

пластины циркония весьма велик даже для очень тонкой пластины при температуре, заметно отличающейся от температуры воспламенения. Так, при  $H_2 = 0,1$  мм и  $T_0 = 860$  К  $t_i = 5,6 \cdot 10^3$  с.

Большое значение периода индукции ставит определенные трудности при экспериментальном определении температуры воспламенения не только пластин циркония, но и других металлов, окисляющихся по параболическому закону.

### Выводы

В работе получены соотношения для расчета периода индукции (16), (18) и температуры воспламенения (23) пластины металла, окисляющегося по параболическому закону.

Показано, что при анализе критического условия воспламенения пластину металла следует рассматривать как термически тонкую. Критические условия воспламенения (23), в частности температура, не зависят от толщины пластины металла. При достаточно высокой начальной температуре ( $T_0 > E/8R$ ) происходит вырождение «взрывного» характера воспламенения.

Развитая в работе теория применима для описания воспламенения не только монолитной, но и пористой пластины, а также слоя порошка металла.

Авторы выражают благодарность Ф. И. Дубовицкому за постоянную поддержку работы и В. П. Володину за проведение ряда расчетов.

### ЛИТЕРАТУРА

1. В. И. Розенбанд, ФГВ, 1974, 10, 2, 212.
2. А. П. Алдушин, Е. А. Некрасов, Ю. М. Максимов. Изв. АН СССР. Металлы, 1977, 2, 121.
3. А. П. Бабич, П. М. Беляев, А. А. Рядно. — В кн.: Горение и взрыв. М.: Наука, 1972.
4. Д. А. Франк-Каменецкий. Диффузия и теплопередача в химической кинетике. М.: Наука, 1967.
5. В. И. Розенбанд, Л. Ф. Афанасьева. Порошковая металлургия. 1979, 6, 99.
6. В. И. Розенбанд, В. А. Чичев, Л. Ф. Афанасьева. ФГВ, 1976, 12, 1, 31.

Поступила в редакцию 28/II 1985,  
после доработки — 11/VI 1985

## К РАСЧЕТУ КРИТИЧЕСКИХ УСЛОВИЙ ВОСПЛАМЕНЕНИЯ МЕТАЛЛА ВЫСОКОСКОРОСТНЫМ НАГРЕТЫМ ПОТОКОМ ОКИСЛИТЕЛЯ

Ю. А. Гостинцев, В. В. Лазарев, Ю. В. Фролов  
(Москва)

В [1, 2] сформулированы основные положения теории неизотермического окисления и гетерогенного воспламенения металлов при их контакте с покоящимся нагретым газообразным окислителем и проанализированы критические условия воспламенения при степенных законах кинетики роста окисной пленки. Ниже рассматривается случай воспламенения при обтекании стенки металла горячим потоком окислителя с более общим кинетическим законом образования окисла.

Контакт горячего газообразного окислителя с металлом создает предпосылки для развития ускоряющейся экзотермической гетерогенной реакции окисления на поверхности. Возможность воспламенения при этом зависит от целого комплекса параметров, характеризующих окислитель, условия его тепло- и массообмена со стенкой металла, диффузию окислителя в тонком слое окисла и тепловыделение из-за экзотермической реакции окисления. Кинетика роста толщины окисной пленки

и характер тепловыделения сложным образом зависят от текущих значений температуры поверхности и толщины окисла. Для большого числа металлов по данным гравиметрического анализа относительно увеличение массы образца на единице окисляемой поверхности  $\Delta m$  (кг/м<sup>2</sup>) при неизменных во времени параметрах окислителя подчиняется обобщенному параболическому закону [3]

$$(\Delta m)^2 + a(\Delta m) = Kt, \quad (1)$$

где  $a$  в кг/м<sup>2</sup> и  $K$  в кг<sup>2</sup>/(м<sup>4</sup>·с) — константы;  $t$  — время в с. Влияние температуры металла выражается формулой

$$K = K_m \exp(-E/RT_s).$$

Продифференцировав (1) по времени и учитывая, что количество связанного окислителя  $\Delta m = \rho_1 \delta / \sigma$  ( $\rho_1$ ,  $\sigma$  — плотность и количество окисла), образующегося на 1 г окислителя, а  $\delta$  — толщина окисной пленки, получим

$$\frac{d\delta}{dt} = \frac{K_m \sigma \exp(-E/RT_s)}{\rho_1 (a + 2\rho_1 \delta / \sigma)}. \quad (2)$$

Уравнения (1) и (2) при достаточно коротких временах соответствуют линейному закону окисления  $d\delta/dt \approx K\sigma/(\rho_1 a)$ , а при  $\rho_1 \delta / \sigma \gg a$  — параболическому  $d\delta/dt \approx K\sigma^2/(2\rho_1^2 \delta)$ . Для окисления железа в парах воды, например, переход от линейного к параболическому закону независимо от температуры происходит при  $\Delta m \approx 10^{-2}$  кг/м<sup>2</sup>, что соответствует окалине толщиной  $7.5 \cdot 10^{-5}$  м [3]. Если начальная толщина окисной пленки  $\delta_0$  больше этого значения, можно формально пользоваться квадратичным законом окисления.

При нагревании металлической стенки горячим потоком окислителя кроме уравнения (2) для определения температуры поверхности  $T_s$  необходимо рассмотреть условия тепло- и массообмена газа с металлом. Сделаем, следуя [1, 2], дополнительные предположения:

1) окислитель расходуется только на образование окисной пленки, не образуя твердого раствора в металле;

2) кинетический закон окисления (2) устанавливается, как только блок металла приведен в контакт с газообразным потоком окислителя;

3) тепловое сопротивление окисной пленки несущественно, что справедливо для рассмотрения вопросов воспламенения;

4) градиенты концентрации и температуры в газе отсутствуют, а параметры потока окислителя не меняются во времени. Принятые допущения означают, что процессы переноса в газе на стадии воспламенения квазистационарны, а наиболее медленным процессом диффузии окислителя в металл через пленку окисла и тепловая перестройка конденсированной фазы. Такие условия могут реализовываться, например, в высокоскоростных потоках нагретого кислорода при больших давлениях. Систему уравнений, описывающих гетерогенное окисление плоской стенки металла в потоке горячего окислителя, в таких предположениях можно записать в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial t} &= \kappa \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, \quad 0 \leq x < \infty. \\ T(\infty, t) &= T_0, \quad T(x, 0) = T_0, \quad T(0, t) = T_s(t), \\ -\lambda \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)_{x=0} &= Q_0 \rho_1 \frac{d\delta}{dt} + \alpha (T_g - T_s), \\ \frac{d\delta}{dt} &= \frac{K_m \sigma \exp(-E/RT_s)}{\rho_1 (a + 2\rho_1 \delta / \sigma)}, \quad \delta(0) = \delta_0. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь  $T$ ,  $\kappa$ ,  $\lambda$  — температура и коэффициенты температуро- и теплопроводности металла;  $Q_0$  — тепловой эффект реакции на единицу массы окисла;  $\alpha$  — коэффициент теплоотдачи от газа к стенке;  $T_g$  — температура потока окислителя, принимаемая постоянной;  $T_0$ ,  $\delta_0$  — начальные значения

чения температуры металла и толщины окисной пленки. Для умеренных  $T_0$  и больших значений энергии активации  $E$ , характерных для кинетики окисления металлов, началу бурной химической реакции предшествует инертный прогрев металла до некоторой температуры поверхности  $T_s^*$ . Стадия инертного прогрева описывается системой

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \kappa \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, \quad T(\infty, t) = T(x, 0) = T_0, \quad T(0, t) = T_s(t),$$

$$-\lambda \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)_{x=0} = \alpha(T_g - T_s)$$

с решением [4]

$$\frac{T - T_0}{T_g - T_0} = \Phi_* \left( \frac{x}{2\sqrt{\kappa t}} \right) - e^{\left( \frac{\alpha x + \alpha^2 \kappa t}{\lambda + \lambda^2 t} \right)} \Phi_* \left( \frac{x}{2\sqrt{\kappa t}} + \frac{\alpha}{\lambda} \sqrt{\kappa t} \right),$$

$$\Phi_*(z) = \frac{2}{\pi} \int_z^\infty \exp(-\xi^2) d\xi.$$

Из (4) для  $T_s$  следует

$$\frac{T_s - T_0}{T_g - T_0} = 1 - e^{\frac{\alpha^2 \kappa t}{\lambda^2}} \Phi_* \left( \frac{\alpha}{\lambda} \sqrt{\kappa t} \right).$$

Имея в виду исследование предельных условий воспламенения, когда малые изменения температуры поверхности  $\Delta T_s$  вблизи критического значения  $T_s^*$ , достигаемого при  $t = t_*$  ( $t_*$  находится из (5) при  $T_s = T_s^*$ ), приводят к качественному изменению характера развития процесса во времени, разложим экспоненту в (3) по методу Франк-Каменецкого. Тогда стадия активного окисления при  $t_1 = t - t_*$  будет определяться уравнениями

$$\frac{\partial \Delta T}{\partial t_1} = \kappa \frac{\partial^2 \Delta T}{\partial x^2}, \quad \Delta T(\infty, t_1) = \Delta T(x, 0) = 0,$$

$$-\lambda \left( \frac{\partial \Delta T}{\partial x} \right)_{x=0} = Q_0 \rho_1 \frac{d\delta}{dt_1} - \alpha \Delta T_{s*}$$

$$\frac{d\delta}{dt_1} = \frac{K_m \sigma \exp(-E/RT_s^*)}{\rho_1 (a + 2\rho_1 \delta/\sigma)} \exp \left[ \frac{E \Delta T_s}{R (T_s^*)^2} \right].$$

Введем характерные величины для расстояния, времени и температуры:

$$r_0 = \frac{R (T_s^*)^2 (1+b)}{E k_m Q_0 \sigma} \lambda \exp \left( \frac{E}{RT_s^*} \right), \quad t_0 = \frac{r_0^2}{\kappa}, \quad T_{0*} = \frac{R (T_s^*)^2}{E},$$

тогда (6) примет безразмерный вид

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial \xi^2}, \quad \vartheta(\infty, \tau) = \vartheta_s(0) = 0,$$

$$-\left( \frac{\partial \vartheta}{\partial \xi} \right)_{\xi=0} = \frac{\exp \vartheta_s}{1+\eta} - \varepsilon \vartheta_s, \quad \frac{d\eta}{d\tau} = \gamma \frac{\exp \vartheta_s}{1+\eta}, \quad \eta(0) = 0.$$

Здесь  $\varepsilon = \frac{\alpha r_0}{\lambda}$ ;  $\gamma = \frac{2K_m r_0^2 \exp(-E/RT_s^*)}{a^2 (1+b)^2 \kappa}$ ;  $\eta = \frac{b}{1+b} \left( \frac{\delta}{\delta_0} - 1 \right)$ ;  $b = \frac{2\rho_1 \delta_0}{\sigma a}$ .

Видно, что стадия химического разогрева описывается двумя безразмерными параметрами

$$\varepsilon = \frac{\alpha a (1+b)}{K_m Q_0 \sigma} \frac{R (T_s^*)^2}{E} \exp \left( \frac{E}{RT_s^*} \right), \quad \gamma = \frac{2}{\kappa K_m} \left[ \lambda \frac{R (T_s^*)^2}{E} \right]^2 \exp \left( \frac{E}{RT_s^*} \right).$$

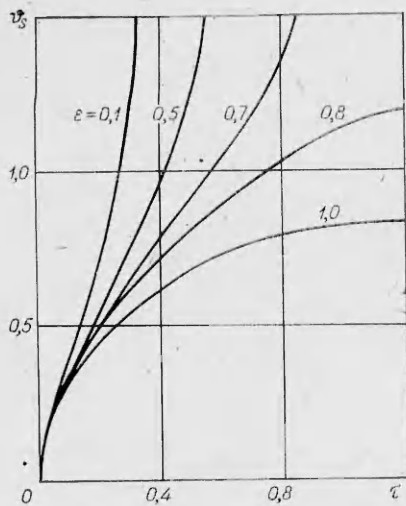


Рис. 1. Безразмерное превышение температуры поверхности  $\vartheta_s$  от безразмерного времени  $\tau$  для стадии химического разогрева;  $\gamma = 0,3$ .

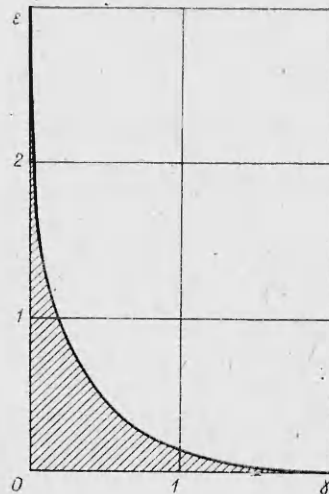


Рис. 2. Критическая область воспламенения (заштрихована) в координатах  $\gamma, \epsilon$ .

Будем искать приближенное решение (7) методом интегральных соотношений среди функций  $\vartheta = \vartheta_s(\tau) \exp(-\xi/\Sigma(\tau))$ , удовлетворяющих граничному условию на бесконечности. Здесь  $\vartheta_s(\tau)$  и  $\Sigma(\tau)$  — подлежащие определению неизвестные функции времени;  $\vartheta_s = \Sigma = 0$  при  $\tau = 0$ . Проинтегрировав уравнение теплопроводности из (7) по  $\xi$  от 0 до  $\infty$  с учетом условия при  $\xi = 0$ , получим

$$\frac{d\vartheta_s}{d\tau} = \frac{[e^{\vartheta_s} - \epsilon(1+\eta)\vartheta_s] - \gamma\vartheta_s^2 e^{2\vartheta_s}}{(1+\eta)^2 \vartheta_s [e^{\vartheta_s}(2-\vartheta_s) - \epsilon(1+\eta)\vartheta_s]},$$

$$\frac{d\eta}{d\tau} = \gamma \frac{e^{\vartheta_s}}{1+\eta}, \quad \eta(0) = \vartheta_s(0) = 0. \quad (8)$$

Решение (8) находилось численным счетом. Для примера на рис. 1 приведены зависимости приращения  $\vartheta_s$  на стадии химического взаимодействия от  $\tau$  при разных значениях параметра  $\epsilon$ . Видно, что критическое условие воспламенения для данной величины  $\gamma$  достигается при

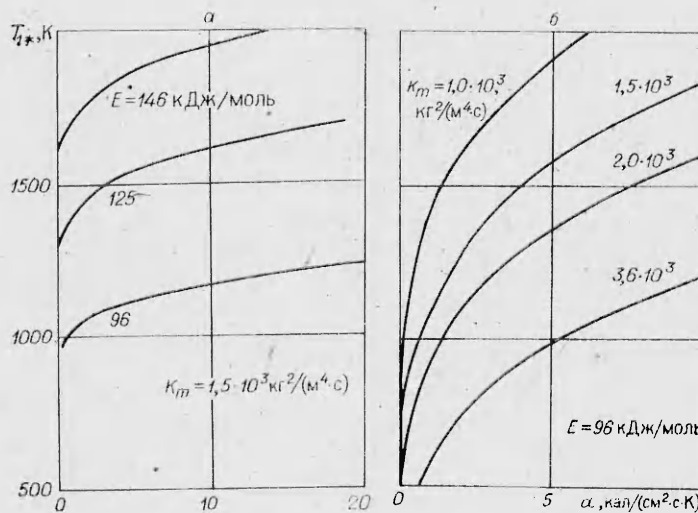


Рис. 3. Зависимость  $T_s^*$  от  $\alpha$ .

$\varepsilon = 0,78$ . В координатах  $\gamma, \varepsilon$  расчетная критическая область воспламенения (заштрихована) представлена на рис. 2. Предельные точки критической линии можно получить из анализа (8):  $\gamma \rightarrow 0, \varepsilon \rightarrow e, \varepsilon \rightarrow 0, \gamma \rightarrow 1/4e^2$ .

Если на стадии инертного прогрева, описываемого уравнением (4), линия фазовой траектории данного процесса в координатах  $\gamma, \varepsilon$  с течением времени достигнет кривой, отделяющей критическую область, то произойдет воспламенение металла.

На рис. 3 приведены примеры изменения критических условий воспламенения для различных кинетических констант окисления  $K_m$  и  $E$ . Использовались следующие значения теплофизических величин:  $\lambda = 58,5$  Вт/(м·К),  $\sigma = 4,7$ ,  $\rho_1 = 8,9 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>,  $\kappa = 1,4 \cdot 10^{-5}$  м<sup>2</sup>/с,  $Q_0 = 3220$  кДж/кг,  $\delta_0 = 10^{-7}$  м,  $a = 1,5 \cdot 10^{-2}$  кг/м<sup>2</sup>. Рост коэффициента теплообмена  $\alpha$  при прочих равных условиях приводит к увеличению температуры воспламенения.

Отметим, что использованное допущение о возможности пренебрежения вкладом инертного прогрева металла на стадии воспламенения ( $\gamma$  и  $\varepsilon$  постоянны при  $i > i_*$ ) справедливо, когда характерное время прогрева  $i_* \sim \lambda^2/(\alpha^2 \kappa)$  много больше характерного времени химической реакции  $t_x \sim r_0^2/\kappa = \varepsilon^2 \lambda^2/(\alpha^2 \kappa) = \varepsilon^2 t_*$  и выполняется при  $\varepsilon^2 < 1$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Б. И. Хайкин, В. И. Блошенко, А. Г. Мержанов. ФГВ, 1970, 6, 4, 474.
2. В. И. Розенбанд. ФГВ, 1974, 10, 2, 212.
3. Окисление металлов/Под ред. Ж. Бенара. Т. 2. М.: Металлургия, 1969.
4. Г. Карслоу, Д. Егер. Теплопроводность твердых тел. М.: Наука, 1964.

Поступила в редакцию 22/IV 1985,  
после доработки — 5/VIII 1985.

### РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ЗАЖИГАНИЯ КОНДЕНСИРОВАННЫХ СИСТЕМ НА ОСНОВЕ РАЗНОСТНОЙ СХЕМЫ С МЕНЯЮЩЕЙСЯ ВО ВРЕМЕНИ РАСЧЕТНОЙ СЕТКОЙ

*И. Г. Боровской, С. С. Бойдарчук, Е. А. Козлов, В. Н. Вилюнов*  
(Томск)

Наряду с адиабатической, квазистационарной и некоторыми другими теориями численный метод решения нелинейного уравнения теплопроводности остается основным инструментом теоретического исследования процесса зажигания конденсированных систем, особенно в случае переменного во времени подводимого теплового потока и при решении задачи воспламенения в общей постановке с учетом химического превращения исходного вещества. Широкое распространение при этом получили разностные схемы, использующие равномерные расчетные сетки, хотя их применение сопряжено с одной трудностью. Она заключается в невозможности достаточно точной оценки глубины прогрева конденсированного вещества на момент воспламенения пороха. Следовательно, затруднен и оптимальный выбор соответствующего количества расчетных узлов сетки при заданном, довольно малом шаге интегрирования по пространству. Это заставляет прибегать в практике расчетов к ряду специальных приемов, но все они, как правило, приводят либо к повышенным затратам ресурсов ЭВМ, либо к потере точности вычислений и искажению конечных результатов.

Предлагаемая явная разностная схема на адаптирующейся расчетной сетке, меняющейся в зависимости от условий прогрева, лишена отмеченных недостатков. Выбор явной реализации разностной схемы не