

13. Альтшулер Л. В., Кулешова Л. В., Павловский М. Н. Динамическая сжимаемость, уравнение состояния и электропроводность хлористого натрия при высоких давлениях. — ЖЭТФ, 1960, т. 39, № 1(7).
 14. Уббелюде А. Плавление и кристаллическая структура. М., «Мир», 1969.
 15. Кэй Д., Лэби Т. Таблицы физических и химических постоянных. М., ГИФМЛ, 1962.

УДК 539.3+539.4

ДИНАМИЧЕСКАЯ КОНЦЕНТРАЦИЯ НАПРЯЖЕНИЙ В СТЕКЛОПЛАСТИКЕ

А. А. Ермак, А. М. Михайлов

(Новосибирск)

В данной работе решена задача о концентрации напряжений вблизи дефектов. Используется дискретная модель стеклопластика [1, 2], в которой считается, что волокна работают на растяжение, а связующее — на сдвиг, причем учитывается инерция обоих компонентов.

1. Пусть стеклопластик состоит из бесконечного числа волокон ширины h , занумерованных целыми числами j . Волокна чередуются со слоями связующего ширины H . Ось y параллельна, а ось x перпендикулярна волокнам. Смещение связующего вдоль оси y обозначим через $v_j(x, y, t)$, индекс j указывает на то, что рассматриваемая точка лежит между j -м и $(j+1)$ -м волокнами на расстоянии x от j -го волокна ($0 \leq x \leq H$), t — время. Смещение волокна обозначим через $u_j(y, t)$. Закон Гука имеет вид

$$(1.1) \quad \sigma_j(y, t) = E \partial u_j(y, t) / \partial y, \quad \tau_j(x, y, t) = G \partial v_j(x, y, t) / \partial x,$$

где σ_j , E — нормальное напряжение и модуль Юнга в волокне; τ_j , G — касательное напряжение и модуль сдвига в связующем.

В [2] показано, что при нулевых начальных условиях поведение изучаемой системы описывается уравнениями

$$(1.2) \quad \omega^2 \frac{d^2 u_j^L}{dy^2} + \beta^2 (u_{j-1}^L - \alpha u_j^L + u_{j+1}^L) = 0, \\ \beta^2 = G/E, \quad \omega^2 = Hh \operatorname{sh} \lambda / \lambda, \quad \lambda = \rho H / c_2, \\ \alpha = p^2 \omega^2 / \beta^2 c_1^2 + 2 \operatorname{ch} \lambda, \quad c_1^2 = E / \rho_1, \quad c_2^2 = G / \rho_2,$$

где индексом L помечены образы Лапласа по времени от искомых величин; p — параметр преобразования; ρ_1 , ρ_2 — плотности материалов волокон и связующего. После нахождения u_j^L смещение в связующем определяется формулой

$$(1.3) \quad v_j^L = [u_j^L(y, p) \operatorname{sh}(\lambda - \lambda x / H) + u_{j+1}^L(y, p) \operatorname{sh}(\lambda x / H)] / \operatorname{sh} \lambda,$$

а напряжения σ_j^L , τ_j^L — в соответствии с (1.1), (1.3). Решение (1.2), обращаемое в нуль при $y \rightarrow \infty$, имеет вид [2]

$$(1.4) \quad u_j^L(y, p) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} c(p, s) \exp\left(-\frac{\beta y}{\omega} \sqrt{\alpha - 2 \cos s}\right) e^{-isj} ds,$$

где $c(p, s)$ определяется из граничных условий.

2. Пусть образец растянут на бесконечности напряжением Q , и при $t = 0$ в сечении $y = 0$ внезапно рвутся волокна с номерами $j = 0, \dots, n$. Используя симметрию задачи, считаем $y \geq 0$. Решаем задачу, полученную из данной вычитанием упругого поля, соответствующего однородному растяжению напряжением Q . Для $n = 0$ эта задача решена в [3], случай одновременного разрыва всех волокон рассмотрен в [2], статическая задача решена в [4].

В соответствии с принятой моделью (связующее не несет нормальных нагрузок) граничные условия для системы (1.2) имеют вид

$$(2.1) \quad \left. \frac{d u_j^L}{dy} \right|_{y=0} = -\frac{Q}{E_p}, \quad j = 0, \dots, n, \quad u_j^L|_{y=0} = 0, \quad j \neq 0, \dots, n.$$

Из (1.4), (2.1) следует, что у функции $c(p, s)$ только конечное число коэффициентов Фурье отлично от нуля, т. е.

$$c(p, s) = \sum_{k=0}^n c_k(p) e^{is k},$$

причем $c_k(p)$ удовлетворяют системе линейных алгебраических уравнений

$$(2.2) \quad \sum_{k=0}^n c_k(p) \int_{-\pi}^{\pi} f(p, s) e^{is(k-j)} ds = -\frac{2\pi Q}{\beta p E},$$

$$f(p, s) = \left(\frac{p^2}{\beta^2 c_1^2} + \frac{2p}{hc_2} \frac{1 - 2\mu \cos s + \mu^2}{1 - \mu^2} \right)^{1/2}, \quad \mu = e^{-\lambda}.$$

Для решения этой системы разложим c_k, f в ряды Тэйлора в окрестности точки $\mu = 0$

$$c_k(p) = \sum_{m=0}^{\infty} c_{km}(p) \mu^m, \quad f(p, s) = \sum_{m=0}^{\infty} f_m(p, s) \mu^m.$$

В дальнейшем $u_j^L, \sigma_j^L, \tau_j^L$ также будут найдены в виде рядов по степеням μ . По теореме запаздывания операционного исчисления слагаемые этих рядов описывают волны, приходящие от все более далеких волокон. Приступим к решению системы. Положив в (2.2) $\mu = 0$, получим

$$\sum_{k=0}^n c_{k0} \int_{-\pi}^{\pi} f_0 e^{is(k-j)} ds = -2\pi Q / \beta p E.$$

Но $f_0(p, s)$ не зависит от s , так что

$$(2.3) \quad \int_{-\pi}^{\pi} f_0 e^{is(k-j)} ds = \begin{cases} 2\pi f_0, & k = j, \\ 0, & k \neq j \end{cases}$$

и решаемая система распадается на отдельные уравнения.

$$c_{j0}(p) = -Q / \beta p E f_0, \quad j = 0, \dots, n,$$

Отметим, что c_j является образом смещения j -го волокна при $y = 0$. Свободный член ряда Тэйлора ($\mu = 0$, т. е. $H/c_2 = \infty$) описывает движение уединенного волокна в безграничном связующем. Из физических соображений ясно, что до прихода упругих волн от соседних волокон все

порванные волокна движутся одинаково. Поэтому c_{j0} и не зависят от номера j .

Продифференцируем (2.2) по μ и вновь положим $\mu = 0$

$$\sum_{k=0}^n c_{k1} \int_{-\pi}^{\pi} f_0 e^{is(k-j)} ds + \sum_{k=0}^n c_{k0} \int_{-\pi}^{\pi} f_1 e^{is(k-j)} ds = 0.$$

Отсюда в соответствии с (2.3)

$$2\pi f_0 c_{j1} = - \sum_{k=0}^n c_{k0} \int_{-\pi}^{\pi} f_1 e^{is(k-j)} ds,$$

т. е. c_{j1} выражаются через уже найденные c_{k0} . Действуя аналогичным образом, будем находить c_{jm} через c_{kl} , где $0 \leq l \leq m - 1$. При каждом дифференцировании соответствующая система будет распадаться в силу (2.3). Этот рекуррентный процесс имеет следующий вид:

$$(2.4) \quad c_{j0} = -Q/\beta p E f_0, \\ c_{jm} = \frac{1}{2\pi f_0} \sum_{k=0}^m \sum_{l=0}^{m-1} c_{kl} \int_{-\pi}^{\pi} f_{m-l} e^{is(k-j)} ds.$$

Переходим к вычислению $f_k = (1/k!) \partial^k f / \partial \mu^k |_{\mu=0}$. Перепишем f, f_0 в виде

$$f(p, s) = \sqrt{\frac{2p}{c_2 h}} \left(a + \frac{1 - 2\mu \cos s + \mu^2}{1 - \mu^2} \right)^{1/2}, \quad f_0 = \sqrt{\frac{2p}{c_2 h}} (a + 1), \quad a = \frac{pc_2 h}{2\beta^2 c_1^2}.$$

Пользуясь формулой нахождения k -й производной сложной функции ([5], формула 0.430) и учитывая, что производные находятся в точке $\mu = 0$, получаем (считается $(-1)!! = 1$)

$$(2.5) \quad f_k(p, s) = \sqrt{\frac{2p}{c_2 h}} \sum_{l=1}^k \sum_{r=g(k-2l+1)}^{[k/2-l/2]} (-1)^{i+k-i} \times \\ \times \frac{(2l-3)!! (l+r-1)! (\cos s)^{2l+2r-k}}{r! (l-1)! (k-l-2r)! (2l+2r-k)! (a+1)^{l-1/2}}.$$

Квадратные скобки означают взятие целой части числа, а $g(x) = \max(0, [x/2])$. Далее, так как $2l+2r-k \geq 0$, то по формуле 3.631.17 [5]

$$(2.6) \quad \int_{-\pi}^{\pi} (\cos s)^{2l+2r-k} e^{ims} ds = \frac{((-1)^k + (-1)^m) \pi}{2^{2l+2r-k}} \delta_0(2l+2r-k-|m|) \times \\ \times C_{2l+2r-k}^{r+l+m/2-k/2},$$

где

$$\delta_0(x) = \begin{cases} 1, & \text{если } x \geq 0, \\ 0, & \text{если } x < 0; \end{cases}$$

C_k^l — биномиальные коэффициенты.

Подставляя (2.5), (2.6) в (2.4), получим

$$(2.7) \quad c_{j0} = \frac{Q \sqrt{hc_2}}{2\beta E} \frac{1}{p^{3/2} (a+1)^{1/2}},$$

$$c_{jm} = \sum_{k=0}^m \sum_{l=0}^{m-1} \sum_{r=1}^{m-l} \sum_{q=g(m-l-2r+1)}^{[m-l-r/2]} \frac{(-1)^{r+m+l} + (-1)^{r+k+j}}{2^{\kappa+1}} \times$$

$$\times \frac{\delta_0(\kappa+1-|k-j|) (r+q-1)! (2r-3)!!}{(r-1)! q! (r-\kappa)! [(\kappa+k-j)/2]! [(\kappa-k+j)/2]!} \frac{c_{kl}}{(a+1)^r},$$

$$\kappa = 2r + 2q + l - m.$$

Из (1.4), (1.1), (2.7) следует, что

$$(2.8) \quad u_j^r(0, p) = \frac{Q \sqrt{hc_2}}{2\beta E} \sum_{m=0}^{\infty} \mu^m \sum_{r=0}^m \frac{(Du)_{jmr}}{p^{3/2} (a+1)^{r+1/2}},$$

$$\sigma_{n+1}^L(0, p) = Q \sum_{m=0}^{\infty} \mu^m \sum_{r=0}^m \frac{(D\sigma)_{mr}}{p^{3/2} (a+1)^{r+1/2}},$$

$$\tau_n^L(0, 0, p) = -\frac{Q\beta \sqrt{hc_2}}{2 \sqrt{c_2}} \sum_{m=0}^{\infty} \mu^m \sum_{r=0}^m \frac{(D\tau)_{mr}}{p^{1/2} (a+1)^{r+1/2}},$$

где $(Du)_{jmr}$, $(D\sigma)_{mr}$, $(D\tau)_{mr}$ — некоторые числовые коэффициенты, которые в отличие от c_{jm} уже не зависят от p . Для них в соответствии с вышеприведенными формулами имеются рекуррентные зависимости, которые не выписаны здесь ввиду громоздкости.

По формулам обращения преобразования Лапласа из [6] получим

$$\frac{1}{p^{1/2} (a+1)^{r+1/2}} \doteq \sqrt{\frac{bc_2}{H}} \frac{2(2b\theta)^r}{\pi(2r-1)!!} \int_0^{\pi/2} e^{-b\theta \cos^2 \varphi} \cos^{2r} \varphi d\varphi \equiv \sqrt{\frac{bc_2}{H}} J_r(b\theta),$$

$$\frac{1}{p(a+1)^r} \doteq \frac{1}{(r-1)!} \int_0^{b\theta} \xi^{r-1} e^{-\xi} d\xi \equiv \Phi_r(\xi),$$

$$\frac{1}{p^{3/2} (a+1)^{r+1/2}} \doteq \sqrt{\frac{2H}{bc_2}} 2b\theta \left(J_r(b\theta) - \frac{2b\theta}{2r-1} J_{r-1}(b\theta) \right),$$

где $b = 2\rho_2 H / \rho_1 h$ — параметр материала, равный удвоенному отношению массы одного слоя связующего к массе волокна; $\theta = tc_2 / H$ — безразмерное время. Для функций $J_r(\xi)$, $\Phi_r(\xi)$ имеют место рекуррентные формулы

$$J_0(\xi) = I_0(\xi/2)e^{-\xi/2}, \quad J_1(\xi) = \xi(I_0(\xi/2) - I_1(\xi/2))e^{-\xi/2},$$

$$J_r(\xi) = \frac{2\xi}{2r-1} \left(\left(1 + \frac{r-1}{\xi} \right) J_{r-1}(\xi) - J_{r-2}(\xi) \right),$$

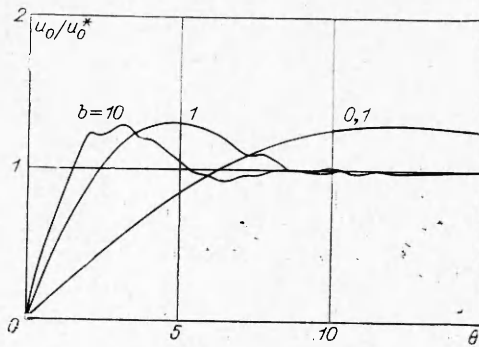
$$\Phi_1(\xi) = 1 - e^{-\xi}, \quad \Phi_r(\xi) = \Phi_{r-1}(\xi) - \xi^{r-1} e^{-\xi} / (r-1)!,$$

где I_0 , I_1 — функции Бесселя мнимого аргумента нулевого и первого порядка. Теперь можно обратиться (2.8) и выписать смещения и напряжения как функции времени и координат (приведено лишь касательное напряжение)

$$(2.9) \quad \tau_n(0, 0, \theta) = -\frac{\pi^{3/2} Q c_2^{1/2}}{2^{n+2} n!} (2n+1)!! \times$$

$$\times \sum_{m=0}^{\infty} \delta_0(\theta - m) \sum_{r=0}^m (D\tau)_{mr} J_r(b\theta - bm).$$

При любом времени t в (2.9) содержится конечное число слагаемых, так как для достаточно больших t функции Хевисайда обращаются в нуль. Физический смысл этого заключается в том, что в любой конечный момент времени любое волокно взаимодействует с конечным числом других волокон. Приводим выражения для нормального и касательного напряжений для случая $n = 0$, $\theta < 4$

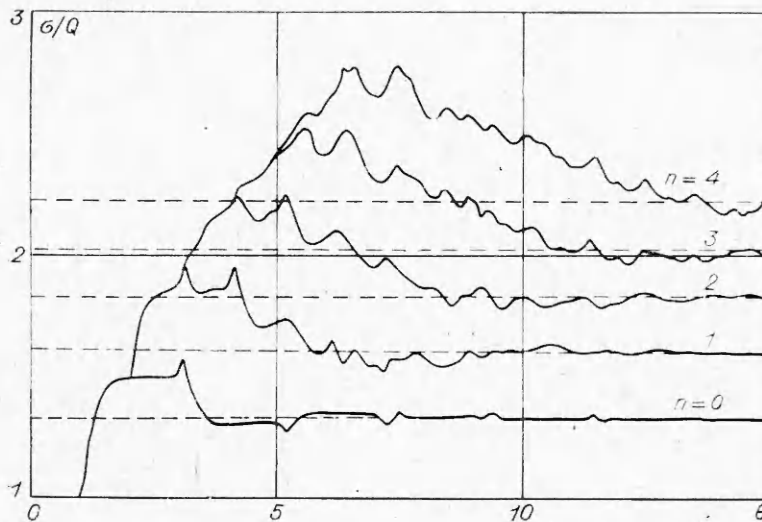


Ф и г. 1

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_1(0, \theta)}{Q} &= \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} e^{-b(\theta-1)} \right) \delta_0(\theta-1) + \left(-\frac{3}{16} + \frac{3}{16} e^{-b(\theta-3)} + \right. \\ &+ \left. \frac{13}{16} b(\theta-3) e^{-b(\theta-3)} - \frac{5}{32} b^2(\theta-3)^2 e^{-b(\theta-3)} \right) \delta_0(\theta-3), \\ \frac{\tau_0(0, 0, \theta)}{\sqrt{b} \tau_0^*} &= I_0(b\theta/2) e^{-b\theta/2} \delta_0(\theta) + \\ &+ \left\{ \left[2 - b(\theta-2) + \frac{1}{6} b^2(\theta-2)^2 \right] I_0\left(\frac{b\theta-2\theta}{2}\right) - \right. \\ &- \left. \frac{1}{6} b(\theta-2) [b(\theta-2) - 5] I_1\left(\frac{b\theta-2\theta}{2}\right) \right\} e^{-b(\theta-2)/2} \delta_0(\theta-2) \end{aligned}$$

(τ_0^* — статическое значение касательного напряжения).

Наличие рекуррентных формул для J_r , Φ_r и коэффициентов ($D\tau$) делает формулу (2.9) и аналогичные формулы для u_j и σ_{n+1} удобными для вычисления на ЭВМ. На фиг. 1 показаны зависимости u_0/u_0^* (u_0^* — статическое значение u_0) для двух порванных волокон в зависимости от безразмерного времени θ (графики для одного порванного волокна см. в [3]). На фиг. 2

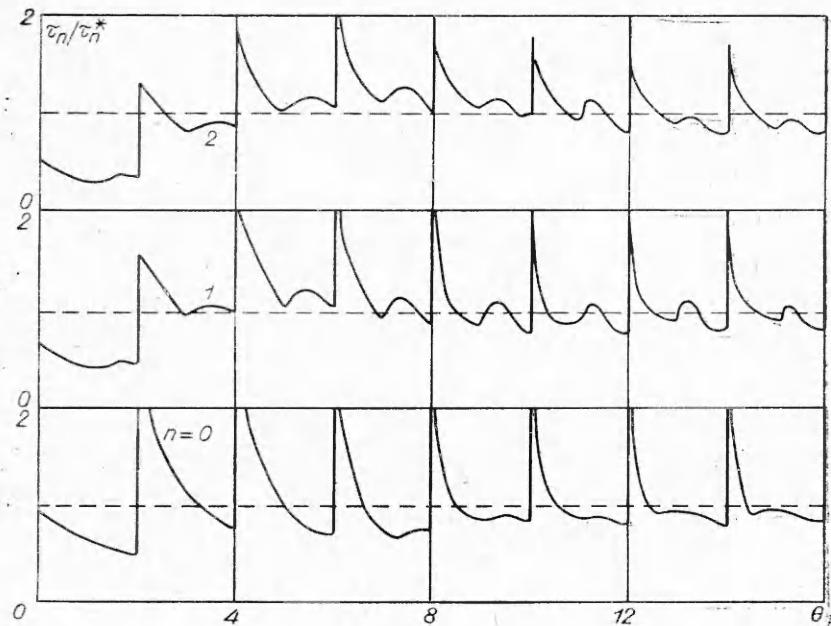


Ф и г. 2

приведены графики σ_{n+1}/Q при $b = 10$ для $n = 0; 1; 2; 3; 4$, причем к значениям этого отношения прибавлена единица, соответствующая однородному растяжению напряжением Q на бесконечности. Видно, что учет инерции связующего приводит к увеличению концентрации напряжения на первом целом волокне по сравнению со статической (штриховые линии), причем отношение динамической концентрации к статической практически не зависит от b , почти не зависит от n и приблизительно равно 1,2. С ростом b графики в безразмерном времени сжимаются. При $t \rightarrow \infty$ u_0 и σ_{n+1} стремятся к своим статическим значениям.

На фиг. 3 показаны зависимости для τ_n/τ_n^* при $b = 1$ для одного, двух и трех порванных волокон. Динамическая концентрация касательного напряжения значительно превосходит статическую, их отношение увеличивается с ростом b (см. графики [3]). Видно, что τ_n имеет в моменты времени $\theta = 2m$ разрывы и в отличие от других величин не стремится к статическому значению (штриховые линии). Это странное на первый взгляд обстоятельство является естественным следствием принятой идеализации. В модели связующее представляет собой набор «струн», жестко связанных с волокнами и не взаимодействующих друг с другом. Поведение каждой «струны» описывается волновым уравнением. В n -м слое связующего при $y = 0$ один конец соответствующей «струны» неподвижен, а скорость другого, как можно показать, имеет при $\theta = 0$ скачок, а затем непрерывна. Поэтому по «струне» бежит постоянный по величине разрыв касательного напряжения (излом). Это имеет место не только в n -м слое связующего, но и всюду на трещине. При $y > 0$ в связующем также будут разрывы касательного напряжения, но величина скачка, по-видимому, уже не будет постоянной. Остается неясным, будет ли τ_n при $y > 0$ стремиться к статическому значению.

На основании вышесказанного отметим:



Фиг. 3

1. Аналогично можно найти все величины и при $y > 0$. Коэффициенты c_k будут теми же самыми, так как они определяются из граничных условий, а вместо функции f во всех выкладках будет фигурировать $f \exp(-\beta y f)$.

2. Порванные волокна не обязательно должны располагаться подряд: можно решить задачу с произвольно расположенными порванными волокнами с условием, что все волокна рвутся на линии $y = 0$. Можно рассмотреть также неодновременный разрыв различных волокон. При этом в системе (2.2) правые части будут зависеть от номера уравнения, однако метод решения системы останется прежним.

3. До сих пор предполагалось, что после первоначального разрыва $(n + 1)$ -го волокон образец в дальнейшем не разрушается. Рассмотрим, в какой момент и каким образом начнет разрушаться образец в зависимости от прочностных свойств материалов волокон и связующего.

Будем считать, что разрушение стеклопластика может происходить двумя способами: путем разрыва волокна и путем расслоения связующего. Поскольку концентрация нормальных напряжений наибольшая на первом целом волокне при $y = 0$, будем считать, что разрыв волокна может в первую очередь произойти именно в этой точке. Концентрация касательных напряжений наибольшая в n -м слое связующего на границе $(n + 1)$ -го или n -го волокна при $y = 0$, поэтому будем считать, что отслоение связующего от волокна может в первую очередь произойти в одной из этих точек. Если принять еще, что прочность связующего на сдвиг примерно равна прочности его сцепления с волокном, то расслоение связующего в какой-либо точке внутри может произойти только после отслоения его от волокна.

Используемая модель приводит к конечным напряжениям в волокнах и связующем. Поэтому можно судить о том, будет ли образец разрушаться дальше в зависимости от того, превзойдены нормальная прочность волокна σ_* или сдвиговая прочность связующего τ_* . В модели сплошной среды в кончике трещины получаются бесконечные напряжения, и при постановке задачи о разрушении необходимо осреднять напряжения вблизи трещины по некоторой длине порядка нескольких межатомных расстояний; именно так можно получить, например, условие равновесия трещины Гриффитса [7].

Однако и в данном случае постановка условий прочности по максимальным напряжениям представляется нецелесообразной, так как напряжения весьма быстро меняются во времени (см. фиг. 2,3), а динамические касательные напряжения при $t \rightarrow \infty$ вообще не затухают и не стремятся к статическим.

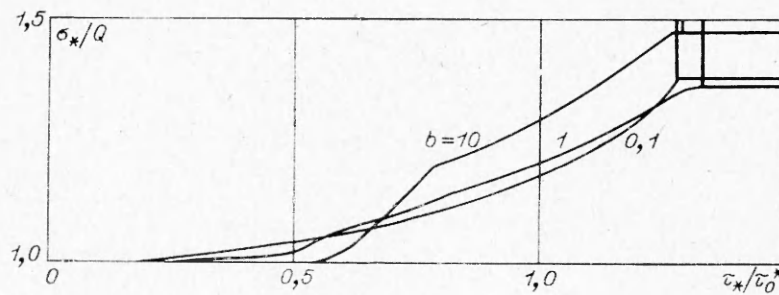
Небольшие изменения модели, например учет вязкости, могут сильно изменить максимальные значения напряжений и сделать полученные выводы сомнительными. Наконец, неестественно ставить поведение механической системы в зависимость от условий, имеющих место лишь в течение нулевого промежутка времени (достижение предела прочности сразу же приводит к разрушению). Поэтому при постановке условий прочности проводим усреднение напряжений по времени. Итак, условия прочности волокна и связующего принимаем в виде

$$(3.1) \quad \frac{1}{t_*} \int_{t-t_*}^t \sigma(\xi) d\xi < \sigma_*, \quad \frac{1}{t_*} \int_{t-t_*}^t \tau(\xi) d\xi < \tau_*$$

где t_* — константа материала, имеющая смысл времени усреднения; σ_* , τ_* — прочности волокна и связующего. Эти величины должны опреде-

ляться экспериментально. Если σ , τ постоянны по времени, то (3.1) превращается в обычное статическое условие прочности. Это же будет иметь место при достаточно больших t и $t_*(t > t_*)$, если σ , τ с ростом времени хотя бы в среднем стремятся к статическим значениям. Если $t_* \rightarrow 0$, то в точках непрерывности подынтегральных функций получаем, что текущие значения напряжений не должны превосходить пределов прочности.

Пусть образец стеклопластика растянут на бесконечности напряжением Q . Естественно предположить, что $Q < \sigma_*$. Внезапно рвется одно волокно (одновременный разрыв нескольких соседних волокон при $Q < \sigma_*$ маловероятен). При этом возможны следующие четыре случая: а) в некоторый момент времени порвутся два соседних волокна (из симметрии задачи); б) в некоторый момент времени отслоится связующее от порванного или соседних волокон; в) события «а» и «б» произойдут одновременно; г) дальнейшего разрушения не произойдет. Какой из этих случаев реализуется, зависит от значения параметров σ_*/Q , τ_*/τ_0 , b , t_* . Таким образом, каждому стеклопластику соответствует точка четырехмерного пространства с соответствующими координатами. При этом все пространство можно разбить на три области, соответствующие случаям «а», «б» и «г». Гиперповерхность, разделяющая первую и вторую области, будет соответствовать случаю «в». На фиг. 4 приведены границы этих областей для $b = 0,1; 1; 10$



Фиг. 4

при t_* , равном двум временам пробега волны сдвига между волокнами. Ниже граничной линии лежат точки, соответствующие стеклопластикам, разрушающимся путем разрыва волокон, а выше — путем отслоения связующего. В правой верхней части графика лежат точки, соответствующие неразрушающимся стеклопластикам. Границы областей мало меняются с изменением b . Это связано с усреднением динамических напряжений по времени, так как мгновенная концентрация τ сильно зависит от b . Расчет, проведенный для t_* , равного пяти временам пробега, показал, что от t_* положение границы зависит также слабо (изменения границы при варьировании t_* того же порядка, что и при варьировании b).

Поступила 12XII 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. Outwater J. O. The mechanics of plastics reinforced intension.— «Mod. plastics», 1956, vol. 33 № 7.
2. Михайлов А. М. Динамика однонаправленного стеклопластика.— ПМТФ, 1974, № 4.
3. Михайлов А. М. Динамическая концентрация напряжений около дефекта в стеклопластике.— В кн.: Динамика сплошной среды. Вып. 19—20. Новосибирск, изд. Ин-та гидродинамики СО АН СССР, 1974.

4. Михайлов А. М. О разрушении однонаправленного стеклопластика.— «Изв. АН СССР. МТТ», 1973, № 5.
5. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М., Физматгиз, 1962.
6. Диткин В. А., Прудников А. П. Справочник по операционному исчислению. М., Физматгиз, 1965.
7. Новожилов В. В. К основам теории равновесных трещин в упругих телах.— ПММ, 1969, т. 33, № 5.

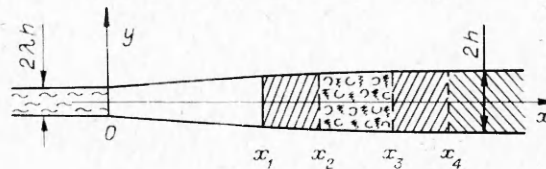
УДК 518.12 : 622.831.2

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА ВНЕЗАПНОГО ВЫДАВЛИВАНИЯ РАЗРАБАТЫВАЕМОГО УГОЛЬНОГО ПЛАСТА

С. В. Кузнецов, Н. С. Хапилова

(Донецк)

Начальная стадия выброса угля до прорыва разрушенной газоугольной массы в выработанное пространство характеризуется быстрым выдавливанием призабойной пластической зоны угля. В случае малой интенсивности выброс затухает на начальной стадии, ограничиваясь внезапным выдавливанием разрабатываемого угольного пласта.



Ф и г. 1

В работе [1] построена модель процесса внезапного выдавливания разрабатываемого угольного пласта. За неизвестные параметры, характеризующие процесс выдавливания, были приняты координата забоя x_1 , координаты начала и конца зоны разрушенного угля x_2 , x_3 и координата границы пластической зоны x_4 (фиг. 1). Сохраняя обозначения работы [1], запишем систему уравнений, описывающую процесс выдавливания. Она состоит из соотношений, выражающих условие сохранения массы для трех участков пластической зоны

$$(1) \quad \int_{x_i}^{x_{i+1}} v(x) dx = \int_{x_i}^{x_{i+1}} v^0(x) dx + \beta_i \int_{x_i}^{x_4} h dx,$$

$$\beta_i = 0 \text{ при } i = 1, 2, \beta_i = 1 \text{ при } i = 3,$$

и соотношений

$$(2) \quad \gamma H \pi + A \{ [x_2(x_4 - x_2)]^{1/2} - [x_1(x_4 - x_1)]^{1/2} \} - A_1 [x_3(x_4 - x_3)]^{1/2} + \\ + (Ax_4 + 2B) [\arctg(x_4 x_2^{-1} - 1)^{1/2} - \arctg(x_4 x_1^{-1} - \\ - 1)^{1/2}] + 2P [\arctg(x_4 x_3^{-1} - 1)^{1/2} - \arctg(x_4 x_2^{-1} - 1)^{1/2}] -$$