t) = 0,1$ МПа (свободное истечение); предварительное статическое напряженно-деформированное состояние не учитывалось. В несвязанной постановке предполагалось $k_m = k_J = 1$ и $\nu = 0$ в уравнениях гидродинамики (6) и при определении осевой силы (3). Наблюдается заметное отличие как в амплитудах, так и в фазах колебаний поврежденного трубопровода. Более полное решение содержит высокочастотные гармоники, связанные с осевыми колебаниями трубы вследствие эффекта Пуассона. Гидроупругосвязанные колебания имеют тенденцию к возрастанию амплитуды, что вызывает появление пластических деформаций в окрестности точки закрепления стержня. Для более углубленного анализа влияния гидроупругих эффектов проведены расчеты задачи в упрощенных, но связанных постановках. На рис. 4, b сплошной линией показано решение с $k_m = k_J = 1$, но $\nu \neq 0$, а штриховой — решение с $\nu = 0$, но $k_m \neq 1$ и $k_J \neq 1$. Видно, что учет инерционных свойств жидкости существенно изменяет период колебаний системы, но напряжения в стержне не превышают предела текучести. Учет же эффекта Пуассона увеличивает амплитуду колебаний стержня и приводит в результате к появлению остаточных деформаций и качественному изменению характера движения системы.

Для анализа влияния гидроупругих эффектов при больших смещениях трубопровода рассматривалась несколько измененная задача: при $s = 0$ ставилось другое краевое условие для уравнений гидродинамики — $P(0, t) = 5,05$ МПа, предполагалось, что начало трубопровода соединено с большим резервуаром постоянного давления. В этом случае гидродинамическая нагрузка на поврежденный трубопровод существенно увеличивалась. На рис. 5 приведены результаты расчетов смещения точки A : для гидроупругосвязанной задачи в полной постановке (сплошная линия), для несвязанной задачи (штриховая); а штрихпунктирная линия соответствует решению связанной задачи с учетом предварительного напряженно-деформированного состояния. Решение задачи при $\nu = 0$, но с уче-

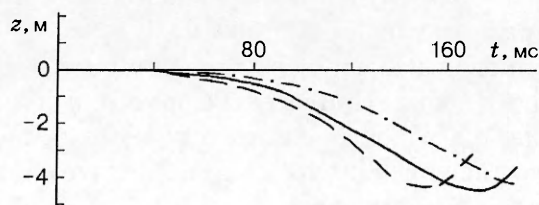


Рис. 5

том инерционных свойств жидкости практически совпало с решением полной связанной задачи. Таким образом, при больших перемещениях поврежденного трубопровода более важное значение имеет учет инерционности жидкости, содержащейся в трубе. Видно, что при учете предварительного напряженно-деформированного состояния начальные статические напряжения и деформации являются стабилизирующим фактором, приводящим к более медленному развитию процессов, хотя и в этом случае очевидно дальнейшее разрушение поврежденного трубопровода.

Разработанные математическая и численная модели позволяют проводить расчеты динамики поврежденных трубопроводов высокого давления с учетом больших перемещений и деформаций, взаимосвязанности деформационных и гидродинамических процессов, предварительного статического напряженно-деформированного состояния. Учет этих факторов необходим при моделировании и прогнозировании аварийных ситуаций на трубопроводах высокого давления.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Светлицкий В. А., Нарайкин О. С.** Упругие элементы машин. М.: Машиностроение, 1989.
2. **Светлицкий В. А.** Механика трубопроводов и шлангов: Задачи взаимодействия стержней с потоком жидкости или воздуха. М.: Машиностроение, 1982.
3. **Уиггерт Д. С., Хатфилд Ф. Дж., Штукенбрук С.** Анализ гидравлических и упругих переходных процессов в трубопроводах методом характеристик // Теорет. основы инж. расчетов. 1988. № 1. С. 260–267.
4. **Васидзу К.** Вариационные методы в теории упругости и пластичности. М.: Мир, 1987.
5. **Баженов В. Г., Чекмарев Д. Т.** Вариационно-разностные схемы в нестационарных волновых задачах динамики пластин и оболочек. Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 1992.
6. **Численное решение многомерных задач газовой динамики** / Под ред. С. К. Годунова. М.: Наука, 1976.
7. **Баженов В. Г., Ломунов В. К.** Большие деформации оболочек вращения с учетом моментности напряженного состояния // Прикл. пробл. прочности и пластичности. Статика и динамика деформир. систем: Всесоюз. межвуз. сб. / Горький: Изд-во Горьк. ун-та, 1983. С. 55–63.
8. **Белостоцкий А. М., Духовный И. А., Пашков И. А.** Движение трубопровода АЭС при обрыве в поперечном сечении // Пробл. машиностроения и надежности машин. 1993. № 1. С. 80–85.

Поступила в редакцию 20/1 1997 г.