

ПРОБЛЕМЫ ОТЫСКАНИЯ ПРОФИЛЕЙ С НАИМЕНЬШИМ КРИТИЧЕСКИМ ЧИСЛОМ КАВИТАЦИИ

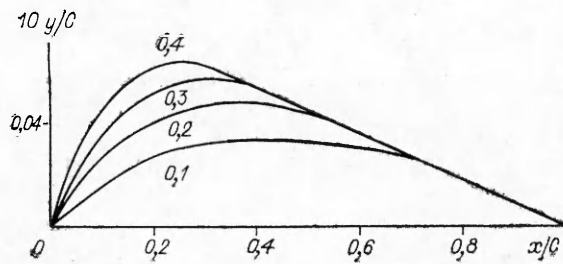
Нежелательные последствия начальных стадий кавитации лопастей часто ограничивают допустимые скорости вращения гребных винтов, которые принято характеризовать критическим числом кавитации. Увеличить эти скорости можно рациональным выбором профилей цилиндрических сечений лопастей. Принцип такого выбора для плоского однородного стационарного потока идеальной жидкости указан в [1]. Согласно этому принципу, наименьшее значение критического числа кавитации достигается на том из обладающих одинаковым коэффициентом подъемной силы профилей, который имеет наибольший по протяженности изобарический участок минимального давления на своей засасывающей стороне. Частные примеры соответствующих крыловых профилей построены в [2, 3]. Однако практическое использование оптимальных в смысле [1—3] профилей для цилиндрических сечений лопастей гребных винтов, по сведениям [4], приводило к неоднозначным результатам: если при испытаниях моделей, спроектированных по принципу [1] винтов в гидродинамических трубах, измеренное критическое число кавитации σ_c оказывалось заметно ниже значения σ_c винта-прототипа, то для установленных на судах винтов той же формы наблюдались как уменьшение, так и существенное увеличение σ_c .

Чтобы разобраться в ситуации, возникшей при попытках приложения теории [1] в инженерную практику, надо проанализировать соответствие допущений этой теории условиям обтекания лопастей. Ввиду большой сложности расчетов обтекания гребных винтов в натуральных условиях в данной работе для оценки этих допущений анализируется ряд модельных задач. В первой из них рассматриваются последствия распространения в инженерной практике приема раздельного отыскания толщины и кривизны плоских сечений лопастей. Во второй сопоставляются результаты теории [1], отвечающей положению о бесконечно малом минимальном размере каверны, и более точных расчетов критических чисел кавитации, в которых уже учитывается конечность этого размера. В третьей задаче исследуется влияние неоднородности набегающего на лопасти в пограничном слое корпуса судна потока на распределение давления и условия возникновения кавитации на профилях.

1. Положения и результаты использованной в [4] теории [1—3] относятся к плоскому однородному набегающему потоку, в то время как из-за существенно трехмерного обтекания лопастей набегающий на каждое цилиндрическое сечение поток оказывается неоднородным, изменяющимся вдоль хорды. В какой-то степени эту неоднородность учитывает широко распространенный прием [5] раздельного задания распределения толщины и кривизны средней линии профилей: стационарная неоднородность приближенно учитывается изменением кривизны профиля сечения по сравнению с решением плоской задачи. Принципиальная основа этого изменения та же, что и для изменения углов атаки сечений крыла при пересчете с одного удлинения на другое. Толщина же тогда должна отыскиваться из обратной задачи теории крыла, формально совпадающей с задачей об идеальной кавитации [6] профиля:

$$\begin{aligned}
 (1.1) \quad & \Delta\Phi = 0; \\
 (1.2) \quad & \frac{\partial\Phi}{\partial N}|_S = 0; \\
 (1.3) \quad & \lim_{x^2+y^2 \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{x+y \operatorname{tg} \alpha}{\Phi}\right) = 0; \\
 (1.4) \quad & \frac{\partial\Phi}{\partial T} \{1, 0\} = 0; \\
 (1.5) \quad & \frac{\partial\Phi}{\partial T} \Big|_{S_k} = \gamma_0; \\
 (1.6) \quad & N_y(x_2) = N_0; \\
 (1.7) \quad & 2 \oint_{(S)} \frac{\partial\Phi}{\partial T} dS = C_y^*.
 \end{aligned}$$

Здесь S — вся поверхность профиля; S_k — изобарический участок S ; T и N — орты касательной и нормали к S ; α — угол атаки; $\{x, y\} = \{1,$

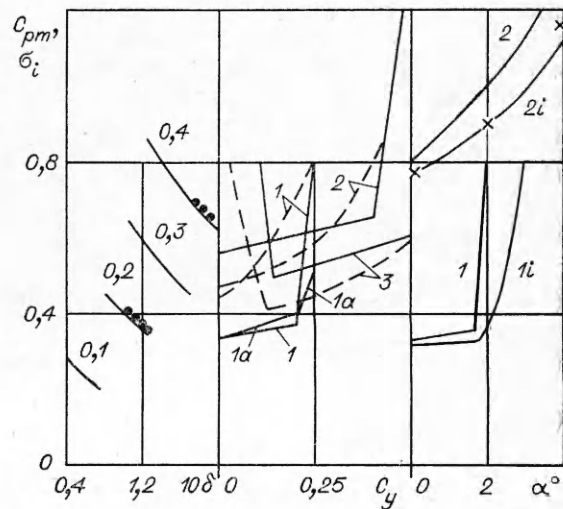


Р и с. 1

нормали к S . Форма нагнетающей стороны профиля во всем заданном диапазоне значений коэффициента подъемной силы $C_y^{**} < C_y < C_y^*$ должна обеспечить $C_{pm} = \gamma_0^2 - 1$ для $C_{pm} = [\min C_p]$ (C_p — безразмерный коэффициент давления). Для симметричных профилей $C_y^{**} = -C_y^*$ и начало S_h следует, как и в [2], совместить с передней кромкой $\{x, y\} = \{0, 0\}$, а в качестве S_f проще всего выбрать клин с заданным углом заострения задней кромки θ . Отыскание формы профиля осуществляется примерно в той же последовательности операций, в которой решаются нелинейные задачи идеальной кавитации в [6].

Типичные формы построенных таким образом толщин профилей приведены на рис. 1, где цифры у кривых — соответствующие значения C_y^* , C — хорда профиля. Представленные в левой части рис. 2 зависимости C_{pm} от наибольшей толщины δ этого семейства профилей определяют наименьшие значения C_{pm} , которые принципиально могут быть достигнуты на симметричных крыловых профилях при заданных C_y^* (указанных цифрами около расчетных кривых) и выбранном типе S_f . Значения эти оказались слабо зависящими от формы S_f : кривые в левой части рис. 2 отвечают профилям с клиновидными S_f , а кружочки — профилям с параболическими S_f , и они практически ложатся на кривые даже при относительно больших длинах S_f , соответствующих малым C_y^* . Поэтому можно рассматривать представленные зависимости как универсальные для симметричных оптимальных в смысле [1] профилей. Приведенные в средней части рис. 2 сопоставления диаграмм $C_{pm}(C_y)$ для таких профилей (сплошные линии 1, 2) и для известных своими высокими свойствами профилей NASA-0012 и NASA-66 той же δ (штриховые линии 1, 2) подтверждают это утверждение: значения C_{pm} не выше заданного профиля типа NASA-66 обеспечивают в меньшем диапазоне углов атаки или значений C_y .

Поскольку удлинение лопасти порядка единицы, то изменения кривизны профилей, обусловленные приемом [5] могут быть относительно большими (например, порядка 0,02). Если бы и в таком случае прием разделения был оптимален, то построенные здесь симметричные профили можно было бы трактовать как оптимальные в смысле [1] распределения толщины; но комбинация такой же, что и для кривой 2, толщины с кривизной NASA $a = 0,8$, как показывает нанесенный сплошной линией 3 в средней



Р и с. 2

0 — координаты задней острой кромки профиля, в которой выполняется условие Жуковского — Чаплыгина (1.4); C_y^* — заданное значение C_y ; x_2 — абсцисса точки соединения S_h с хвостовой частью профиля S_f . Постоянная γ_0 подбирается так, чтобы выполнялось (1.6), т. е. сохранялась непрерывность

части рис. 2 результат расчета, оказывается хуже диаграммы для профиля NASA-66 с теми же δ и наибольшей относительной кривизной $\delta_c = 0,02$ (штриховая линия 3). Приведенные результаты демонстрируют, что разделение формы профиля на кривизну и толщину неоптимально и вследствие этого может появиться проигрыш в C_{pm} .

2. Нельзя, однако, отождествлять C_{pm} с σ_i , они равны только для бесконечно малых каверн. В действительности же из-за сил поверхностного натяжения размер каверны и радиус кривизны ее границы r не могут стать сколь угодно малыми. Условие равновесия этой границы выражается формулой Лапласа

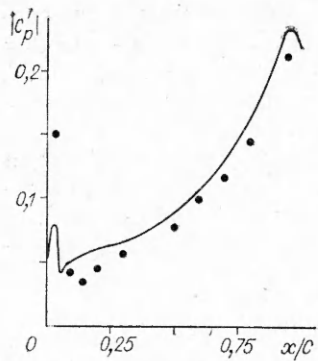
$$(2.1) \quad p_k = p + 2\tilde{\gamma}r^{-1},$$

где $\tilde{\gamma}$ — коэффициент поверхностного натяжения на границе между газом и жидкостью; p_k и p — давление по разные стороны границы. Смачиваемость поверхности лопастей обуславливает большую кривизну этой границы вблизи линии ее стыковки с поверхностью обтекаемого тела. Удовлетворяющие (2.1) минимальные размеры каверн ничтожно малы по сравнению с протяженностью лопастей, однако такие значения r одного порядка с толщиной пограничного слоя профиля вблизи передней кромки. Поэтому каверна вызывает локальное перераспределение давления, подобно преграде в пограничном слое. Основы теории, метод и примеры расчета начальных стадий кавитации изложены в [7, 8]. Здесь же в правой части рис. 2 только показано, какова может быть разность C_{pm} и σ_i ; кривая $2i$ — расчетная зависимость $\sigma_i(\alpha)$ для профиля NASA-4412 при $Re = 2 \cdot 10^6$ и $C = 0,1$ м, $2 - C_{pm}(\alpha)$ для этого профиля, экспериментальные значения $\sigma_i(\alpha)$ для него (крестики) заимствованы из [9]. Соответствие расчета и опыта вполне удовлетворительное. Кривые $1i$ и 1 — зависимости $\sigma_i(\alpha)$ и $C_{pm}(\alpha)$ для уже представленного на рис. 2 оптимального по [1] 12%-го профиля, кривой $1i$ отвечают те же $\{Re, C, \delta\}$, что и $2i$. Занижение σ_i по сравнению с C_{pm} как для традиционных, так и для оптимальных по [1] профилей примерно одинаково. Поэтому отмеченное в [4] рассогласование теории [1—3] и опыта нельзя пытаться объяснять существенно различным влиянием вязкости и капиллярности для разных профилей.

3. Однако полученные здесь и в [2, 3] профили построены для стационарного набегающего потока, в то время как лопасти гидромашин, как правило, пересекают при своем вращении неоднородный поток, вследствие чего их обтекание нестационарно даже при постоянной скорости вращения лопастей. Чтобы избежать завышенных оценок влияния неоднородности, при их выполнении надо учитывать эту нестационарность. Теоретический анализ влияния нестационарности набегающего потока на обтекание крыловых профилей обычно проводится в рамках механики идеальной жидкости [10, 11]. Если при этом указанную неоднородность, как и в [11], например, моделировать с помощью совокупности перемещающихся относительно профиля гидродинамических особенностей, то течение останется потенциальным, а краевая задача для Φ , помимо (1.1)—(1.4), будет содержать условие сохранения завихренности

$$(3.1) \quad \oint_{(S)} \frac{\partial \Phi}{\partial T} dS - \sum_i \Gamma_i = \text{const}$$

(Γ_i — интенсивности расположенных в потоке вихрей). В представленных расчетах принято упрощающее предположение о вихревой пелене за профилем: она пренебрежимо мало отклоняется от заранее заданной линии. О соответствии результатов таких расчетов опытам можно судить по рис. 3, на котором сопоставлены рассчитанные таким образом и измеренные в [12] C_p' — значения амплитуд пульсаций безразмерного коэффициента давления на засасывающей стороне крыла с профилем NASA-0012. Нестационарность потока в этих опытах создавалась вращающимся эллиптическим цилиндром, вызываемые им в отсутствие крыла пульсации



Р и с. 3

ных в пределах профиля особенностей, значения интенсивности которых подлежат определению из (1.1)—(1.4), (3.1) при любом t . Насколько можно судить по рис. 3, расчетные пульсации практически не превышают экспериментальных, и поэтому расчетные всплески C_{pm} в неоднородном нестационарном потоке, видимо, не будут превышать экспериментальные.

Неоднородность, характерную для набегающего на лопасти гребного винта потока [5] и вызванную неоднородностью поля скорости в пограничном слое корпуса судна, также удобно моделировать при расчетах с помощью представления (3.2). В приведенных ниже результатах таких расчетов Φ_1 — потенциал дрейфующей мимо профиля пары источников — сток одинаковой обильности. Расстояние между особенностями и их обильность варьировались так, чтобы обеспечить заданную ширину зоны неоднородности λ , в пределах которой $V = -\partial\Phi_1/\partial y$ падает на порядок от заданного значения V_m .

На рис. 4 представлены вычисленные в результате решения задачи (1.1)—(1.4), (3.1) зависимости C_{pm} и C_y от безразмерного времени $\tau = tU_\infty C^{-1}$ для различных профилей и потенциалов Φ_1 , причем для всех вариантов $\tau = 0$ отвечает прохождению через середину неоднородности передней кромки, $\tau = 1$ — задней. Кривые 1, 2 — зависимости $C_y(\tau)$ профиля NASA-0012 с $\delta = 0,12$ для $\alpha = \pi/180$ и $\pi/90$ соответственно при $\lambda = 0,5C$, $V_m = \pi/90$. Практически неотличимые (в масштабе рис. 4) от кривой 2 точки — зависимость $C_y(\tau)$ для оптимального в смысле [1] 12%-го профиля в потоке с той же неоднородностью. Линии 1в, 2в относятся к профилю NASA-0012 и отвечают зависимостям $C_{pm}(\tau)$ для тех же условий, для которых построены 1 и 2, кривые 1б, 2б — аналогичные зависимости для оптимального профиля. При анализе приведенных на рис. 4 зависимостей обращают на себя внимание отсутствие взаимно однозначного соответствия C_{pm} и C_y и не только сильная зависимость всплеска C_{pm} от формы профиля, но и существенный сдвиг фаз кривых $C_y(\tau)$ и $C_{pm}(\tau)$. Всплеск C_{pm} при прохождении неоднородности передней кромкой тем значительнее, чем больше $\partial C_{pm}/\partial C_y$, и оптимальные в смысле [1] профили имеют в этом заметное преимущество только тогда, когда неоднородность возмущает состояние, относящееся к середине «площадки» диаграммы $C_{pm}(C_y)$, а не к ее боковым ветвям. При этом, как показывает сопоставление кривых на рис. 2 и 4, локальный рост $|\partial\Phi/\partial y|$ в неоднородности при $\lambda \leq C$ не только не определяет всплески C_{pm} , но даже вообще сомнительна возможность использования для нахождения C_{pm} результатов для стационарного однородного потока.

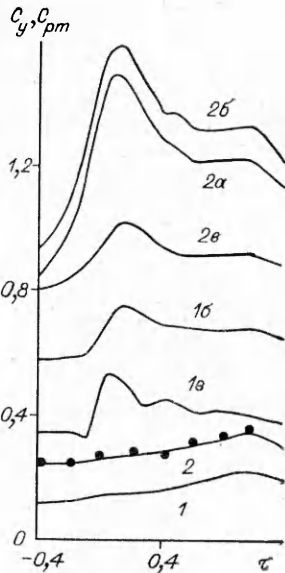
Возможности квазистационарных расчетов для неоднородных потоков иллюстрирует рис. 5, на котором приведены результаты для профиля NASA-0012 при том же $V_m = \pi/90$ (линии 1 — зависимости $C_y(\tau)$ для $\alpha = 0$, $\lambda = C/2$, 2 — $\alpha = 0$, $\lambda = 3C$, 3 — $\alpha = \pi/90$, $\lambda = C/2$, сплошные линии — нестационарная теория, а штрихпунктирные — квазистационарная, в которой $\Phi_2 = 0$ и не используется (3.1), но $\Phi_1(\tau)$ тот же самый, кривые 1р и 2р — зависимости C_{pm} для тех же режимов, для кото-

скорости были промерены и приведены в [12]. Поэтому оказалось возможным Φ в задаче (1.1)—(1.4), (3.1) представить в виде

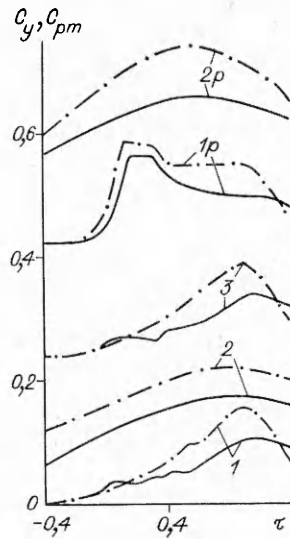
$$(3.2) \quad \Phi = \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 - x - y \operatorname{tg} \alpha,$$

где Φ_1 — потенциал возмущений от вращающегося цилиндра, аппроксимированный суммой потенциалов особенностей постоянной и переменной интенсивности, подобранных по измерениям скорости потока в намеченной для размещения крыла части трубы в его отсутствие; Φ_2 — потенциал вихревой пелены, зависящий только от одной неизвестной — интенсивности вихря, сходящего в данный момент времени с задней кромки; Φ_3 — потенциал распределен-

рых построены 1 и 2). Квасистационарный подход приводит к заметному количественному отличию от нестационарной теории, но все же значительного сдвига фаз между ними нет, и в обоих случаях всплески C_{pm} тем сильнее, чем больше λ и δ^{-1} при $V_m = \text{const}$. Можно не сомневаться и в основательности делаемых здесь по зависимости $C_{pm}(\tau)$ выводов об опасности возникновения кавитации при пересечении лопастью неоднородности набегающего потока, поскольку время прохождения неоднородности $\tau \geq 10^{-2}$ с, т. е. достаточно, чтобы успела образоваться каверна.



Р и с. 4



Р и с. 5

Подводя итог анализу модельных задач, можно сделать вывод, что наиболее вероятная причина описанных в [4] неудач с применением теории [1] к гребным винтам — неоднородность реального набегающего на лопасти потока. Насколько можно судить по кривой 2a (рис. 4), некоторый выигрыш в C_{pm} может быть достигнут при скруглении передней кромки (с соответствующим уменьшением изобарического участка при решении задачи (1.1)—(1.7); кривая 2a отвечает тому же потоку, что и 2б, а диаграмма $C_{pm}(C_y)$ в однородном набегающем потоке для такого профиля представлена на рис. 2 линией 1a в средней части). Очевидна также принципиальная возможность сформулировать соответствующую рассматриваемой проблеме задачу математического программирования. Однако не слишком большие сдвиги фаз одноименных штрихпунктирных и сплошных кривых на рис. 5 позволяют надеяться на существование небольшого набора характерных квазистационарных обратных задач для неоднородных потоков, позволяющих оптимизировать нестационарно обтекаемые профили, и, видимо, основная проблема теперь — формулировка этих задач.

Авторы признательны А. Н. Иванову за полезные дискуссии.

ЛИТЕРАТУРА

1. Garabedian P. R., Spencer D. C. Extremal methods in cavitation flow // J. Rational Mech. and Anal.— 1952.— N 1.
2. Eppler R., Shen T. Wing section for hydrofoils // J. Ship Res.— 1979.— N 3.
3. Александрова К. В. Расчет и проектирование кавитирующих профилей // Тр. НТО СП.— 1980.— Вып. 332.
4. Peterson F. Design, application and test of propellers with new blade section // 18th ITTC.— London, 1985.
5. Справочник по теории корабля.— Л.: Судостроение, 1985.— Т. 1.
6. Иванов А. Н. Гидродинамика развитых кавитационных течений.— Л.: Судостроение, 1980.
7. Амромин Э. Л., Александров К. В., Левковский Ю. Л. Определение условий возникновения кавитации на телах, обтекаемых с отрывом и присоединением пограничного слоя // ПМТФ.— 1986.— № 2.
8. Амромин Э. Л., Васильев А. В., Дробленков В. В. О различных приближениях в теории кавитационных течений вязкой капиллярной жидкости // ПМТФ.— 1988.— № 6.
9. Meulen van J. H. J. Boundary layer and cavitation studies of NACA — 16012 and NACA — 4412 Hydrofoils // 13 Symp. on Naval Hydrodyn.— Tokyo, 1980.
10. Attassi H., Goldstein M. E. Unsteady aerodynamics forces acting on loaded two-

dimensional blades in nonuniform incompressible flows // Symp. IUTAM sur l'Aeroelasticite dans les turbomachines.— Paris, 1976.

11. Курзин В. Б., Юдин В. А. Расчет гидродинамического взаимодействия решеток профилей с учетом эволюции вихревых следов // Современные проблемы механики жидкости и газа.— Иркутск, 1988.
12. Lorber F., Covert E. E. Unsteady airfoil pressures produced by periodic aerodynamics interference // AIAA J.— 1982.— N 9.

г. Ленинград

Поступила 3/IV 1990 г.

УДК 533.6.011

А. Д. Хонькин

НЕСТАЦИОНАРНЫЕ ТЕЧЕНИЯ НЕСЖИМАЕМОЙ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ С ПАМЯТЬЮ В ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ТРУБАХ

В задачах аэрогидромеханики движение вязкого теплопроводного газа традиционно изучается с помощью уравнений Навье — Стокса, которые являются следствием феноменологического замыкания законов сохранения на основе линейных соотношений переноса, связывающих потоки импульса и энергии с пространственными градиентами скорости и температуры, т. е. законов переноса Навье — Стокса и Фурье. В случае медленных квазистационарных процессов эти законы выведены из кинетического уравнения Больцмана с помощью метода Чепмена — Энскога [1]. Однако в [2, 3] показано, что в случае быстрых нестационарных движений вязкого теплопроводного газа в выражения для потоков импульса и энергии кроме членов с пространственными градиентами скорости и температуры должны быть включены временные производные (ускорения) самих потоков, характеризующие эффекты временной памяти. Полученные в этих работах обобщенные уравнения гидродинамики, названные уравнениями гидродинамики быстрых процессов, применялись к исследованию задач о распространении малых возмущений, структуре ударной волны, диффузии и др., с их помощью был получен ряд важных результатов.

В настоящей работе в рамках уравнений гидродинамики быстрых процессов изучаются нестационарные движения вязкой несжимаемой жидкости в цилиндрических трубах круглого сечения. Найдены и проанализированы точные решения задачи о пульсирующем движении жидкости под действием гармонически изменяющегося градиента давления и задачи о внезапном приведении в движение первоначально покоящейся жидкости.

1. Для непрерывных сред самого общего вида законы сохранения массы, импульса и энергии записываются как

$$(1.1) \quad \begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_k}{\partial x_k} &= 0, \quad \rho \frac{\partial u_i}{\partial t} + \rho u_k \frac{\partial u_i}{\partial x_k} = - \frac{\partial p}{\partial x_i} - \frac{\partial P_{ik}}{\partial x_k}, \\ \rho \frac{\partial e}{\partial t} + \rho u_k \frac{\partial e}{\partial x_k} &= - P \frac{\partial u_k}{\partial x_k} - P_{ik} \frac{\partial u_i}{\partial x_k} - \frac{\partial Q_k}{\partial x_k}, \end{aligned}$$

где ρ — плотность; u_i ($i = 1, 2, 3$) — составляющая скорости вдоль оси x_i декартовой системы координат (x_1, x_2, x_3); p — давление; e — внутренняя энергия; P_{ik} — поток импульса (тензор напряжений); Q_i — тепловой поток (поток энергии). Чтобы получить из законов сохранения (1.1) замкнутую систему уравнений, требуется выразить потоки импульса и энергии через параметры гидродинамического состояния ρ, u_i, e .

В рамках ньютоновской механики сплошных сред используются феноменологические линейные законы переноса Навье — Стокса и Фурье: $P_{ij} = -\mu D_{ij}$, $Q_i = -\lambda \partial T / \partial x_i$. Здесь μ и λ — коэффициенты вязкости и теплопроводности; $D_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij}$ — тензор скоростей деформаций.

В [3, 4] показано, что эти законы справедливы для описания медленных квазистационарных движений и что для описания быстро изменяющихся во времени процессов линейные алгебраические связи потоков с градиентами следует заменить дифференциальными связями:

$$\tau_p \left(\frac{\partial P_{ij}}{\partial t} + u_k \frac{\partial P_{ij}}{\partial x_k} \right) = - P_{ij} - \mu D_{ij},$$