6. **В. С. Бабкин, Ю. Г. Кононенко.** ФГВ, 1967, 3, 2.
7. **С. С. Минаев, В. С. Бабкин.**— В кн.: Структура газофазных пламен. Новосибирск, ИТПМ СО АН СССР, 1983.
8. **Х. Гринспен.** Теория вращающихся жидкостей. М.: Гидрометеоиздат, 1975.

Поступила в редакцию 9/IV 1985,
после доработки — 5/VIII 1985

РЕЖИМ КОНВЕКТИВНОГО ГОРЕНИЯ В ДЕФОРМИРУЕМОМ ТВЕРДОМ ТОПЛИВЕ С ПРОДОЛЬНЫМИ КАНАЛАМИ

Н. Н. Смирнов, И. Д. Димитриенко
(Москва)

При относительно небольшой скорости нормального горения твердого топлива, которая в зависимости от внешних условий составляет 1 мм/с — 10 см/с, скорость распространения пламени в каналах для отдельных видов топлива и разных диаметров каналов может составлять от 100 до 1000 м/с.

Конвективное горение инициируется при затекании в канал с открытого торца горячих продуктов реакции. Таким образом, механизм распространения конвективного фронта пламени определяется не процессами прогрева последующих слоев топлива в результате теплопроводности, а конвективной теплопередачей от горячих газов, затекающих в канал с большой скоростью. Быстрое распространение пламени приводит к возникновению в каналах очень высоких давлений, которые в сотоянии при определенных условиях инициировать детонацию топлива.

Изучению процессов конвективного горения канальных и пористых систем посвящено большое количество работ [1—13]. В отдельных теоретических исследованиях конденсированная фаза предполагается абсолютно твердой [5—7, 9]. Такое предположение справедливо при изучении конвективного горения в каналах относительно больших диаметров, когда деформации конденсированной фазы практически не влияют на их геометрию. При относительно малых диаметрах и больших давлениях, возникающих в режиме конвективного горения [8, 9], деформации в твердом топливе могут вызвать значительные изменения площади поперечного сечения каналов и пор и тем самым существенно повлиять на условия возникновения и режим распространения конвективного горения. Поэтому в [10—12] учитываются деформируемость твердого топлива и образование перед фронтом конвективного горения зоны сильного уплотнения, где объемное содержание к-фазы велико. При этом предполагается, что истинная плотность конденсированной фазы постоянна ($\rho_2^0 = \mathrm{const}$), т. е. к-фаза несжимаема. Возникающие в каналах большие давления могут приводить к разрушению к-фазы, росту трещин. Исследование механической устойчивости горящих трещин в стационарной постановке проведено в [13] в рамках статической теории упругости. Однако проникновение горения в единичный канал — быстропротекающий существенно нестационарный динамический процесс. Результаты расчетов [9] и эксперименты [8] показывают, что в каналах могут возникать большие давления ($\sim 10^2$ МПа). При этом значительное влияние на развитие процесса конвективного горения и распространение волны сжатия в твердом топливе оказывает сжимаемость конденсированной фазы.

В настоящей работе распространение конвективного горения в цилиндрических каналах исследуется с учетом динамических процессов, протекающих в сжимаемом твердом топливе.

Рассмотрим математическую модель и метод расчета нестационарной задачи распространения конвективного фронта пламени в цилиндрических каналах в твердом линейно-упругом топливе. Предположим, что термодинамические свойства продуктов реакции и газа, заполняющего канал до воспламенения, одинаковы, т. е. газовая фаза однокомпонентна; газ считается невязким, нетеплопроводным, а процессы вязкости и теплопроводности учитываются лишь при взаимодействии газа с поверхностью твердого топлива; газ считается калорически совершенным, а твердое топливо — линейно-упругим, т. е. подчиняющимся обобщенному закону Гука; рассматривается плоское деформированное состояние твердого топлива.

Пусть имеется единичный канал радиуса r_0, толщина слоя топлива, нанесенного на стенки канала — y_0 Из условий симметрии задачи горения многоканального образца нормальные перемещения на внешней границе слоя топлива положим равными нулю. Выберем неподвижную прямоугольную систему координат так, чтобы оси OX и канала совпали, а ось OY была перпендикулярна, точка O соответствует началу канала. Параметры, относящиеся к газу и твердому топливу, обозначим индексами 1 и 2. Пусть ρ_1^0 и ρ_2^0 — истинные плотности газа и твердой фазы, α_1, α_2 — объемные концентрации и $\alpha_1 = F_1/F_0$, $\alpha_2 = F_2/F_0$, где F_1, F_2, F_0 — площади поперечного сечения канала, занимаемые газом, твердым топливом, и площадь сечения всего канала соответственно. Введем средние плотности газа и твердой фазы: $\rho_1 = \alpha_1\rho_1^0$, $\rho_2 = \alpha_2\rho_2^0$. Уравнения, описывающие движение системы, строятся на основе физических законов изменения массы, импульса и энергии. Рассмотрим плоское одномерное течение.

Изменение массы фазы, заключенной в выделенный объем, происходит за счет конвективного перетока массы $\frac{\partial\rho_i v_i}{\partial x}$ $(i = 1, 2)$ и притока (или оттока) массы в результате реакции горения

$$\frac{\partial\rho_1}{\partial t} + \frac{\partial\rho_1 v_1}{\partial x} = \begin{cases} 0, & T_w < T_s, \\ J, & T_w \geqslant T_s, \end{cases} \tag{1}$$

$$\frac{\partial\rho_2}{\partial t} + \frac{\partial\rho_2 v_2}{\partial x} = \begin{cases} 0, & T_w < T_s, \\ -J, & T_w \geqslant T_s, \end{cases} \tag{2}$$

где v_1, v_2 — скорости газа и твердого топлива; T_w — температура поверхности топлива; T_s — заранее заданная температура воспламенения; J — средний по сечению приток массы в единицу объема (он определяется следующим образом: $\dot{M} = \Pi\rho_2^0 u_f dx$ — массообразование на малом элементе поверхности, ограниченном плоскостями x и $x + dx$, тогда $J = \rho_2^0 u_f \frac{\Pi}{F_0}$); Π — периметр сечения внутреннего канала; u_f — линейная скорость горения твердого топлива.

Изменение количества движения фазы, заключенной в выделенный объем $\frac{\partial\rho_i v_i}{\partial t}$ $(i = 1, 2)$, происходит за счет конвективного переноса количества движения $\frac{\partial\rho_i v_i^2}{\partial x}$ $(i = 1, 2)$, внешних поверхностных сил с учетом давления на поверхность раздела фаз (массовые силы не рассматриваются): $\frac{\partial\alpha_1 p_1}{\partial x} - p_1\frac{\partial\alpha_1}{\partial x}$ — для газа, $\frac{\partial\alpha_2 p_2}{\partial x} - p_{-1}\frac{\partial\alpha_2}{\partial x}$ — для твердого топлива; межфазного трения f_i. При наличии горения количество движения также изменяется за счет притока импульса в результате межфазного массообмена: $J\left(v_2 + u_1\frac{\partial Y_w}{\partial x}\right)$ — для газа; $-Jv_2$ — для конденсированной фазы. Таким образом

$$\frac{\partial\rho_1 v_1}{\partial t} + \frac{\partial\rho_1 v_1^2}{\partial x} + \frac{\partial\alpha_1 p_1}{\partial x} - p_1\frac{\partial\alpha_1}{\partial x} = \begin{cases} -f_1, & T_w < T_s, \\ -f_2 + J\left(v_2 + u_1\frac{\partial Y_w}{\partial x}\right), & T_w \geqslant T_s, \end{cases} \tag{3}$$

$$\frac{\partial\rho_2 v_2}{\partial t} + \frac{\partial\rho_2 v_2^2}{\partial x} + \frac{\partial\alpha_2 p_2}{\partial x} - p_{-1}\frac{\partial\alpha_2}{\partial x} = \begin{cases} f_1, & T_w < T_s, \\ f_2 - Jv_2, & T_w \geqslant T_s, \end{cases} \tag{4}$$

где $Y_w(x, t)$ — форма поверхности раздела фаз; f_1, f_2 — межфазное трение при отсутствии и при наличии реакций соответственно; $p_2 = p_{XX}$ — нормальная компонента тензора напряжений в твердом топливе по оси OX; p_1 — давление в газе. Трение трактуется, аналогично J, как среднее по сечению

$$f_1 = \tau_{1w}\Pi/F_0, \; f_2 = \tau_{2w}\Pi/F_0$$

(τ_{1w}, τ_{2w} — трения на поверхности раздела фаз при отсутствии и наличии горения).

Давление $p_{-1} = p_{YY}$ для твердой фазы при наличии горения находится из условий на сильном разрыве

$$\rho_1^c (u_f - u_1) = \rho_2^0 u_f,$$
$$\rho_1^0 u_1 (u_f - u_1) - p_1 = - p_{-1}.$$

Здесь u_1 — скорость газа по нормали к поверхности раздела. Тогда

$$p_{-1} = \begin{cases} p_1, & T_w < T_s, \\ p_1 + u_f^2 \rho_2^0 \left(\dfrac{\rho_2^0}{\rho_1^c} - 1 \right), & T_w \geqslant T_s, \end{cases}$$

$$u_1 = \begin{cases} 0, & T_w < T_s, \\ u_f \left(\dfrac{\rho_2^0}{\rho_1^0} - 1 \right), & T_w \geqslant T_s. \end{cases}$$

Полная энергия фазы, заключенная в выделенный объем, изменяется за счет конвективного переноса энергии $\partial \rho_i v_i \left(e_i + \dfrac{v_i^2}{2} \right) \Big/ \partial x$ $(i = 1, 2)$, работы внешних поверхностных сил, включая силу давления на поверхность раздела фаз сжимаемого твердого топлива:
для газа

$$\frac{\partial \alpha_1 p_1 v_1}{\partial x} - p_{-1} v_2 \frac{\partial \alpha_1}{\partial x} - p_{-1} \alpha_2 \frac{\partial \varepsilon_{11}}{\partial t},$$

для твердого топлива

$$\frac{\partial \alpha_2 p_2 v_2}{\partial x} - p_{-1} v_2 \frac{\partial \alpha_2}{\partial x} + p_{-1} \alpha_2 \frac{\partial \varepsilon_{11}}{\partial t}.$$

Полная энергия изменяется также за счет работы силы трения, межфазного теплообмена (q_1 — при отсутствии химических реакций, q_2 — при их наличии) и притока энергии в результате реакции горения: $Je_2 + \dfrac{1}{2} J v_2^2 + J \dfrac{p_{-1}}{\rho_2^0}$.

Таким образом, уравнения энергии для газообразной и конденсированной фазы имеют вид

$$\frac{\partial \rho_1 (e_1 + v_1^2/2)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} [\rho_1 v_1 (e_1 + v_1^2/2)] + \frac{\partial \alpha_1 p_1 v_1}{\partial x} - p_{-1} v_2 \frac{\partial \alpha_1}{\partial x} - p_{-1} \alpha_2 \frac{\partial \varepsilon_{11}}{\partial t} =$$
$$= \begin{cases} - f_1 v_2 - q_1, & T_w^0 < T_s, \\ - f_2 v_2 - q_2 + J e_2 + \dfrac{1}{2} J v_2^2 + J \dfrac{p_{-1}}{\rho_2^0}, & T_w \geqslant T_s, \end{cases} \tag{5}$$

$$\frac{\partial \rho_2 (e_2 + v_2^2/2)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} [\rho_2 v_2 (e_2 + v_2^2/2)] + \frac{\partial \alpha_2 p_2 v_2}{\partial x} - p_{-1} v_2 \frac{\partial \alpha_2}{\partial x} - p_{-1} \alpha_2 \frac{\partial \varepsilon_{11}}{\partial t} =$$
$$= \begin{cases} f_1 v_2 + q_1, & T_w < T_s, \\ f_2 v_2 + q_2 - J e_2 - \dfrac{1}{2} J v_2^2 - J \dfrac{p_{-1}}{\rho_2^0}, & T_w \geqslant T_s. \end{cases} \tag{6}$$

Здесь e_1, e_2 — внутренние энергии газа и твердого топлива; $q_1 = q_{1w}\Pi/F_0$, $q_2 = q_{2w}\Pi/F_0$ — приток тепла, определяется как средний по сечению; q_{1w}, q_{2w} — приток тепла через поверхность раздела фаз при отсутствии и при наличии горения. Деформации твердого топлива ε_{11} и ε_{22} (по осям OY и OX) выбираются положительными при сжатии материала.

Изменение объемной концентрации топлива α_2 в результате его сжатия и выгорания описывается уравнением

$$\frac{\partial \alpha_2}{\partial t} + \alpha_2 \frac{\partial \varepsilon_{11}}{\partial t} = \begin{cases} 0, & T_w < T_s, \\ -J/\rho_2, & T_w \geqslant T_s. \end{cases} \tag{7}$$

Кинематическое уравнение для твердой фазы в переменных Лагранжа имеет вид

$$\partial \varepsilon_{22}/\partial t = -\partial v_2/\partial x$$

(здесь учтено, что сжимающие деформации ε_{22} положительны). В переменных Эйлера получаем

$$\frac{\partial \varepsilon_{22}}{\partial t} + v_2 \frac{\partial \varepsilon_{22}}{\partial x} = -(1 + \varepsilon_{22}) \frac{\partial v_2}{\partial x}. \tag{8}$$

Для замыкания системы дифференциальных уравнений (1)—(8) необходимо дополнительно задать уравнения: состояния газа и продуктов реакции

$$p_1 = \rho_1^0 R T_1, \tag{9}$$

внутренней энергии газа

$$e_1 = c_{V1} T_1 \tag{10}$$

(T_1 — температура газа, c_{V1} — удельная теплоемкость газа при постоянном объеме (предполагается $c_{V1} = \mathrm{const}$)) и уравнение состояния твердой фазы.

Пусть для упругого тела лагранжева система координат выбрана совпадающей в начальный момент с системой отсчета, компоненты тензора деформаций ε_{ij} и относительные смещения малы, тогда компоненты всех тензоров различаются на малые величины высшего порядка по сравнению с величинами самих компонентов. Так как твердая фаза изотропна, ее внутренняя энергии e_2 зависит от трех независимых инвариантов тензора деформаций: I_1, I_2, I_3 [14].

Рассматривая разложение в ряд функции e_2 до членов второго порядка малости при $\varepsilon_{ij} \ll 1$, $T_2 = T_0 + \Delta T_2$ ($\Delta T_2 \ll T_0$, T_2 — температура твердой фазы, T_0 — начальная температура системы), получим [15]

$$e_2 = Q - \frac{3\alpha}{\rho_{20}^0}\left(\lambda + \frac{2}{3}\mu\right) T_0 I_1 + \frac{1}{2}\frac{\lambda}{\rho_{20}^0} I_1^2 + \frac{\mu}{\rho_{20}^0} I_2 + \frac{c_2}{2T_0} T_2^2, \tag{11}$$

где Q — приведенная теплота химической реакции горения; c_2 — теплоемкость твердой фазы; α — коэффициент теплового расширения; λ, μ — параметры Ламэ; ρ_{20}^0 — начальная плотность твердого топлива.

При проведении конкретных расчетов тепловое расширение предполагалось малым и не учитывалось $\left(\alpha \ll \frac{y_0}{\Delta T_2},\ \Delta T_2 \ll T_2\right)$. Рассматривая плоское деформированное состояние, предполагаем $\varepsilon_{33} = \varepsilon_{13} = \varepsilon_{23} = 0$. Поскольку рассматривается одномерная задача, а p_2 — некоторое осредненное, одинаковое по сечению давление, полагаем $\varepsilon_{12} = 0$. Вводя модуль Юнга и коэффициент Пуассона $E = \frac{\mu(3\lambda + 2\mu)}{\lambda + \mu}$, $\nu = \frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)}$, запишем обобщенный закон Гука для плоского деформированного состояния ($\varepsilon_{33} = 0$)

$$\begin{aligned} \varepsilon_{11} &= \frac{(1-\nu)(1+\nu)}{E} p_{-1} - \frac{\nu(1+\nu)}{E} p_2, \\ \varepsilon_{22} &= \frac{(1-\nu)(1+\nu)}{E} p_2 - \frac{\nu(1+\nu)}{E} p_{-1}. \end{aligned} \tag{12}$$

Уравнения (9)—(12) дополняются условием, связывающим объемные концентрации $\alpha_1 + \alpha_2 = 1$.

Для решения полученной системы необходимо определить параметры межфазного взаимодействия. Трение, тепло- и массообмен при турбулентном течении горячих газов в канале переменного сечения не подвергаются строгому теоретическому описанию и требуют привлечения экспериментальных данных. Эксперименты [16] показывают, что для нормальной скорости горения топлива $u_f = u_f(p_1, T_1)$ основную роль играет зависимость от давления p_1. Предполагаем

$$u_f = u_s(p_1/p_0)^{\varphi}$$

(u_s, φ — экспериментально определенные константы).

При отсутствии массообмена на поверхности раздела фаз трение определяется по формуле для турбулентного течения в круглых трубах [17]

$$\frac{\tau_{1w}}{\frac{1}{2}\rho_1^0 (v_1 - v_2)^2} = c_f = 0{,}066\ \mathrm{Re}^{-1/4},$$

где $\mathrm{Re} = \frac{\rho_1^0 (v_1 - v_2)}{\mu_1} \cdot \frac{4F_1}{\Pi_B}$; μ_1, c_f — коэффициенты динамической вязкости и турбулентного трения.

Теплообмен между фазами при отсутствии массообмена определяется из аналогии Рейнольдса [18]

$$c_H = \frac{1}{2} \cdot c_f s_R$$

(s_R — параметр аналогии Рейнольдса; c_H — коэффициент теплообмена). Тогда поток тепла от газовой фазы к поверхности

$$q_{1w} = c_H \rho_1^0 (v_1 - v_2)(H_{1r} - H_{1w}).$$

Здесь $H_{1w} = c_{p1} T_w$ — удельная энтальпия газа у поверхности; $H_{1r} = c_{p1} T_1 + r \frac{(v_1 - v_2)^2}{2}$ — полная удельная энтальпия восстановления; r — коэффициент восстановления.

Эксперименты показывают, что $0{,}91 \leqslant r \leqslant 0{,}98$ [17]; из [18] для турбулентного течения $r \approx \mathrm{Pr}^{1/3}$ (при $\mathrm{Pr} = 0{,}72$ $r = 0{,}895$). Для определения s_R используем аппроксимационную формулу [19] $s_R \approx \mathrm{Pr}^{-2/3}$ (если $\mathrm{Pr} = 0{,}72$, то $s_R = 1{,}24$).

Для определения трения и теплообмена в случае горения поверхности необходимо учитывать влияние на эти параметры вдува большого количества продуктов реакции. Теоретические и экспериментальные исследования показали, что вдув вещества уменьшает трение у стенок [19—21]

$$\frac{\tau_{2w}}{\tau_{1w}} = \frac{\ln(1 + B)}{B}, \quad B = \frac{\rho_2^0 u_f (v_1 - v_2)}{\tau_{2w}}.$$

Поток тепла в твердую фазу определим в предположении, что горение происходит в стационарном режиме и топливо несжимаемо, тогда из уравнения энергии в твердой фазе найдем поток тепла

$$q_{2w} = c_2 \rho_2^0 u_f (T_w - T_2).$$

При подводе потока тепла $q_{1w}(t)$ температура поверхности T_w повышается. При некоторых ее значениях начинает проявляться реакция в твердой фазе и T_w резко возрастает. Температура T_s, при которой происходит излом $T_w(t)$, отождествляется с температурой воспламенения. При известном значении T_s для данного состава для определения времени прогрева Δt_* найдем закон изменения $T_w(t)$ из решения нестационарной одномерной задачи теплопроводности с заданным теплопотоком

$q_{1w}(t)$. Решение имеет вид

$$T_w(t) = T_0 + \frac{1}{\sqrt{\lambda_2 \rho_2^0 c_2}} \int_0^t \frac{q_{1w}(t-\eta)}{\sqrt{\eta}}\, d\eta,$$

λ_2 — коэффициент теплопроводности к-фазы.

Система (1)—(12) решается со следующими граничными и начальными условиями.

1. На входе в канал задается высокое внешнее давление $p_1 = p_e$ и $T_1 = T_e$, используется также условие критического истечения (затекания) $v_1 = a_c(T_1)$, где в силу неизоэнтропичности течения критическая скорость звука a_c переменна. Если параметры истекающего газа таковы, что реализуется дозвуковой режим, то в качестве граничных условий у открытого конца задаются внешние давление и температура при затекании газов в канал и внешнее давление при истечении.

Если же реализуется сверхзвуковой режим, то у открытого торца задается условие $v_1 = a_c(T)$, где при затекании газа в канал a_c определяется значением T_e, а при истечении a_c определяется параметрами в канале, причем внешние значения p_e и T_e не влияют на граничное условие.

2. На расстоянии L от входа в канал расположена твердая стенка; условия непротекания: $v_1 = 0$, $v_2 = 0$.

3. Начальные условия:

$$\rho_1 = \rho_{10},\ \rho_2 = \rho_{20},\ v_1 = v_2 = 0,\ T_1 = T_2 = T_0,\ \varepsilon_{22} = 0,\ \alpha_2 = \alpha_{22}.$$

Для разностной аппроксимации уравнений использовался двухшаговый метод Лакса — Вендроффа [22] в модифицированном виде. Схема имеет второй порядок точности по времени и пространству. Затем решение подправлялось с учетом межфазного взаимодействия, осцилляции подавлялись с помощью трехточечного оператора сглаживания.

Система уравнений (1)—(8) может быть записана в векторном виде

$$\frac{\partial \vec{y}_1}{\partial t} + \vec{y}_2 \frac{\partial \vec{y}_3}{\partial t} + \frac{\partial \vec{z}_1}{\partial x} + \vec{z}_2 \frac{\partial \vec{z}_3}{\partial x} = \begin{cases} \vec{b}_1, & T_w < T_s, \\ \vec{b}_2, & T_w \geqslant T_s, \end{cases}$$

$$\vec{y}_1 = \begin{Bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \rho_1 v_1 \\ \rho_2 v_2 \\ \rho_1\left(e_1 + \frac{v_1^2}{2}\right) \\ \rho_2\left(e_2 + \frac{v_2^2}{2}\right) \\ \alpha_2 \\ \varepsilon_{22} \end{Bmatrix}, \quad \vec{y}_2 = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ p_{-1}(-\alpha_2) \\ p_{-1}\cdot\alpha_2 \\ \alpha_2 \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad \vec{y}_3 = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{11} \\ 0 \end{Bmatrix},$$

$$\vec{z}_1 = \begin{Bmatrix} \rho_1 v_1 \\ \rho_2 v_2 \\ \rho_1 v_1^2 + \alpha_1 p_1 \\ \rho_2 v_2^2 + \alpha_2 p_2 \\ \rho_1 v_1\left(e_1 + \frac{v_1^2}{2}\right) + \alpha_1 p_1 v_1 \\ \rho_2 v_2\left(e_2 + \frac{v_2^2}{2}\right) + \alpha_2 p_2 v_2 \\ 0 \\ v_2(1 + \varepsilon_{22}) \end{Bmatrix}, \quad \vec{z}_2 = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -p_{-1} \\ -p_{-1} \\ -v_2 p_{-1} \\ -v_2 p_{-1} \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad \vec{z}_3 = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix},$$

$$\vec{b}_1 = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -f_1 \\ +f_1 \\ -f_1 v_2 - q_1 \\ f_1 v_2 + q_1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad \vec{b}_2 = \begin{Bmatrix} J \\ -J \\ -f_2 + Jv_2 \\ f_2 - Jv_2 \\ -f_2 v_2 - q_2 + Je_2 + \frac{1}{2} J v_2^2 + J \frac{p_{-1}}{\rho_2^0} \\ f_2 v_2 + q_2 - Je_2 - \frac{1}{2} J v_2^2 - J \frac{p_{-1}}{\rho_2^0} \\ -J/\rho_2^0 \\ 0 \end{Bmatrix}.$$

Система решается в три этапа. Вначале члены, описывающие межфазные взаимодействия, не учитываются ($\vec{b}_1 = \vec{b}_2 = 0$)

$$\vec{y}^{\,n+\frac{1}{2}}_{1,j+\frac{1}{2}} + \frac{1}{2}\left(\vec{y}^{\,n}_{2,j} + \vec{y}^{\,n}_{2,j+1}\right) \vec{y}^{\,n+\frac{1}{2}}_{3,j+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}\left(\vec{y}^{\,n}_{1,j} + \vec{y}^{\,n}_{1,j+1}\right) +$$
$$+ \frac{1}{4}\left(\vec{y}^{\,n}_{2,j} + \vec{y}^{\,n}_{2,j+1}\right)\left(\vec{y}^{\,n}_{3,j+1} - \vec{y}^{\,n}_{3,j}\right) - \frac{\Delta t}{2\Delta x}\Big[\vec{z}^{\,n}_{1,j+1} - \vec{z}^{\,n}_{1,j} +$$
$$+ \frac{1}{2}\left(\vec{z}^{\,n}_{2,j} + \vec{z}^{\,n}_{2,j+1}\right)\left(\vec{z}^{\,n}_{3,j+1} - \vec{z}^{\,n}_{3,j}\right)\Big],$$

$$\vec{y}^{\,n+1}_{1,j} - \vec{y}^{\,n}_{1,j} + \frac{1}{2}\left(\vec{y}^{\,n+\frac{1}{2}}_{2,j+\frac{1}{2}} + \vec{y}^{\,n-\frac{1}{2}}_{2,j-\frac{1}{2}}\right)\left(\vec{y}^{\,n+1}_{3,j} - \vec{y}^{\,n}_{3,j}\right) = -\frac{\Delta t}{\Delta x}\Big[\vec{z}^{\,n+\frac{1}{2}}_{1,j+\frac{1}{2}} -$$
$$- \vec{z}^{\,n}_{1,j-\frac{1}{2}} + \frac{1}{2}\left(\vec{z}^{\,n+\frac{1}{2}}_{2,j+\frac{1}{2}} + \vec{z}^{\,n-\frac{1}{2}}_{2,j-\frac{1}{2}}\right)\left(\vec{z}^{\,n+\frac{1}{2}}_{3,j+\frac{1}{2}} - \vec{z}^{\,n-\frac{1}{2}}_{3,j-\frac{1}{2}}\right)\Big].$$

Условие устойчивости схемы записывается в виде

$$\Delta t \leqslant \min\{\Delta t^1, \Delta t^2\}, \ \Delta t^i = \frac{\Delta x}{\max\left(|v_i| + a_{f_i}\right)},$$

где a_{f_1} и a_{f_2} — местные скорости звука в газе и конденсированной фазе.

На втором этапе решение подправляется с учетом межфазного взаимодействия

$$\tilde{\vec{y}}^{\,n+1}_j = \vec{y}^{\,n+1}_j + \vec{b}\left(\vec{y}^{\,n+1}_j\right)\Delta t$$

($\vec{y}^{\,n+1}_j$—вектор-столбцы параметров фаз после первого этапа интегрирования), а на третьем производится подавление осцилляций решения

$$\hat{\vec{Y}}^n_j = (1 - 2\beta)\vec{Y}^n_j + \beta\left(\vec{Y}^n_{j+1} + \vec{Y}^n_{j-1}\right),$$

где $\vec{Y}^n_j$, $\hat{\vec{Y}}^n_j$ — вектор-столбцы параметров и комбинаций параметров фаз на n-м временно́м слое соответственно до и после действия оператора сглаживания; β — параметр сглаживания (в расчетах принималось $\beta = 0,1$).

Расчеты показали, что скорость распространения горения D в начальной стадии воспламенения резко возрастает, затем при достаточной длине канала устанавливается постоянное значение. При подходе к твердой стенке величина D уменьшается, так как падает скорость v_1 газа в связи с формированием отраженной волны в газе и твердом топливе (рис. 1) [23].

Положение фронта воспламенения на рис. 2 отмечено точкой. Рис. 2, *а* отражает изменение деформаций ε_{11} и ε_{22} в различные моменты времени. Область повышенного значения ε_{22} распространяется по каналу, дойдя до твердой стенки, накапливается и превышает величину ε_{22}

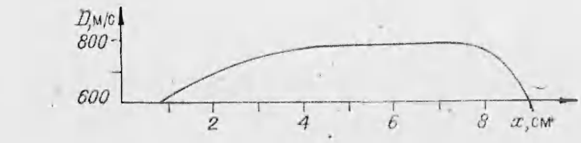
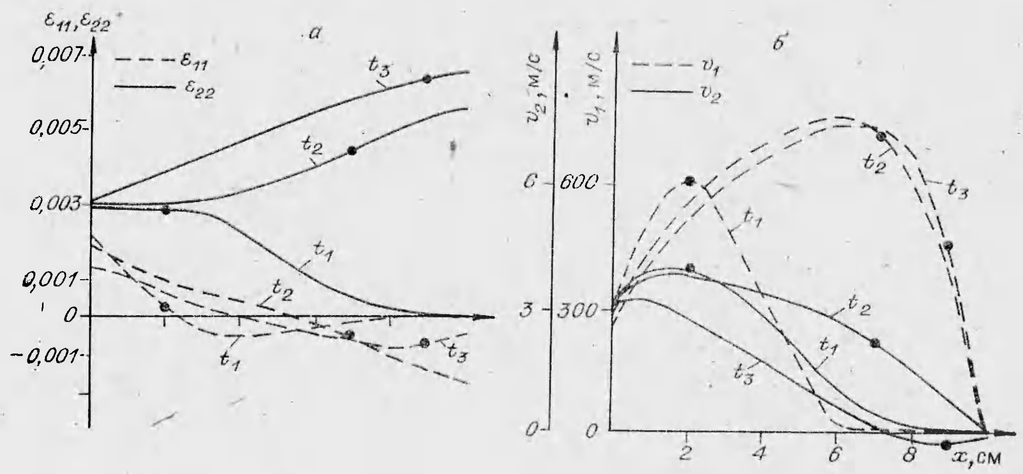


Рис. 1. Изменение скорости D конвективного фронта пламени по длине канала.



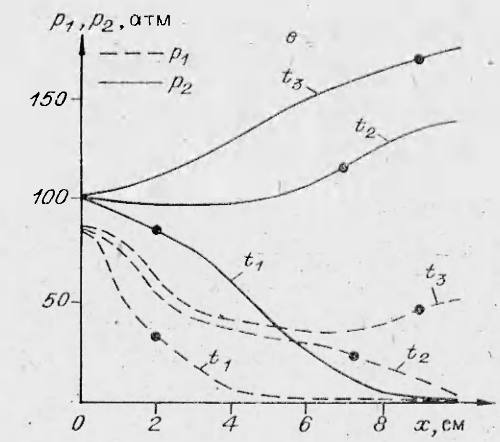


Рис. 2. Изменение значений параметров по длине канала для различных моментов времени ($t_1 = 0{,}37 \cdot 10^{-4}$ с, $t_2 = 1{,}02 \cdot 10^{-4}$ с, $t_3 = 1{,}3 \cdot 10^{-4}$ с).

а) деформации ε_{22} и ε_{11} в конденсированной фазе; *б*) массовая скорость в газовой фазе (v_1) и в твердом топливе (v_2); *в*) давление в газовой фазе (p_1) и продольная составляющая тензора напряжений в конденсированной фазе (p_2).

в начале канала в 2 раза. Изменение ε_{11} отражает изменение профиля твердого топлива. Под действием давлений p_1 и p_2 в канале на входе происходит сжатие стенок, которое вызывает уменьшение α_2. Далее по длине канала образуется выпуклость (α_2 больше начальной), которая вызвана тем, что волна в твердой фазе обгоняет волну в газообразной фазе, в результате чего давление в твердой фазе превышает давление в газе. Отрицательное значение ε_{11} на стенке по модулю увеличивается, а затем начинает уменьшаться при формировании отраженной волны.

В результате численных расчетов получено, что впереди фронта воспламенения движутся с большой скоростью v_1 продукты горения (рис. 2, *б*), которые прогревают поверхность канала.

Рис. 2, *в* отражает изменение p_1 и p_2. Волна в твердом топливе опережает волну, бегущую по газу. После отражения волны от стенки p_2 в 2 раза превышает значение p_2 на входе, формируется отраженная волна. Давление в газе также начинает возрастать после формирования отраженной волны в результате дополнительного притока продуктов реакции.

Заметим, что скорость распространения фронта воспламенения превосходит скорость течения газов в канале. Это говорит о том, что после выхода процесса на стационарный режим воспламенение последующих слоев топлива осуществляется посредством ударной волны, сжимающей и разогревающей газ, находящийся в канале. Ударная волна на рис. 2, *в* представляет сильно размытую структуру ввиду большого влияния вязкости (члены, содержащие f_i ($i = 1$, 2) в системе (1)—(8)).

Все графики для радиуса канала $r_0 = 0{,}8$ мм, толщины слоя топлива $y_0 = 0{,}2$ мм и моментов времени $t_1 = 0{,}37 \cdot 10^{-4}$ с, $t_2 = 1{,}02 \cdot 10^{-4}$ с, $t_3 = 1{,}3 \cdot 10^{-4}$ с. Расчеты проведены при следующих значениях определяющих параметров: $Q = 3{,}58 \cdot 10^6$ Дж/кг, $p_0 = 1$ атм, $p_e = 100$ атм, $\rho_2^0 = 1700$ кг/м^3, $\lambda_2 = 0{,}16$ Вт/(м · град), $u_s = 4{,}18 \cdot 10^{-3}$ м/с, $E = 2{,}3 \cdot 10^9$ Н/м, $\nu = 0{,}25$, $\varphi = 0{,}45$, $\alpha = 0{,}1$, $T_s = 550$ K, $T_0 = 290$ K, $c_2 = 1400$ Дж/(кг · град), $c_{V1} = 713$ Дж/(кг · град), $c_p = 1000$ Дж/(кг · град).

Таким образом, в работе предложена нестационарная модель распространения конвективного горения в сжимаемом твердом топливе, содержащем продольные каналы малого диаметра. Составлена система уравнений, позволяющая описать горение двухфазных деформируемых сред. Разработан метод расчета, основанный на схеме Лакса — Вендроффа.

ЛИТЕРАТУРА

1. **А. Ф. Беляев, В. К. Боболев и др.** Переход горения конденсированных систем во взрыв. М.: Наука, 1973.
2. **А. Д. Марголин, В. М. Маргулис.** ФГВ, 1969, 5, 1, 15.
3. **А. Ф. Беляев, А. И. Коротков.** ФГВ, 1969, 5, 1, 8.
4. **Годаи.** Вопросы ракетной техники, 1970, 6, 36.
5. **Ю. К. Краснов, В. М. Маргулис, А. Д. Марголин и др.** ФГВ, 1970, 6, 3, 290.
6. **В. П. Вилюнов, В. М. Ушаков, Э. Р. Шрагер.** ФГВ, 1970, 6, 3, 311.
7. **К. К. Куо, А. Г. Чеи, Т. Р. Дэвис.** РТК, 1978, 16, 6, 74.
8. **М. Кумар, С. М. Ковачич, К. К. Куо.** РТК, 1981, 19, 7, 78.
9. **Н. Н. Смиров.**— В кн.: Механика быстропротекающих процессов. Новосибирск, 1984.
10. **Р. И. Нигматулин, П. Б. Вайнштейн, И. Ш. Ахатов.** ФГВ, 1983, 19, 5, 93.
11. **Б. С. Ермолаев, В. С. Посвянский.**— В кн.: Горение конденсированных и гетерогенных систем. Черноголовка, 1980.
12. **Б. С. Ермолаев, А. А. Сулимов, В. А. Фотеенков и др.** ФГВ, 1980, 16, 3, 24.
13. **З. В. Кирсанова, О. И. Лейпунский.** ФГВ, 1970, 6, 1, 72.
14. **Л. И. Седов.** Механика сплошной среды. М.: Наука, 1976.
15. **А. А. Ильюшин.** Механика сплошной среды. М.: Изд-во МГУ, 1978.
16. **Я. Б. Зельдович.**— В кн.: Теория горения порохов и взрывчатых веществ. М.: Наука, 1982 .
17. **Л. Г. Лойцянский.** Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1973.
18. **М. Ф. Широков.** Физические основы газодинамики. М.: Физматгиз, 1958.
19. **Ю. В. Лапин.** Турбулентный пограничный слой в сверхзвуковых потоках газа. М.: Наука, 1982.
20. **Н. Н. Смирнов.** ФГВ, 1982, 18, 5, 63.
21. **У. Х. Доррепс.** Гиперзвуковые течения вязкого газа. М.: Мир, 1966.
22. **Р. Рихтмайер, К. Мортон.** Разностные методы решения краевых задач. М.: Мир, 1972.
23. **Н. Н. Смирнов.** ФГВ, 1985, 21, 5, 23.

Поступила в редакцию 22/II 1985

КРИТИЧЕСКИЕ УСЛОВИЯ ГОРЕНИЯ МАТЕРИАЛОВ ИЗ ВОЛОКНООБРАЗУЮЩИХ ПОЛИМЕРОВ

С. А. Вилкова, В. Г. Крупкин, А. Д. Марголин

(Москва)

В настоящей работе проведено экспериментальное исследование критических условий горения — кислородного индекса и предельных размеров горения — тканей и пленок из волокнообразующих полимеров. Сущность метода кислородного индекса (КИ) заключается в определении концентрации кислорода в кислородно-азотной атмосфере, в которой образец горит до погасания в течение 3 мин или прогорает менее 50 мм. Определенная таким образом в объемных процентах концентрация кислорода принимается за кислородный индекс. Методом КИ в настоящей работе испытывались тонкие образцы стандартного размера 50×150 мм.