ЛИТЕРАТУРА

1. **Карташев Ю. М., Грохольский А. А.** Методические указания по определению прочности горных пород на сжатие. Л., ВНИМИ, 1973.
2. **Ильницкая Е. И. и др.** Свойства горных пород и методы их определения. М., «Недра», 1969.
3. **Кузнецов Г. Н.** Механические свойства горных пород. М., Углетехиздат, 1947.
4. **Бурштейн Л. С.** Статические и динамические испытания горных пород. Л., «Недра», 1970.
5. **Поль Б.** Макроскопические критерии пластического течения и хрупкого разрушения.— В кн.: Разрушение. Т. 2. М., «Мир», 1975.
6. **Brady B. T.** A mechanical equation of state for brittle rock.—«Int. J. Rock Mech. Min. Sci.», 1970, vol. 7, p. 385—421; vol. 10, p. 281—309.
7. **Brown E. T.** Controlled failure of hollow rock cylinders in uniaxial compression.—«Rock Mechanics», 1972, vol. 4, p. 1—24.
8. **Al-Chalabi M., Huang C. L.** Stress distribution within circular cylinder in compression.—«Int. J. Rock. Mech. Min. Sci.», 1974, vol. 11, N 2.
9. **Бейсетаев Р. Б., Никифоровский В. С.** К вопросу о прочности твердых тел на одноосное сжатие.— ФТПРПИ, 1976, № 3, с. 15—20.
10. **Зенкевич О., Чанг И.** Метод конечных элементов в теории сооружений и механике сплошных сред. М., «Недра», 1974.
11. **Бриджмен П.** Исследование больших пластических деформаций и разрыва. М., ИЛ, 1955.

УДК 548.5; 536.2

КОНВЕКТИВНЫЕ ЯВЛЕНИЯ В ЖИДКИХ ВКЛЮЧЕНИЯХ, ДРЕЙФУЮЩИХ В НЕОДНОРОДНО НАГРЕТЫХ ТВЕРДЫХ ТЕЛАХ

Ю. К. Братухин

(Пермь)

1. Рассмотрим заполненную жидкостью сферическую полость в безграничном твердом массиве. Жидкость растворяет вещество массива и представляет собой в равновесных условиях насыщенный раствор концентрации C_0. Зададим на бесконечности постоянный горизонтальный градиент температуры $\nabla T_e = \mathbf{A}$. При таких условиях в поле силы тяжести $\mathbf{g}$ в жидкости возникает свободное конвективное движение.

Примем, что движение медленное, установившееся; вещество массива легко растворяется в жидкости; твердая фаза из пересыщенного раствора может кристаллизоваться только на границе включения с матрицей; растворение вещества в жидкости не приводит к изменению объема последней; эффекты термодиффузии и диффузионной теплопроводности пренебрежимо малы [1]. Все параметры (кинематический и динамический коэффициенты вязкости ν и η, коэффициенты теплопроводности и температуропроводности $\varkappa$ и χ, коэффициент диффузии D) жидкости и массива постоянны. Растворимость C_0 и плотность жидкости ρ линейно зависят от температуры T. Плотность будем считать еще зависящей от концентрации C, определенной как отношение массы вещества массива в единице объема раствора к массе этого объема:

$$\rho(T,\ C) = \rho(T_0,\ C_0)\,[1 + \alpha(C - C_0) - \beta(T - T_0)],$$

$$C_0(T) = C_0(T_0) + (dC_0/dT)(T - T_0).$$

Неравномерность нагрева стенок полости приводит к растворению более нагретых участков массива и последующему диффузионному и конвективному переносу массы в сторону более холодных областей, где раствор оказывается пересыщенным и на стенках полости часть вещества матрицы выпадает в осадок. Включение начинает перемещаться в твердом массиве. Скорость этого дрейфа $\mathbf{u}$, а также изменение формы включения должны определяться в ходе решения.

Количественно движение жидких включений в кристаллах в поле температурного градиента изучалось в [1—3]. Теоретические оценки скорости дрейфа, приводимые в этих работах, не учитывают конвективных явлений.

Пусть к начальному моменту времени $t=0$ движение уже установилось. Тогда в системе отсчета, связанной с массивом, распределение скоростей $\mathbf{v}$, давлений p, температур T, концентраций C в жидкости и температур T_e в массиве определяется уравнениями конвекции в приближении Буссинеска

$$\partial\mathbf{v}/\partial t + (\mathbf{v}\nabla)\mathbf{v} = -\nabla p/\rho + \nu\Delta\mathbf{v} + \\ + \mathbf{g}\alpha(C - C_0) - \mathbf{g}\beta(T - T_0), \tag{1.1}$$

$$\operatorname{div}\mathbf{v} = 0,\ \partial C/\partial t + \mathbf{v}\nabla C = D\Delta C,$$

$$\partial T/\partial t + \mathbf{v}\nabla T = \chi\Delta T,\ \partial T_e/\partial t = \chi_e\Delta T_e,$$

здесь и далее индекс e отмечает принадлежность величины к массиву; функции без индекса относятся к жидкости; $\mathbf{g}$ —ускорение силы тяжести.

К (1.1) и сформулированным выше условиям на бесконечности нужно присоединить граничные условия на поверхности включения. Так как объем капли по предположению не меняется, то скорость жидкости на границе раздела с массивом равна скорости дрейфа $\mathbf{u}$. Кроме того, ставятся обычные условия равенства температур, тепло- и массопотоков. Концентрация равна растворимости C_0 при соответствующей температуре поверхности.

Перейдем к системе отсчета, связанной с дрейфующей полостью. Направим полярную ось z сферической системы координат (r, ϑ, φ) вверх, а начало координат совместим с центром масс капли. Угол φ отсчитываем от оси x декартовой системы координат (x, y, z), направление ортов $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$ которой определено направлением температурного градиента $\mathbf{A} = A\mathbf{j}$ и ускорением силы тяжести $\mathbf{g} = -g\mathbf{k}$. Температуру и концентрацию будем отсчитывать от невозмущенных значений этих функций в той точке, в которой находится центр масс капли в рассматриваемый момент времени t. Тогда новые «штрихованные» функции окажутся связанными со старыми следующими формулами:

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}' + \mathbf{u},\ T = \mathbf{Au}t + T', \tag{1.2}$$

$$T_e = \mathbf{Au}t + T_e',\quad C = C_0\left(1 + \frac{\partial C_0}{\partial T}\mathbf{Au}t\right) + C'.$$

Перейдем к безразмерным величинам, для чего выберем в качестве единиц длины, скорости, температуры, концентрации, давления и времени средний радиус включения соответственно a, $g\beta a^3A/\nu$, aA, $\beta aA/\alpha$, $g\beta a^3A\rho$, a^2/ν. Обозначая безразмерные переменные теми же буквами, но без штрихов, получим с помощью (1.1), (1.2) уравнения для безразмерных величин в системе отсчета, связанной с центром масс капли,

$$\partial\mathbf{v}/\partial t + \mathrm{Gr}(\mathbf{v}\nabla)\mathbf{v} = -\nabla p + \Delta\mathbf{v} + (T - C)\mathbf{k}, \tag{1.3}$$

$$\mathrm{Sc}\,\partial C/\partial t + \mathrm{ScGr}(K\mathbf{uj} + \mathbf{v}\nabla C) = \Delta C,\ \operatorname{div}\mathbf{v} = 0,$$
$$\Pr\,\partial T/\partial t + \mathrm{PrGr}(\mathbf{uj} + \mathbf{v}\nabla T) = \Delta T,$$
$$\sigma\,\partial T_e/\partial t + \sigma\mathrm{Gr}(\mathbf{uj} - \mathbf{u}\nabla T_e) = \Delta T_e,$$

где $\Pr = \nu/\chi$ и $\sigma = \nu/\chi_e$ — числа Прандтля; $\mathrm{Sc} = \nu/D$ — число Шмидта, Параметр жидкости $K = \alpha\frac{\partial C_0}{\partial T}/\beta$ характеризует связь между растворимостью и температурой. $\mathrm{Gr} = g\beta a^4 A/\nu^2$ — число Грасгофа.

Появление в левых частях (1.3) членов, пропорциональных скорости дрейфа $\mathbf{u}$, связано с выбором начала отсчета температуры и концентрации. Учет этих членов приводит к росту включения. В соответствии с экспериментом [4], где показано постоянство объема жидкого включения, этими членами можно пренебречь.

К (1.3) присоединим граничные условия на бесконечности $T_e = r\sin\vartheta\sin\varphi$ и на поверхности полости $r = R(\vartheta,\ \varphi)$

(1.4)
$$\mathbf{v} = 0,\ T = T_e,\ C = KT,$$
$$\partial T/\partial n = \varkappa\partial T_e/\partial n = \gamma\mathbf{un},\ \partial C/\partial n = \rho\mathbf{un},$$

где $\mathbf{n}$ — единичный вектор нормали к поверхности $R(\vartheta,\ \varphi)$; $\gamma = \Delta H g\beta a^3\rho_e/\nu\varkappa$— безразмерная удельная теплота растворения $\Delta H(\gamma > 0$ соответствует выделению тепла при растворении); параметр $\rho = \rho_e g a^3\alpha/\rho D\nu$ связывает диффузионный массоперенос на границе со скоростью дрейфа; $\varkappa = \varkappa_e/\varkappa$ — отношение теплопроводностей.

Будем искать стационарное ($\partial/\partial t = 0$) решение задачи (1.3), (1.4) в виде разложения по степеням малого параметра Gr [5] (в экспериментах [2] с дрейфом «капель» воды в кристаллах KCl число Грасгофа было порядка 10^{-6})

(1.5)
$$T = T_0 + \mathrm{Gr}\,T_1 + \ldots,\ T_e = \Theta_0 + \mathrm{Gr}\,\Theta_1 + \ldots,$$
$$C = C_0 + \mathrm{Gr}\,C_1 + \ldots,\ \mathbf{u} = \mathbf{u}_0 + \mathrm{Gr}\,\mathbf{u}_1 + \ldots,$$
$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 + \ldots,\ R(\vartheta,\ \varphi) = 1 + \mathrm{Gr}\,h_1(\vartheta,\ \varphi) + \ldots$$

Подставив (1.5) в (1.3), (1.4), получим

(1.6)
$$\mathbf{v}_0 = [a(1 - K)/20](r^3 - r)\mathbf{r}\times\nabla(\sin\vartheta\cdot\cos\varphi),$$
$$T_0 = ar\sin\vartheta\cdot\sin\varphi,\ \Theta_0 = (r + b/r^2)\sin\vartheta\cdot\sin\varphi,$$
$$C_0 = Kar\sin\vartheta\cdot\sin\varphi;\ \mathbf{u}_0 = (aK/\rho)\mathbf{j},\ a = 3\varkappa\psi,$$
$$b = (\varkappa - 1 + \gamma K/\rho)\psi,\ \psi^{-1} = 2\varkappa + 1 - \gamma K/\rho,$$
$$T_1 = (er + (p/28)r^5 - (p/10)r^3)\cos\vartheta,\ p = \Pr a^2(1 - K)/20,$$
$$C_1 = (dr + (s/28)r^5 - (s/10)r^3)\cos\vartheta,\ s = \mathrm{Sc}\,Ka^2(1 - K)/20,$$
$$e = (\psi/140)[17p + 9p(2\varkappa - K\gamma/\rho) - 8s\gamma/\rho],$$
$$d = (\psi/140)[8Kp + 9p(2\varkappa + 1) - 17sK\gamma/\rho],$$
$$\Theta_1 = \left(p - \frac{s\gamma}{\rho}\right)\frac{2\psi}{35}\frac{\cos\vartheta}{r^2},\quad \mathbf{u}_1 = [Kp - s(2\varkappa + 1)]\frac{2\psi}{35\rho}\mathbf{k}.$$

Функция $h_1(\vartheta,\varphi)$ в разложении $R(\vartheta,\varphi)$ тоже определяется в ходе решения и оказывается равной нулю.

2.Рассмотрим задачу (1.3), (1.4) с измененным условием на бесконечности $T_e = -r\cos\vartheta$ (подогрев снизу, $\mathbf{A} = -A\mathbf{k}$). Будем искать стационарное ($\partial/\partial t = 0$) решение системы уравнений (1.3), отбросив, как и в п. 1, члены, пропорциональные $\mathbf{u}$, в левых частях уравнений. Используя граничные условия (1.4) и новое условие на бесконечности, получим

$$\text{(2.1)}\qquad \mathbf{v} = 0,\ T = -ar\cos\vartheta,\ C = -Kar\cos\vartheta,$$
$$T_e = (-r - b/r^2)\cos\vartheta,\ \mathbf{u} = |\mathbf{u}_0|\mathbf{k}.$$

Постоянные интегрирования a, b и $\mathbf{u}_0$ выписаны в (1.6).

Диффузионное решение (2.1) становится неустойчивым при некотором Gr_* (число Грасгофа может быть как положительным (подогрев снизу), так и отрицательным (подогрев сверху)). Для определения критического числа Грасгофа Gr_* используем стандартную методику [5]. Линеаризуя уравнения конвекции смеси (1.3) по малым возмущениям скорости $\mathbf{v}$, давления p, температур τ и τ_e и концентрации c и полагая все величины зависящими от времени t по закону $\exp(-\lambda t)$, получим

$$\text{(2.2)}\qquad -\lambda\mathbf{v} = -\nabla p + \Delta\mathbf{v} + (\tau - c)\mathbf{k},$$
$$\operatorname{div}\mathbf{v} = 0,\ \lambda\sigma\tau_e - \Delta\tau_e,$$
$$-\lambda\,\mathrm{Pr}\,\tau + \mathrm{Pr}\,\mathrm{Gr}\,\mathbf{v}\nabla T = \Delta\tau,$$
$$-\lambda\,\mathrm{Sc}\,c + \mathrm{Sc}\,\mathrm{Gr}\,\mathbf{v}\nabla C = \Delta c.$$

К (2.2) присоединим граничные условия на поверхности включения $r = 1$

$$\text{(2.3)}\qquad \mathbf{v} = 0,\quad \tau = \tau_e,\quad \frac{\partial\tau}{\partial r} - \varkappa\frac{\partial\tau_e}{\partial r} = \frac{\gamma}{\rho}\frac{\partial c}{\partial r},\quad c = K\tau$$

и на бесконечности $\tau_e = 0$.

Решения уравнений (2.2) ищем в виде

$$\text{(2.4)}\qquad \mathbf{v} \sim f(r)\mathbf{r}\times\nabla(\sin\vartheta\cdot\cos\varphi),\ p = q(r,\vartheta)\sin\varphi,$$
$$c \sim \tau \sim f(r)\sin\vartheta\cdot\sin\varphi,\quad f(r) = \frac{\sin kr}{(kr)^2} - \frac{\cos kr}{kr}.$$

Подставляя (2.4) в (2.2) и исключая, как и в [6], давление, получим однородную алгебраическую систему уравнений для амплитуд возмущений. Приравнивая нулю определитель этой системы, найдем уравнение для характеристических декрементов λ

$$\text{(2.5)}\qquad \lambda^3\,\mathrm{Pr}\,\mathrm{Sc} - \lambda^2k^2(\mathrm{Pr} + \mathrm{Sc} + \mathrm{Pr}\,\mathrm{Sc}) + \lambda k^4\left[1 + \mathrm{Pr} + \mathrm{Sc} + \frac{\mathrm{Ra}\,\mathrm{Sc}\,(K-1)}{2k^4}\right] -$$
$$- k^2\left[k^4 - \frac{\mathrm{Ra}}{2}\left(1 - \frac{K\,\mathrm{Sc}}{\mathrm{Pr}}\right)\right] = 0,$$

где $\mathrm{Ra} = a\,\mathrm{Pr}\,\mathrm{Gr}$ — число Рэлея.

Декремент λ может быть комплексным $\lambda = \delta + i\omega$, δ указывает на затухание ($\delta > 0$) или нарастание ($\delta < 0$) возмущения, ω определяет их частоту. Нейтральная линия $\delta = 0$ соответствует границе монотонной ($\omega = 0$) или колебательной неустойчивости ($\omega \neq 0$).

Определим границу монотонной неустойчивости, подставив $\lambda = 0$ в (2.5)

$$\text{(2.6)}\qquad k_1 = 0,\ k_{2,3} = \pm k,\ 2k^4 = \mathrm{Ra}_*(1 - K\,\mathrm{Sc}/\mathrm{Pr}).$$

Используя (2.4), (2.6), получим общее решение (2.2), удовлетворяющее условию на бесконечности

$$\begin{gathered}\mathbf{v} = [c_1 f(r) + c_2 g(r)]\mathbf{r}\bullet\nabla(\sin\vartheta\times\cos\varphi),\\ \tau = [-(\mathrm{Ra}_*/k^2)(c_1 f - c_2 g) + c_3 r]\sin\vartheta\cdot\sin\varphi,\ \tau_e = c_4/r^2,\\ c = [-(\mathrm{Ra}_* K\,\mathrm{Sc}/k^2\,\mathrm{Pr})(c_1 f - c_2 g) + c_3 r]\sin\vartheta\cdot\sin\varphi,\\ g(r) = \frac{\mathrm{sh}\,kr}{(kr)^2} - \frac{\mathrm{ch}\,kr}{kr}.\end{gathered} \tag{2.7}$$

Подставляя (2.7) в граничные условия (2.3) и приравнивая нулю определитель, составленный из коэффициентов при c_i ($i = 1, \ldots, 4$), получим

$$\frac{K(\mathrm{Pr}-\mathrm{Sc})\rho\left(1+2\varkappa-\frac{\gamma}{\rho}\right)}{2(K-1)(\rho\,\mathrm{Pr}-\gamma K\,\mathrm{Sc})} = \varkappa + \left[\frac{k^3(\mathrm{ctg}\,k-\mathrm{cth}\,k)}{4(1-k\,\mathrm{cth}\,k)(1-k\,\mathrm{ctg}\,k)} - 1\right]. \tag{2.8}$$

Уравнение (2.8) вместе с уравнением для k в (2.6) определяет границу монотонной неустойчивости Ra_*.

При $\varkappa \to \infty$ уравнение для Ra_* имеет вид

$$\mathrm{Ra}_*(\varkappa \to \infty) = 815/(1 - K\,\mathrm{Sc}/\mathrm{Pr}). \tag{2.9}$$

Известно [6], что неустойчивость диффузионного теплопереноса через шаровую полость с фиксированной температурой поверхности наступает при критическом числе $\mathrm{Ra}_* = 815$. Изменение этого значения в $(1 - K\,\mathrm{Sc}/\mathrm{Pr})$ раз в рассматриваемой задаче можно объяснить следующим образом.

Рассмотрим виртуальное смещение объема ΔV в подогреваемой снизу жидкости. При смещении вверх элемент ΔV окажется в области, температура которой на ΔT ниже, а концентрация тяжелой компоненты на $\Delta C \sim K\Delta T$ меньше. Диффузионное решение (2.1) неустойчиво, если из объема ΔV диффундирует избыточная тяжелая компонента (характерное время $\tau_g \sim \Delta C/D \sim K\Delta T/D$), но остыть объем не успеет (характерное время остывания $\tau_T \sim \Delta T/\chi$). Подогрев снизу неустойчив, если $\tau_g/\tau_T \approx \approx K\,\mathrm{Sc}/\mathrm{Pr} < 1$, а критическое число Ra_*, как видно из (2.9), в $(1 - K\,\mathrm{Sc}/\mathrm{Pr})$ раз отличается от 815.

Для определения границы колебательной неустойчивости подставим $\lambda = i\omega$ в (2.5) и исключим ω

$$\begin{gathered}k_1 = 0,\ k_2 = k,\ k_3 = ik,\\ 2k^4\frac{(\mathrm{Pr}+\mathrm{Sc})(1+\mathrm{Sc})}{\mathrm{Sc}^2} - \mathrm{Ra}\left(1 - \frac{1+\mathrm{Sc}}{1+\mathrm{Pr}}\frac{K\,\mathrm{Pr}}{\mathrm{Sc}}\right).\end{gathered} \tag{2.10}$$

Используя (2.10), (2.4), запишем общее решение системы (2.2), удовлетворяющее условию $\tau_e = 0$ на бесконечности в виде

$$\begin{gathered}\mathbf{v} = (c_1 f + c_2 g + c_3 r)\mathbf{r}\times\nabla(\sin\vartheta\cdot\cos\varphi),\\ \tau = \mathrm{Ra}\left(\frac{c_1 f}{i\omega\,\mathrm{Pr} - k^2} + \frac{c_2 g}{i\omega\,\mathrm{Pr} + k^2} + \frac{c_3 r}{i\omega\,\mathrm{Pr}}\right)\sin\vartheta\cdot\sin\varphi,\\ c = \mathrm{Ra}\frac{K\,\mathrm{Sc}}{\mathrm{Pr}}\left(\frac{c_1 f}{i\omega\,\mathrm{Sc} - k^2} + \frac{c_2 g}{i\omega\,\mathrm{Sc} + k^2} + \frac{c_3 r}{i\omega\,\mathrm{Sc}}\right)\sin\vartheta\cdot\sin\varphi,\\ \tau_e = c_4\exp\left[(i-1)\sqrt{\frac{\sigma\omega}{2}}\,r\right]\left(\frac{1-i}{\sqrt{2\sigma\omega}\,r} + \frac{1}{\sigma\omega r^2}\right)\sin\vartheta\cdot\sin\varphi.\end{gathered} \tag{2.11}$$

Подставляя (2.11) в (2.3), получим систему однородных алгебраических уравнений. Условие совместности этих уравнений приводит в общем случае к громоздким выражениям. В частном случае при $\varkappa \to \infty$ система совместна, если $2k^4 = 815$. Последнее соотношение вместе с (2.10), (2.5) определяет границу колебательной неустойчивости Ra и частоту ω.

3. Для изучения влияния членов, пропорциональных скорости дрейфа $\mathbf{u}$ в (1.3), рассмотрим следующую модельную задачу. Пусть в массиве имеется вертикальная щель, заполненная жидкостью. Размеры щели в направлениях по осям x и z бесконечно велики. При подогреве сбоку в полости возникает конвективное движение. Вследствие описанных выше эффектов растворения границы полости должны дрейфовать в направлении градиента температуры на бесконечности $\mathbf{A}$ ($\mathbf{A}$ направлен вдоль оси y декартовой системы координат, см. п. 1). Обозначим скорость дрейфа левой (более холодной) границы u_-, а правой (более горячей) — u_+. Пусть к начальному моменту времени $t = 0$ ширина полости равна $2a_0$, тогда к моменту t ширина будет равна $2a = 2a_0 - u_-t + u_+t$. Центр полости ($y = 0$) дрейфует со скоростью $u = (u_+ + u_-)/2$.

Распределение скоростей, температур и концентраций в поставленной задаче описывается уравнениями конвекции (1.3) (здесь за единицу длины следует выбрать полуширину щели a, а остальные единицы, как в п. 1). Граничные условия имеют вид

$$T_e = y \text{ при } y = \pm\infty,$$
$$\mathbf{v} = 0,\ T = T_e,\ C = KT, \tag{3.1}$$
$$\partial T/\partial y - \varkappa \partial T_e/\partial y = \gamma u_\pm,\ \partial C/\partial y = \rho u_\pm \text{ при } y = \pm 1.$$

Задача (1.3), (3.1) имеет точное решение ($\partial/\partial t = 0$)

$$T = c_1 + c_2 y + (1/2)\mathrm{Gr}\,\mathrm{Pr}\,u y^2,$$
$$C = c_3 + c_4 y + (1/2)\mathrm{Gr}\,\mathrm{Sc}\,K u y^2,$$
$$T_e(y > 0) = y + c_5 \exp(-\sigma \mathrm{Gr}\, u y) + c_6,\ T_e(y < 0) = y,$$
$$v_z = (c_1 - c_3)\frac{y^2}{2} + (c_2 - c_4)\frac{y^3}{6} + \frac{\mathrm{Gr}\,u}{24}(\mathrm{Pr} - K\,\mathrm{Sc})\,y^4 + c_7 + c_8 y.$$

Постоянные интегрирования определяются из (3.1). Выпишем некоторые из них

$$c_1 = -(1 + \mathrm{Gr}\,\mathrm{Pr}\,u/2) + (\gamma u_- + \varkappa + \mathrm{Gr}\,u\,\mathrm{Pr}),\ c_2 = \gamma u_- + \varkappa + \mathrm{Gr}\,u\,\mathrm{Pr},$$
$$u_\pm = \varkappa \frac{\left(1 \pm \frac{K\,\mathrm{Sc}\,\mathrm{Gr}}{\rho}\right)}{\left(\frac{\rho}{K} - \gamma - \mathrm{Gr}\,\mathrm{Pr} + \frac{\gamma K}{\rho}\mathrm{Gr}\,\mathrm{Sc}\right)}.$$

Скорость дрейфа

$$u = \varkappa \Big/ \left(\frac{\rho}{K} - \gamma - \mathrm{Gr}\,\mathrm{Pr} + \frac{\gamma K}{\rho}\mathrm{Gr}\,\mathrm{Sc}\right).$$

Видно, что правая (более нагретая) стенка движется быстрее левой: полость со временем расширяется. Однако скорость этого процесса в $K\,\mathrm{Sc}\,\mathrm{Gr}/\rho$ раз меньше скорости дрейфа u.

В замкнутом объеме вследствие несжимаемости жидкости эти эффекты будут в основном вызывать напряжения в кристалле; расширяться полость не будет.

Сравним полученные результаты с экспериментальными данными. Из (1.6), (2.1) следует, что при малых Gr дрейф жидких включений определяется диффузией в объеме включения, а скорость дрейфа не зависит от размеров полости. При подогреве сбоку поправка к скорости дрейфа $\mathbf{u}_1$ направлена вверх и, следовательно, практически не влияет на скорость движения в сторону градиента температуры A. Поэтому в экспериментах отмечается [1] независимость скорости дрейфа от ориентации градиента температуры на бесконечности.

При малых Gr конвективные явления изменяют направление скорости дрейфа: тангенс угла между u и A равен $\mathrm{Gr}|\mathbf{u}_1|/|\mathbf{u}_0|$, где $\mathbf{u}_0$ и $\mathbf{u}_1$ выписаны в (1.6). В такой форме влияние конвекции на массоперенос и дрейф включений не изучалось. Величина скорости дрейфа, вычисленная по формуле (1.6) и данным [2] о свойствах раствора хлористого калия в воде, равна $1{,}1\cdot 10^{-6}$ см/с (для сферического включения в поле градиента температуры, равного 22 град/см), что находится в пределах экспериментального разброса [2].

Полученное в работе критическое число Рэлея соответствует срыву диффузионного массопереноса при вертикальном подогреве шарового включения. По данным работы [2] для раствора KCl в воде $\mathrm{Ra}_* = -2$, что соответствует подогреву сверху. Эксперименты подобного рода не проводились.

Поступила 15 III 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. **Гегузин Я. Е., Кривоглаз М. А.** Движение макроскопических включений в твердых телах. М., «Металлургия», 1971.
2. **Anthony T. R., Cline H. E.** Thermal migration of liquid droplets through solids.— «J. Appl. Phys.», 1971, vol. 42, N 9.
3. **Гегузин Я. Е., Кружанов В. С.** Движение и деформация полостей в монокристалле NaCl в поле температурного градиента.— ФТТ, 1973, № 1.
4. **Гегузин Я. Е., Дзюба А. С.** Исследование жидких включений в кристалле каменной соли во всем температурном интервале их существования.—«Кристаллография», 1973, т. 18, № 4.
5. **Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М.** Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М., «Наука», 1972.
6. **Братухин Ю. К., Шлиомис М. И.** Об одном точном решении уравнений нестационарной конвекции.— ПММ, 1964, т. 28, вып. 5.

УДК 532.546

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЗАИМОСВЯЗИ ПОЧВЕННЫХ И ГРУНТОВЫХ ВОД ПРИ ОРОШЕНИИ

С. Т. Рыбакова, В. И. Сабинин

(Новосибирск)

При близком залегании уровня грунтовых вод капиллярный приток снизу может стать существенным источником пополнения влагозапасов корнеобитаемого слоя. Величина этого притока зависит от глубины залегания уровня грунтовых вод, водно-физических свойств грунтов зоны аэрации, вида сельскохозяйственных культур, метеорологических условий.