

## О НАСЛЕДСТВЕННЫХ ТЕОРИЯХ ПОЛЗУЧЕСТИ

В. С. Наместников, Ю. Н. Работнов

(Новосибирск)

Представление о наследственно-упругом теле, развитое в работах Больцмана и Вольтерра [1,2], в последние годы начало вновь привлекать внимание исследователей. Так, развитая Н. Х. Арутюняном теория ползучести бетона [3] представляет собой расширение теории линейной наследственности на среду, свойства которой меняются со временем. Имеются многочисленные попытки применения уравнений наследственной теории упругости к различного рода полимерам [4].

Преимущество подобного описания поведения линейных сред по сравнению с различными реологическими моделями состоит в большей гибкости. Действительно, ядро наследственности может быть произвольной функцией, которую всегда можно выбрать так, чтобы наилучшим образом приблизиться к опытным данным, по крайней мере для ползучести при постоянной нагрузке. К сожалению, в литературе недостаточно данных по сравнению с экспериментами, проведенными в разных условиях, например ползучести и релаксации, ползучести при постоянных и переменных нагрузках, хотя только такие опыты позволяют ответить на вопрос о принципиальной правильности теории.

Уже для упомянутых материалов при значительных напряжениях зависимость между напряжением и деформацией перестает быть линейной, и это обстоятельство ограничивает область применения теории в первую очередь. Поэтому разными авторами предпринимались попытки построения нелинейной теории ползучести, основанной на принципе суперпозиции Больцмана — Вольтерра. Первая такая попытка принадлежит самому Вольтерра, который, в одномерном случае, принимал зависимость между напряжением и деформацией в следующем виде:

$$\varepsilon(t) = k\sigma(t) + \int_{t_0}^t M(t, \tau) \sigma(\tau) d\tau + \frac{1}{1.2} \int_{t_0}^t \int_{t_0}^t M(t, \tau_1, \tau_2) \sigma(\tau_1) \sigma(\tau_2) d\tau_1 d\tau_2 + \dots \quad (1)$$

Очевидно, что применение этой зависимости к каким-либо задачам наталкивается на большие трудности, рассчитывать на реальные результаты можно только в том случае, когда нелинейность слабая и ее влияние может быть учтено посредством малого параметра. Поэтому позже были предложены другие варианты нелинейных интегральных соотношений теории, которую можно назвать теорией наследственной пластичности. Эти варианты следующие:

Ю. Н. Работнов [5]

$$\varphi[\varepsilon(t)] = \sigma(t) + \int_0^t K(t-\tau) \sigma(\tau) d\tau \quad (2)$$

Н. Х. Арутюнян [3], М. И. Розовский [6]

$$\varepsilon(t) = \psi[\sigma(t)] + \int_0^t L(t-\tau) F[\sigma(\tau)] d\tau \quad (3)$$

Соотношение (2) пригодно для описания кривых ползучести при постоянной нагрузке [7] и при переменной возрастающей нагрузке [8] с известной степенью приближения. Проверки применимости уравнений подобного рода к случаю убывающей нагрузки, например ступенчатой разгрузки и релаксации, насколько известно, никто не производил. Уравнение (2), дополненное законом разгрузки [5], качественно объясняет явление восстановления ползучести; в этом состоит преимущество наследственной теории перед другими, однако количественное соответствие предсказаний теории и данных опыта также не проверялось.

В настоящей работе наследственная теория ползучести проверяется на основе опытов над сплавом Д-16Т при температуре 200° и 150° [9]. Опыты на ползучесть проводились при постоянных напряжениях и при нагрузках меняющимися ступенями. При температуре 150° проводились также опыты на релаксацию.

Путем обработки опытов при постоянных напряжениях были определены функции, фигурирующие в уравнениях (2) и (3).

Для закона (2)

$$\varphi(\varepsilon) = a\varepsilon^j, \quad K(t-\tau) = b(1-\alpha)(t-\tau)^{-\alpha}$$

Здесь постоянные имеют значения

при 150°

$$a = 3055 \text{ кг/мм}^2, \quad j = 0.87 \\ b = 0.119 \text{ ч}^{1-\alpha}, \quad \alpha = 0.635 \quad E = 6400 \text{ кг/мм}^2$$

при 200°

$$b = 0.0328 \sigma^{1-\alpha}, \quad \alpha = 0,72 \quad E = 6760 \text{ кг/мм}^2$$

$$\left. \begin{matrix} a = 4280 \text{ кг/мм}^2 \\ j = 0.91 \end{matrix} \right\} \sigma \leq 25.3 \frac{\text{кг}}{\text{мм}}, \quad \left. \begin{matrix} a = 2304 \text{ кг/мм}^2 \\ j = 0.80 \end{matrix} \right\} \sigma \geq 25.3 \frac{\text{кг}}{\text{мм}^2}$$

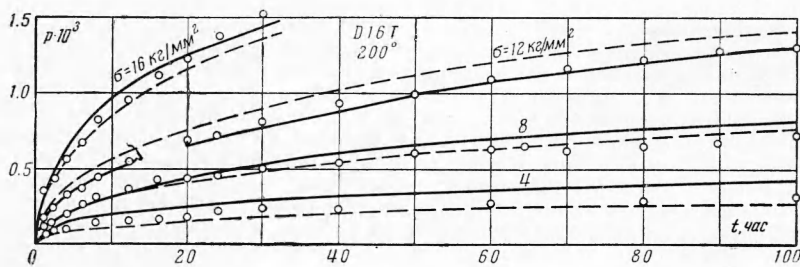
Для закона (3)

$$\psi(\sigma) = \frac{\sigma}{E}, \quad EF(\sigma) = \sigma^n, \quad G(t) = \int_0^t L(t-\tau) d\tau$$

при этом для ползучести из (3) следует

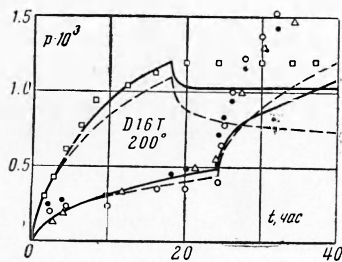
$$G(t) = \frac{E}{\sigma^n} p(t)$$

Здесь  $p(t)$  — деформация ползучести, накопленная при постоянном напряжении  $\sigma$ ;  $n = 3/2$  при 200°

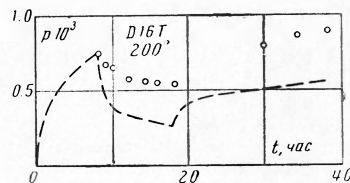


Фиг. 1

На фиг. 1 показаны первичные кривые ползучести для температуры 200°, а также их аппроксимации, получающиеся из уравнений (2) и (3) при приведенных выше значениях фигурирующих в них функций. Хотя соотношение (2) дает нелинейную зависимость начальной деформации от напряжений, а из соотношения (3) эта зависимость получается линейной, показатель  $j = 0.87$  мало отличается от единицы, поэтому как та, так и другая аппроксимации могут считаться пригодными.



Фиг. 2



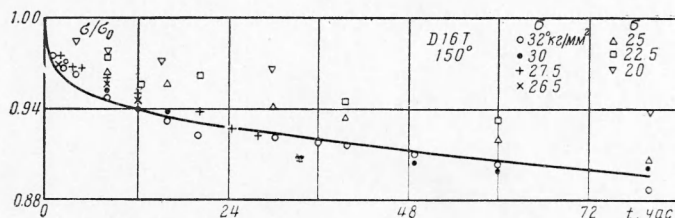
Фиг. 3

На фиг. 2 приведены результаты двух опытов на ползучесть при ступенчатых нагрузках. В первом опыте напряжение было постоянным и равным 8 кг/мм<sup>2</sup> в течение 24 ч, после чего внезапно увеличилось до 16 кг/мм<sup>2</sup>, во втором опыте в течение 18 ч напряжение было равно 16 кг/мм<sup>2</sup>, после чего уменьшилось до 8 кг/мм<sup>2</sup>. Сплошными линиями показаны расчетные кривые, построенные по уравнению (2), пунктирными — по уравнению (3).

Как видно, степень соответствия между теорией и опытными данными для возрастающих нагрузок примерно такая же, какая наблюдалась ранее [6]. Однако для убывающих нагрузок теория в том и другом вариантах дает слишком большое восстановление, в действительности этот эффект играет гораздо меньшую роль.

На фиг. 3 приведена кривая ползучести для трех ступеней изменения нагрузки. В течение первых 8 ч напряжение было равно  $16 \text{ кг/мм}^2$ , затем в течение 10 ч  $1 \text{ кг/мм}^2$  и потом было снова увеличено до  $8 \text{ кг/мм}^2$  (расчет производился по уравнению (3)). Как видно, качественный характер экспериментальной и теоретической кривых одинаков, но количественная разница довольно велика, опять-таки за счет преувеличенного возврата.

Опыты на релаксацию проводились при температуре  $150^\circ$  от различных напряжений. Если отгадывать величину напряжения, отнесенную к начальному напряжению



Фиг. 4

как это сделано на фиг. 4, согласно уравнению (2), кривые для разных начальных напряжений должны совпасть. Как видно, опыт этого не подтверждает. Полученная при помощи уравнения (2) расчетная кривая релаксации довольно хорошо соответствует опытным данным при напряжениях 30 и  $32 \text{ кг/мм}^2$ .

Среди известных феноменологических теорий ползучести наиболее приемлемыми являются теория, основанная на гипотезе уравнения состояния, и теория наследственности в том или ином варианте. Как та, так и другая теория не описывают всех особенностей поведения тел в условиях ползучести; в случае ступенчатых нагрузок опыты обнаруживают систематические отклонения как от той, так и от другой теории. Приведенные данные позволяют отдать предпочтение гипотезе уравнения состояния. Правда, явление восстановления ползучести не укладывается в рамки этой гипотезы, однако роль его не столь велика. Случай возрастающих нагрузок описывается как той, так и другой теорией примерно одинаково, случай релаксации лучше предсказывается при помощи уравнения состояния.

Желая остаться на точке зрения наследственности, необходимо искать пути усовершенствования и соответствующего усложнения основных уравнений, по-видимому, за счет видоизменения закона ползучести при разгрузке и введения некоторых параметров, характеризующих разупрочнение при увеличении нагрузки.

Поступила 31 III 1961

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Boltzman. Zur Theorie der elastischen Nachwirkung. Wiener Ber., 1874, v. 70.
2. Volterra. Leçons sur les fonctions de lignes. Paris, Gauthier — Villard, 1913.
3. А р у т ю н я н Н. Х. Некоторые вопросы теории ползучести. ГТТИ, 1951.
4. Л е е Е. Н., Viscoelastic stress analysis. Structural mechanics, Pergamon Press, 1960.
5. Работнов Ю. Н. Некоторые вопросы теории ползучести. Вестн. МГУ, 1948, № 10.
6. Розовский М. И. Ползучесть и длительное разрушение материалов. ЖТФ, 1951, т. XXI, № 11.
7. Turner F. H., Blumquist K. E. A Study of the Applicability of Rabotnov's Creep Parameter for Aluminium Alloy; J. Aeronaut. Sci., 1956, 12, 23.
8. Жуков А. М., Работнов Ю. Н., Чуриков Ф. С. Экспериментальная проверка некоторых теорий ползучести. Инж. сб., 1953, т. XVII.
9. Наместников В. С., Хвостунков А. А. Ползучесть дуралюмина при постоянных и переменных нагрузках. ПМТФ, 1960, № 4.