

УДК 536.46

ВЛИЯНИЕ КРИВИЗНЫ СФЕРИЧЕСКОГО ПЛАМЕНИ НА ЕГО СКОРОСТЬ. СРАВНЕНИЕ ДВУХ ПОДХОДОВ

В. В. Замашиков

Институт химической кинетики и горения им. В. В. Воеводского СО РАН, 630090 Новосибирск
albor@kinetics.nsc.ru

Проведено сравнение двух подходов к описанию расширяющегося сферического пламени. Обработка достаточно большого количества экспериментальных данных показала, что подход, в котором в качестве малого параметра используется параметр, пропорциональный скорости деформации, дает меньшую точность аппроксимации, чем подход, основанный на использовании в качестве малого параметра отношения толщины пламени к радиусу кривизны.

Ключевые слова: сферические пламена, растяжение пламени, скорость распространения пламени, влияние кривизны.

DOI 10.15372/FGV20210203

ВВЕДЕНИЕ

Широкое использование горения в повседневной жизни стало возможным во многом благодаря научным достижениям в этой области. Изучение процессов, происходящих при горении, позволило выделить параметры, важные с практической точки зрения. Одним из таких параметров, характеризующих свойства конкретной газовой горючей смеси, является нормальная скорость горения. Эта характеристика удобна тем, что ее сравнительно просто измерить. Однако оказалось, что нормальная скорость пламени зависит не только от состава смеси, но и от условий, при которых она измерена. Волна горения представляет собой пространственную структуру в форме слоя с поступающей в него исходной горючей смесью. Нормальная скорость зависит от структуры этого слоя и от искривления линий тока входящего в него горючего газа [1]. Эта зависимость обусловлена диффузионными процессами, имеющими место в волне горения. Для слабо искривленных пламен, когда толщина слоя много меньше радиуса кривизны, Маркштейн предложил учитывать влияние кривизны поверхности пламени на нормальную скорость u_n следующим образом [2]:

$$u_n = u_{n0} \left(1 + \frac{L_m}{R} \right), \quad (1)$$

где L_m — длина Маркштейна, по порядку величины сравнимая с толщиной фронта пламени, u_{n0} — нормальная скорость плоского пламени, R — радиус кривизны фронта пламени, который определяется следующим образом [2]: $1/R = \text{div}(\vec{n})$, где \vec{n} — единичный вектор, направленный по нормали к поверхности пламени. Дивергенция единичного вектора осредняется по всем направлениям.

Однако даже если поверхность пламени плоская, она может деформироваться потоком газа, входящим во фронт горения, что оказывает влияние на нормальную скорость, но не учитывается соотношением, предложенным Маркштейном. Параметр, который учитывает и искривление, и растяжение/сжатие пламени, был предложен Вильямсом [3]:

$$k = \frac{1}{A} \frac{dA}{dt}.$$

Производная находится при стремлении площади A участка поверхности горения к нулю. Очевидно, что это справедливо, когда характерные размеры, при которых происходит деформация поверхности пламени, существенно больше его толщины. Выражения для коэффициента k были получены в [4–7]. Согласно [6] этот коэффициент представляет собой сумму двух составляющих: одна пропорциональна нормальной компоненте скорости элемента поверхности фронта, вторая — градиенту тангенциальной составляющей скорости газа вдоль поверхности пламени. Также были получены

значения этого параметра для наиболее простых случаев — сферического, цилиндрического и других пламен. Таким образом, этот коэффициент, с одной стороны, является более универсальным, а с другой — его довольно просто вычислить.

Требовалось найти связь между нормальной скоростью и параметром k . Это было сделано в работе Клавина [8]:

$$u_{n0} - u_n = L \frac{1}{A} \frac{dA}{dt} = Lk. \quad (2)$$

Отметим, что эта связь получена для случая, когда Lk мало по сравнению с u_{n0} . Однако в работе [9] показано, что в результате деформации пламени изменение нормальной скорости представляет собой сумму двух составляющих: одна пропорциональна кривизне (совпадает с приближением Маркштейна), вторая — коэффициенту растяжения/сжатия. Авторы рассматривали стационарное пламя, которое испытывает слабое возмущение. Растяжение/сжатие у авторов задается коэффициентом, который представляет собой градиент отношения тангенциальной компоненты скорости газа \vec{u}_t , входящего во фронт, к нормальной скорости $\vec{u} \cdot \vec{n}$:

$$k_a = \nabla_t \left(\frac{\vec{u}_t}{\vec{u} \cdot \vec{n}} \right),$$

где \vec{u} — скорость газа, \vec{n} — нормаль к поверхности зоны химических реакций (она считалась тонкой по сравнению с толщиной пламени, что соответствует большой энергии активации). Таким образом, в [9] показано, что нормальная скорость не зависит непосредственно от коэффициента k . Отметим, что в более поздней работе Клавина и др. [10] также предлагалось разделять воздействие на нормальную скорость на отдельные составляющие:

$$u_{n0} - u_n = L_s k_s + L_c k_c + \dots,$$

где $k = \frac{1}{A} \frac{dA}{dt} = k_s + k_c$, k_s и k_c — коэффициенты растяжения/сжатия и кривизны. Необходимо отметить, что в работах [11, 12] коэффициенты k_s и k_c определяются иначе, чем в [9]. Для сферического расходящегося пламени они равны [13]

$$k_s = 2 \frac{u_g}{r}, \quad k_c = 2 \frac{u_n}{r},$$

где u_g — скорость газа, входящего во фронт горения. То есть $k_s \neq 0$, даже если градиент тангенциальной составляющей скорости газа равен нулю. Отметим, что скорость пламени относительно скорости продуктов горения u_b равна

$$u_b = u_g + u_n,$$

Таким образом,

$$k = k_s + k_c = 2 \frac{u_b}{r}.$$

Из результатов, полученных в [9], следует, что можно изучать воздействие на пламя каждой составляющей по отдельности. Воздействие кривизны можно исследовать, например, на сферических пламенах, а растяжения — на пламенах, стабилизированных на встречных потоках. Авторы работы [14] определяли предел распространения сферического пламени, расширяющегося при постоянном давлении. При этом было изучено влияние кривизны на скорость пламени. В работе [14] детальная кинетика заменена одностадийной реакцией с энергией активации E_a . В качестве малого параметра взято отношение $R_g T_b / E_a$, где T_b — температура пламени. Зона химических реакций считается тонкой, и ее при моделировании для простоты заменяют дельта-функцией. С учетом малости параметра $R T_b / E_a$ авторами в первом приближении получено следующее уравнение для скорости адиабатического пламени:

$$\frac{L_b}{u_{b0}} \frac{du_b}{dr} + \frac{u_b^2}{u_{b0}^2} \ln \frac{u_b^2}{u_{b0}^2} = 2 \frac{L_b}{u_{b0}} \frac{u_b}{r},$$

$$L_b = \frac{I E_a \delta_{ad}}{R_g T_b},$$

где L_b — характерный размер, u_{b0} — скорость плоского пламени, R_g — универсальная газовая постоянная, I — функция числа Льюиса Le и отношения начальной температуры к температуре пламени, δ_{ad} — толщина адиабатического пламени. Отметим, что вид второго слагаемого определяется исключительно тем, что сложная детальная кинетика заменена одностадийным процессом; скорость суммарных химических превращений при этом предполагается зависящей от температуры по закону Аррениуса. В случае небольшого искривления пламени имеем $u_b / u_{b0} \approx 1 + x$, где $x < 1$, и можно записать

$$L_b \frac{dx}{dr} + 2 \frac{u_b^2}{u_{b0}^2} x = 2 \frac{L_b}{u_{b0}} \frac{u_b}{r}.$$

В связи с тем, что эта связь получена для большой энергии активации и параметр I не является малой величиной, величина L_b будет существенно больше толщины пламени. Если же, несмотря на это, пренебречь первым слагаемым, то получим

$$u_b \approx u_{b0} \left(1 + \frac{L_b}{r} \right),$$

что совпадает с соотношением, предложенным Маркштейном.

Таким образом, существует два подхода к описанию зависимости скорости пламени от кривизны: один предложен Маркштейном (уравнение (1)), второй — Клавином (уравнение (2)) и основан на использовании параметра Вильямса k . Цель настоящей работы — показать, что для описания расширяющегося сферического пламени лучше подходит соотношение, предложенное Маркштейном. Для этого, во-первых, требуется получить приближенную зависимость скорости расширяющегося сферического пламени от его радиуса и показать, что она совпадает с зависимостью, предложенной Маркштейном. Во-вторых, планируется показать, что подход, предложенный Маркштейном, более точно описывает экспериментальные данные.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОЦЕНКИ

Рассмотрим сферическое, расширяющееся при постоянном давлении пламя. Будем считать, что все характеристики зависят только от одной переменной — радиуса r . Так же, как и в [9], будем полагать, что фронт горения состоит из трех зон: химических превращений,

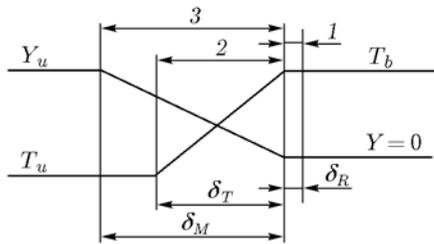


Рис. 1. Структура фронта пламени:

1 — зона химических реакций, 2 — тепловая зона, 3 — диффузионная зона

тепловой и диффузионной (рис. 1). Для простоты, аналогично [9], будем считать, что температура и доля недостающего компонента смеси изменяются линейно (рис. 1). Детальную кинетику заменим одной брутто-реакцией.

Оценим толщину зоны химических превращений в случае большой энергии активации, когда отношение $E_a/R_g T_b$ велико. Скорость обобщенной химической реакции

$$W \propto \exp \left(- \frac{E_a}{R_g T} \right).$$

Скорость максимальна при максимальной температуре, равной T_{b0} . Найдем, на каком расстоянии она уменьшается в e раз:

$$\frac{E_a(T_{b0} - T_e)}{R_g T_{b0} T_e} = 1, \quad T_e = T_{b0} - \frac{T_{b0} - T_u}{\delta_T} \delta_R.$$

Здесь δ_T — толщина тепловой зоны, δ_R — толщина зоны химических превращений, T_u — начальная температура. При допущении, что значение $E_a/R_g T_{b0}$ велико, получаем

$$\delta_R = \frac{\delta_T}{Ze}, \quad Ze = \frac{E_a(T_{b0} - T_u)}{R_g T_{b0}^2}.$$

Температура пламени

Запишем закон сохранения массы для тепловой зоны вместе с зоной химических превращений:

$$\begin{aligned} 4\pi \langle \rho \rangle_T \delta_T (2R_f + \delta_T) \frac{dR_f}{dt} = \\ = 4\pi (R_f + \delta_T)^2 \rho_T u_T - 4\pi R_f^2 \rho_b u_b. \end{aligned}$$

Здесь ρ — плотность, ρ_T — плотность перед тепловой зоной, ρ_b — плотность продуктов, $\langle \rho \rangle_T$ — средняя по тепловой зоне плотность, R_f — радиус зоны химических превращений, u_T — скорость газа перед тепловой зоной. Продукты покоятся, поэтому

$$u_b = \frac{dR_f}{dt}. \quad (3)$$

Получаем связь нормальной скорости u_T со скоростью пламени относительно продуктов горения u_b :

$$\rho_T u_T = \frac{\langle \rho \rangle_T \delta_T (2R_f + \delta_T) + R_f^2 \rho_b}{(R_f + \delta_T)^2} \frac{dR_f}{dt}. \quad (4)$$

Последнее выражение получено в предположении, что толщина теплового слоя и средняя плотность газа изменяются достаточно медленно, т. е. $\frac{d\delta_T}{dt} \ll \frac{dR_f}{dt}$ и $R_f \frac{d\langle\rho\rangle_T}{dt} \ll \langle\rho\rangle_T \frac{dR_f}{dt}$. Аналогично, для диффузионной зоны вместе с зоной химических превращений можно получить закон сохранения массы

$$\rho_M u_M = \frac{\langle\rho\rangle_M \delta_M (2R_f + \delta_M) + R_f^2 \rho_b \frac{dR_f}{dt}}{(R_f + \delta_M)^2}, \quad (5)$$

где ρ_M — плотность перед диффузионной зоной, u_M — скорость газа перед диффузионной зоной, $\langle\rho\rangle_M$ — средняя плотность по диффузионной зоне, δ_M — толщина диффузионной зоны. Будем считать, что отношения δ_T/R_f и δ_M/R_f малы.

Оценим изменение массовой доли недостающего компонента смеси (это может быть либо горючее, либо окислитель в зависимости от того, какой компонент полностью прореагирует) в области, включающей в себя диффузионную и химическую зоны. Учтем, что выходящий поток недостающего компонента из этого слоя равен нулю в силу отсутствия последнего в продуктах горения:

$$\begin{aligned} \langle Y\rho\rangle_M \delta_M (2R_f + \delta_M) \frac{dR_f}{dt} = \\ = (R_f + \delta_M)^2 \rho_M u_M Y_u - Y_R k_b R_f^2 \delta_R, \quad (6) \end{aligned}$$

где Y — отношение плотности недостающего компонента к плотности смеси, $\langle Y\rho\rangle_M$ — средняя плотность недостающего компонента по слою. Последнее слагаемое — скорость исчезновения недостающего компонента в реакционной зоне. Считалось, как и ранее, что $\frac{d\delta_M}{dt} \ll \frac{dR_f}{dt}$ и $R_f \frac{d\langle Y\rho\rangle_M}{dt} \ll \langle Y\rho\rangle_M \frac{dR_f}{dt}$. При входе в диффузионную зону скорость недостающего компонента равна скорости газа (см. рис. 1).

Оценим изменение энергии в области, включающей в себя тепловую и химическую зоны. Учтем, что химическая зона существенно тоньше тепловой и теплоемкость слабо изменяется:

$$\begin{aligned} c_p \langle\rho T\rangle_T \delta_T (2R_f + \delta_T) \frac{dR_f}{dt} = \\ = c_p T_u (R_f + \delta_T)^2 \rho_T u_T - \end{aligned}$$

$$- c_p T_b R_f^2 \rho_b u_b + Y_R k_b \delta_R q R_f^2, \quad (7)$$

где $\langle\rho T\rangle_T$ — среднее произведение по слою, c_p — теплоемкость при постоянном давлении. Умножим (6) на q , просуммируем с (7) и с учетом (3)–(5) получим

$$\begin{aligned} c_p (\langle\rho T\rangle_T - \langle\rho\rangle_T T_u) (2R_f + \delta_T) \delta_T + \\ + (\langle Y\rho\rangle_M - \langle\rho\rangle_M Y_u) q (2R_f + \delta_M) \delta_M + \\ + \rho_b (c_p T_b - q Y_u - c_p T_u) R_f^2 = 0. \end{aligned}$$

При $R_f \rightarrow \infty$

$$c_p (T_{b0} - T_u) = Y_u q, \quad (8)$$

где T_{b0} — температура плоского пламени. С учетом (8) и того, что отношения δ_T/R_f и δ_M/R_f малы, получаем

$$\begin{aligned} 2c_p (\langle\rho T\rangle_T - \langle\rho\rangle_T T_u) \frac{\delta_T}{R_f} + \\ + 2(\langle Y\rho\rangle_M - \langle\rho\rangle_M Y_u) q \frac{\delta_M}{R_f} + \\ + c_p \rho_b (T_b - T_{b0}) = 0. \quad (9) \end{aligned}$$

Определим плотность газа в прогретой зоне:

$$\begin{aligned} \rho = \mu_0 n_0 + \mu_f n_f = \mu_0 n + \frac{\mu_f - \mu_0}{\mu_f} \rho_f = \\ = \mu_0 n + \frac{\mu_f - \mu_0}{\mu_f} Y \rho, \\ \rho = \frac{n \mu_0}{1 - [(\mu_f - \mu_0)/\mu_f] Y}, \quad (10) \end{aligned}$$

где n_0 , n_f , n — молярные концентрации окислителя, топлива и суммарное число молей в единице объема, μ_0 , μ_f — молекулярные массы окислителя и горючего. Для определенности примем, что горючее является недостающим компонентом.

Для определения изменения температуры пламени относительно плоского пламени рассмотрим два случая: $\delta_T > \delta_M$ и $\delta_T < \delta_M$. Уравнение (9) дает поправку к температуре пламени при его небольшом искривлении, малым параметром является отношение толщины фронта к радиусу кривизны. Так как коэффициенты

перед малыми параметрами не являются малыми величинами, но также зависят от малых параметров, то, чтобы получить первый порядок малости, их можно вычислять в нулевом приближении, т. е. для плоского пламени. Кроме того, толщина пламени тоже зависит от малого параметра и ее можно разложить в ряд по этому параметру. Для того чтобы получить первый порядок малости, можно подставить в уравнение (9) значения толщин для плоского пламени δ_{T0} , δ_{M0} .

1. Рассмотрим случай, когда $\delta_T > \delta_M$. В области между тепловой и диффузионной зонами

$$Y = Y_u, \quad (11)$$

где Y_u — доля недостающего компонента в исходной смеси. При осреднении учтем, что фронт пламени состоит из трех зон:

$$\begin{aligned} \langle \rho T \rangle_T - \langle \rho \rangle_T T_u &= (T_b - T_u) \langle \rho \rangle_R \frac{\delta_R}{\delta_T} + \\ &+ \frac{\delta_M - \delta_R}{\delta_T} \langle T \rho - T_u \rho \rangle_{M-R} + \\ &+ \frac{\delta_T - \delta_M}{\delta_T} \langle T \rho - T_u \rho \rangle_{T-M}. \end{aligned}$$

При написании последнего уравнения учитывалось, что при большой энергии активации в химической зоне температура близка к T_b .

Из уравнения (10) с учетом того, что давление в области до химической зоны постоянно, т. е. $nT = \text{const}$, можно получить

$$\begin{aligned} \mu_0 T n &= \rho T \left(1 - \frac{\mu_f - \mu_0}{\mu_f} Y \right) = \\ &= \rho_u T_u \left(1 - \frac{\mu_f - \mu_0}{\mu_f} Y_u \right). \end{aligned} \quad (12)$$

Далее с учетом (12) и того факта, что в области $T-M$ справедливо (11), запишем

$$\begin{aligned} \langle \rho T \rangle_T - \langle \rho \rangle_T T_u &= (T_b - T_u) \langle \rho \rangle_R \frac{\delta_R}{\delta_T} + \\ &+ \frac{\delta_M - \delta_R}{\delta_T} \langle T \rho - T_u \rho \rangle_{M-R} + \\ &+ \frac{\delta_T - \delta_M}{\delta_T} T_u \langle \rho_u - \rho \rangle_{T-M}. \end{aligned}$$

Аналогично для диффузионной и химической зон:

$$\begin{aligned} \langle \rho Y \rangle_M - \langle \rho \rangle_M Y_u &= \frac{\delta_R}{\delta_M} \langle Y \rho - Y_u \rho \rangle_R + \\ &+ \frac{(\delta_M - \delta_R)}{\delta_M} \langle Y \rho - Y_u \rho \rangle_{M-R}. \end{aligned}$$

Подставим два последних уравнения в (9), используем (8), учтем, что толщина химической зоны меньше тепловой и диффузионной и отношение плотностей Y в химической зоне мало, тогда

$$\begin{aligned} 2c_p(T_{b0} - T_u) \frac{\delta_M}{R_f} \left\langle \rho \frac{T - T_{b0}}{T_{b0} - T_u} + \rho \frac{Y}{Y_u} \right\rangle_{M-R} + \\ + 2c_p \frac{\delta_T - \delta_M}{R_f} T_u (\rho_u - \langle \rho \rangle_{T-M}) + \\ + c_p \rho_b (T_b - T_{b0}) = 0. \end{aligned}$$

В линейном приближении

$$\begin{aligned} T &= T_{b0} - \frac{T_{b0} - T_u}{\delta_T} y, \\ Y &= \frac{Y_u}{\delta_M} y, \end{aligned}$$

$$\frac{Y}{Y_u} - \frac{T_{b0} - T}{T_{b0} - T_u} = \frac{T_{b0} - T}{T_{b0} - T_u} \left(\frac{1}{\delta_M} - \frac{1}{\delta_T} \right) \delta_T. \quad (13)$$

Координата y отсчитывается от зоны химических превращений (см. рис. 1). Учитывая это и заменяя толщину искривленного пламени толщиной плоского пламени, получаем

$$\begin{aligned} T_{b0} - T_b &= 2 \frac{\delta_{M0}}{R_f} \frac{\text{Le} - 1}{\rho_b} \times \\ &\times [\langle \rho(T_{b0} - T) \rangle_{M-R} + T_u (\rho_u - \langle \rho \rangle_{T-M})], \end{aligned}$$

где $\text{Le} = \frac{\delta_{T0}}{\delta_{M0}}$.

2. Рассмотрим случай, когда $\delta_T < \delta_M$. В области между тепловой и диффузионной зонами

$$T = T_u.$$

Для тепловой зоны можно записать

$$\langle \rho T \rangle_T - \langle \rho \rangle_T T_u = \frac{\delta_R}{\delta_T} \langle \rho T_b - \rho T_u \rangle_R +$$

$$+ \frac{\delta_T - \delta_R}{\delta_T} \langle \rho T - \rho T_u \rangle_{T-R} \cdot \left. + \rho_b (T_b - T_u) \right] Y_{R0} k_{b0} \delta_{R0} \left. \right\},$$

Здесь учитывалось, что при большой энергии активации температура в химической зоне близка к T_b .

Для диффузионной зоны можно записать

$$\begin{aligned} \langle \rho Y \rangle_M - \langle \rho \rangle_M Y_u &= \frac{\delta_R}{\delta_M} \langle \rho Y - \rho Y_u \rangle_R + \\ &+ \frac{\delta_T - \delta_R}{\delta_M} \langle \rho Y - \rho Y_u \rangle_{T-R} + \\ &+ \frac{\delta_M - \delta_T}{\delta_M} \langle \rho Y - \rho Y_u \rangle_{M-T}. \end{aligned}$$

Подставляя это в уравнение (9), с учетом (8), (13) и малости величины слагаемого, содержащего δ_R/δ_M , получаем

$$\begin{aligned} \frac{T_{b0} - T_b}{T_{b0} - T_u} &= 2 \frac{\delta_{T0}}{R_f} (\text{Le} - 1) \left\langle \frac{\rho}{\rho_b} \frac{T_{b0} - T}{T_{b0} - T_u} \right\rangle_{T-R} + \\ &+ 2 \frac{(1 - \text{Le}) \delta_{T0}}{\text{Le} R_f} \left\langle \frac{Y}{Y_u} \frac{\rho}{\rho_b} - \frac{\rho}{\rho_b} \right\rangle_{M-T}. \end{aligned}$$

Средние значения можно вычислить, используя уравнения (10) и (12).

Скорость пламени

Для определения скорости пламени подставим (4) в (7):

$$\begin{aligned} \frac{dR_f}{dt} &= \\ &= \frac{Y_R k_b \delta_R q}{c_p [(\langle \rho T \rangle_T - \langle \rho \rangle_T T_u) 2 (\delta_T / R_f) + \rho_b (T_b - T_u)]}. \end{aligned}$$

Найдем скорость для плоского пламени, устремив радиус к бесконечности:

$$\frac{dR_f}{dt} = \frac{Y_{R0} k_{b0} \delta_{R0} q}{c_p \rho_{b0} (T_{b0} - T_u)}.$$

Запишем отношение скоростей:

$$\begin{aligned} \frac{u_b}{u_{b0}} &= [Y_R k_b \delta_R \rho_{b0} (T_{b0} - T_u)] / \\ &/ \left\{ [(\langle \rho T \rangle_T - \langle \rho \rangle_T T_u) 2 \frac{\delta_T}{R_f} + \right. \end{aligned}$$

$$k_b = B \exp \left(-\frac{E_a}{R_g T} \right),$$

$$\begin{aligned} \frac{k_b}{k_{b0}} &\approx \exp \left[-\frac{E_a (T_{b0} - T_b)}{R_g T_{b0}^2} \right] = \\ &= \exp \left[-\frac{E_a (T_{b0} - T_u)}{R_g T_{b0}^2} \frac{T_{b0} - T_b}{T_{b0} - T_u} \right] = \\ &= \exp \left(-Z_e \frac{T_{b0} - T_b}{T_{b0} - T_u} \right). \end{aligned}$$

С учетом малости возмущения

$$\begin{aligned} \frac{u_b}{u_{b0}} &= Y_R k_b \delta_R / \\ &/ \left\{ \left[1 + \frac{\langle \rho T \rangle_T - \langle \rho \rangle_T T_u}{\rho_{b0} (T_{b0} - T_u)} 2 \frac{\delta_T}{R_f} \right] Y_{R0} k_{b0} \delta_{R0} \right\} \approx \\ &\approx \frac{k_b}{k_{b0}} \left[1 - \frac{\langle \rho T \rangle_T - \langle \rho \rangle_T T_u}{\rho_{b0} (T_{b0} - T_u)} 2 \frac{\delta_T}{R_f} \right]. \end{aligned}$$

Химическую зону можно считать тонкой, когда число Зельдовича Ze велико, т. е. в показателе экспоненты стоит произведение большой величины на малую. Если считать, что это произведение мало, экспоненту можно разложить по малому параметру:

$$\begin{aligned} \frac{u_b}{u_{b0}} &\approx \\ &\approx 1 - \frac{\langle \rho T \rangle_T - \langle \rho \rangle_T T_u}{\rho_{b0} (T_{b0} - T_u)} 2 \frac{\delta_T}{R_f} - Z_e \frac{T_{b0} - T_b}{T_{b0} - T_u}. \end{aligned}$$

Поставляя выражение для температуры для двух случаев, можно получить добавку к скорости пламени. Очевидно, что это выражение сводится к выражению, предложенному Маркштейном:

$$\frac{u_b}{u_{b0}} \approx 1 + \frac{L_b}{R_f}, \quad (14)$$

где L_b — характерная толщина, которая зависит от числа Le .

СРАВНЕНИЕ ДВУХ ПОДХОДОВ

Сравним два подхода для описания экспериментальных результатов, а именно: когда используется зависимость, предложенная Маркштейном (1), (14), и когда в качестве малого параметра берется скорость деформации k (2). Для этого найдем зависимость радиуса пламени от времени. Из приближения, предложенного Маркштейном, можно получить

$$\frac{dR_f}{dt} = u_{b0} - u_{b0} \frac{L_b}{R_f},$$

$$R_f + L_b \ln(R_f - L_b) = u_{b0}t + \text{const.} \quad (15)$$

Аналогичным образом в случае, когда в качестве малого параметра берется скорость деформации (2), будем иметь

$$\frac{dR_f}{dt} = u_{b0} - L_b \frac{1}{A} \frac{dA}{dt} = u_{b0} - 2 \frac{L_b}{R_f} \frac{dR_f}{dt},$$

$$R_f + 2L_b \ln R_f = u_{b0}t + \text{const.} \quad (16)$$

Определим коэффициенты L_b и u_{b0} , при которых отклонение рассчитанных по уравнениям значений от полученных в эксперименте минимально. Это даст возможность сравнить два подхода. В общей сложности были обработаны результаты 64 экспериментов, из них для 3 опытов получены, во-первых, нереальные значения u_{b0} и, во-вторых, с большой ошибкой. В дальнейшем эти опыты не брали в расчет. Опыты проводились при следующих условиях:

водородовоздушные смеси с содержанием водорода:

76 % (3 опыта), 75.2 % (3 опыта), 75 % (11 опытов), 74.9 %, 72.5 % (4 опыта), 72 % (2 опыта) при 1 атм;

70 % H_2 + воздух при давлениях 1.4, 1.65, 1.85, 2.0, 2.3, 2.55, 2.75 атм (2 опыта), 3.15 атм;

79.5 % H_2 + 9.86 % N_2O + воздух при давлениях 1 и 1.72 атм;

5.6 и 5.9 % C_3H_8 + воздух при 1 атм;

метановоздушные смеси с содержанием метана:

7.47 % (2 опыта), 10 %, 11.9 %, 12.9 %, 13 % (12 опытов) при 1 атм;

13.0 % CH_4 + 5.0 % N_2O + воздух при 1 атм;

13.0 % CH_4 + 10.0 % N_2O + воздух при 1 атм;

n -бутан/воздух $\phi = 0.80$ при 1 атм [15].

Все опыты, кроме последнего, выполнялись в сферическом 10-литровом сосуде. Горение инициировалось искрой в центре сосуда. Теневое изображение фронта пламени регистрировалось с помощью скоростной видеокамеры. Некоторые экспериментальные результаты опубликованы в [16]. Последний опыт авторы [15] проводили в сосуде диаметром 82.55 мм и длиной 127 мм. Горение инициировали искрой в центре сосуда, давление в сосуде при распространении пламени не изменялось.

Анализ результатов обработки экспериментальных данных показал, что за исключением двух опытов (из 61) стандартная ошибка для зависимости (15) меньше, чем для (16). Исключение имеет место для зависимости радиуса пламени от времени, близкой к линейной (5.6 % C_3H_8 + воздух). В этом случае оба подхода дают почти одинаковые значения u_{b0} , однако из-за того, что характерная толщина L_b значительно уменьшается, точность ее определения также существенно снижается. Очевидно, что в этом случае скорость почти не зависит от кривизны и сравнение двух подходов теряет всякий смысл. Линейная связь между радиусом пламени и временем может быть обусловлена не только природой явления, но и тем, что из-за малого количества изображений, полученных на нелинейном начальном участке, этот участок может плохо разрешаться во времени.

В таблице для примера приведены некоторые результаты аппроксимации, в том числе для двух случаев, когда зависимость (16) более точно описывает динамику распространения пламени. На рис. 2 представлены экспериментальные данные и построенные по ним зависимости $R_f(t)$. На рис. 3 приведены экспериментальные данные и построенные по ним зависимости в случае, когда стандартная ошибка для зависимости (16) меньше, чем для (15). Видно, что оба подхода дают почти совпадающие зависимости.

Из таблицы следует, что при одних и тех же условиях (13 % CH_4 + воздух) разброс по скоростям меньше при использовании приближения Маркштейна. Однако он все равно остается большим. Скорее всего, разброс обусловлен влиянием искры на начальном участке, когда формируется фронт пламени. С одной стороны, влияние кривизны тем больше, чем больше кривизна, с другой стороны, при малых радиусах фронт горения только формируется. В

Скорости пламен и характерные длины

Смесь	$R_f + 2L_b \ln R_f = u_{b0}t + \text{const}$				$R_f + L_b \ln(R_f - L_b) = u_{b0}t + \text{const}$			
	u_{b0} , м/с	ошибка	L_b , мм	ошибка	u_{b0} , м/с	ошибка	L_b , мм	ошибка
75.0 % H_2 + воздух 1 атм	3.51	0.049	4.61	0.16	3.38	0.014	4.22	0.076
	3.87	0.062	5.16	0.2	3.62	0.018	4.87	0.09
	3.62	0.04	5.3	0.19	3.13	0.014	4.69	0.08
	4.34	0.07	4.01	0.22	4.9	0.033	4.42	0.13
	4.74	0.057	5.42	0.17	3.1	0.012	4.72	0.062
	3.89	0.067	6.37	0.26	2.86	0.014	4.39	0.074
	3.79	0.036	10.2	0.36	2.97	0.013	6.53	0.061
	4.06	0.045	7.07	0.22	3.04	0.012	5.57	0.064
	3.56	0.037	6.27	0.33	3.84	0.026	5.9	0.124
	5.27	0.066	3.21	0.2	4.48	0.031	3.78	0.14
3.55	0.034	11.37	0.41	2.72	0.012	5.73	0.06	
5.9 % C_3H_8 + воздух 1 атм	1.11	0.007	-0.91	0.06	1.62	0.01	-2.52	0.2
13.0 % CH_4 + воздух 1 атм	2.02	0.37	18.33	4.88	0.95	0.031	4.77	0.19
	0.9	0.03	5.45	0.14	0.85	0.015	4.37	0.03
	1.45	0.06	11.13	0.78	0.93	0.011	4.81	0.104
	1.41	0.03	8.72	0.34	0.99	0.007	4.36	0.054
	1.16	0.02	7.65	0.27	0.86	0.005	4.41	0.055
	1.27	0.02	5.26	0.21	1.05	0.008	3.79	0.076
	1.36	0.03	6.23	0.33	1.13	0.006	4.67	0.06
	2.36	0.16	10.6	1.24	1.5	0.028	4.21	0.09
	1.67	0.015	3.48	0.11	1.46	0.013	2.79	0.09
	1.46	0.02	3.53	0.18	1.27	0.013	2.86	0.11
	1.84	0.04	4.52	0.27	1.61	0.009	3.93	0.062
1.1	0.13	3.55	0.16	0.99	0.006	3.48	0.08	
10.0 % CH_4 + воздух 1 атм	1.9	0.08	-1.0	0.35	1.8	0.1	-2.96	1.27
<i>n</i> -бутан/воздух, $\phi = 0.80$ (2.5 % C_4H_{10}), 1 атм [15]	1.764	0.138	1.658	0.0263	1.745	0.0753	1.53	0.0123

ϕ — эквивалентное отношение, т. е. отношение массы топлива к массе окислителя, отнесенное к этому отношению для стехиометрической смеси.

связи с этим важным является вопрос о минимальном радиусе очага, начиная с которого заканчивается формирование фронта [15, 17–20]. Электрический разряд образуется, как правило, после разряда конденсатора через высоковольтный трансформатор. Напряжение пробоя

и другие характеристики разряда зависят от многих факторов, в том числе от свойств среды, расстояния между электродами и др. Так что определить минимальный радиус, начиная с которого становится возможным применение предложенного приближения, не так просто.

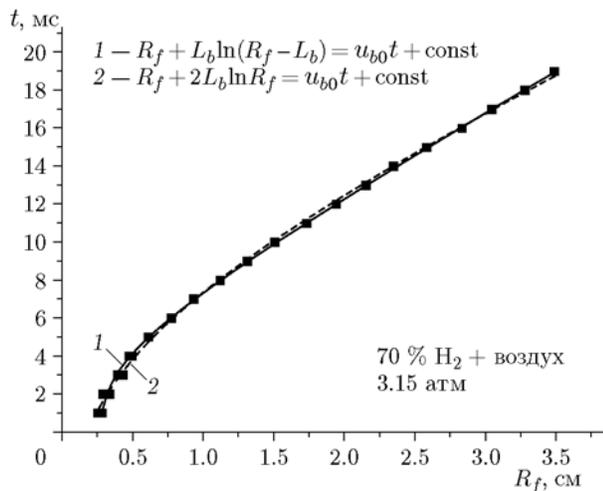


Рис. 2. Изменение радиуса пламени водородо-воздушной смеси во времени

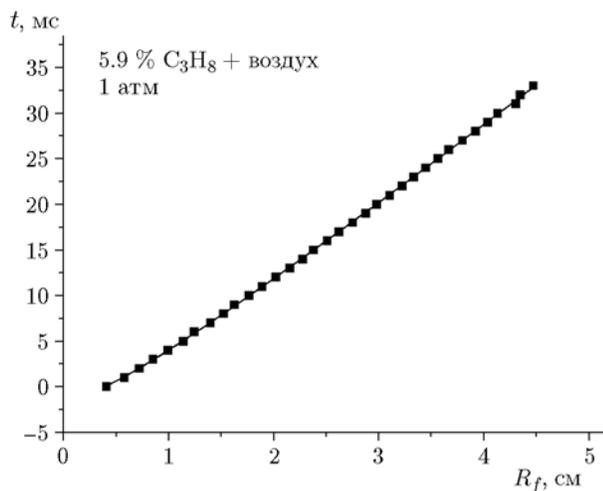


Рис. 3. Изменение радиуса пламени пропано-воздушной смеси во времени

Кроме сравнения двух подходов для обработки результатов, полученных в настоящей работе и частично опубликованных в [16], такое сравнение проводилось и для результатов, полученных в [15]. Из таблицы видно, что в данном случае стандартная ошибка для зависимости (15) также меньше. Однако авторам [15] удалось выделить начальный участок, на котором происходит формирование фронта горения, и конечный участок, на котором оказывают влияние стенки сосуда. Для определения начального участка авторы изменяли энергию искры, и построенная ими зависимость скорости пламени u_b от скорости деформации $k = 2u_b/R_f$ позволила им приблизительно его

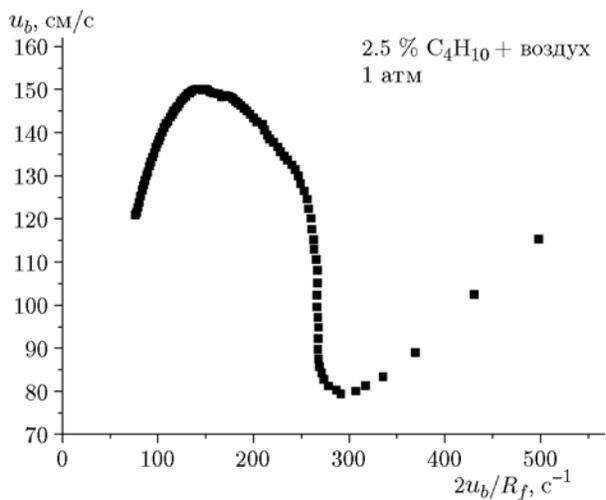


Рис. 4. Зависимость скорости пламени от скорости растяжения по данным работы [15]

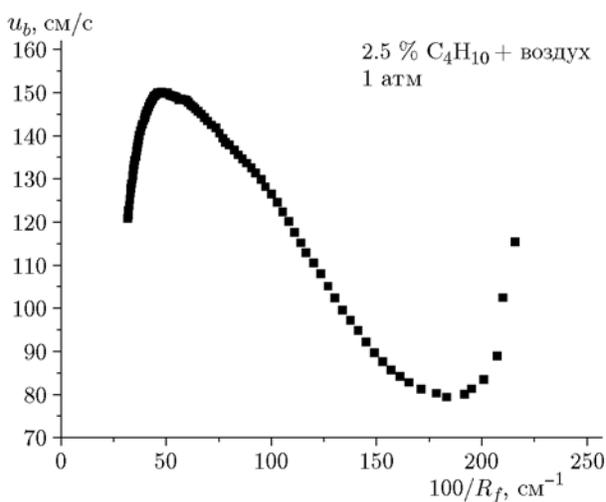


Рис. 5. Зависимость скорости пламени от кривизны пламени по данным работы [15]

определить. На рис. 4 построены зависимости u_b от скорости деформации $2u_b/R_f$ на основе рис. 1 и 2 из работы [15]. Начальный участок соответствует значениям $k \gtrsim 250 \text{ с}^{-1}$, а участок, на котором оказывают влияние стенки сосуда, имеет место при $k < 150 \text{ с}^{-1}$. Таким образом, скорость распространения плоского пламени предлагается определять в промежутке между этими значениями k . На рис. 5 построена зависимость u_b не от коэффициента k , а от $1/R_f$. Видно, что участок, на котором можно определять скорость распространения плоского пламени, стал более линейным и расширился. То есть зависимость (15) лучше

описывает распространение пламени, чем (16).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Маркштейн показал, что характеристики пламени могут зависеть от его кривизны и предложил приближенную связь скорости пламени с радиусом кривизны. Однако в настоящее время для описания деформации пламени используется другой параметр — скорость деформации, который был предложен Вильямсом. В настоящей работе проведено сравнение названных подходов к описанию расширяющегося сферического пламени. Обработка достаточно большого количества экспериментальных данных показала, что приближение, предложенное Маркштейном, лучше описывает результаты экспериментов.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Law C. K.** Combustion Physics. — Princeton University, Cambridge Univ. Press, 2006.
2. **Нестационарное** распространение пламени / под ред. Дж. Г. Маркштейна. — М.: Мир, 1968.
3. **Williams F. A.** A review of some theoretical considerations of turbulent flame structure // AGARD Conf. Proc., No. 164. — 1975.
4. **Buckmaster J. D.** The quenching of two-dimensional premixed flames // Acta Astronaut. — 1979. — V. 6. — P. 741–769.
5. **Matalon M.** On flame stretch // Combust. Sci. Technol. — 1983. — V. 31. — P. 169–181.
6. **Chung S. H., Law C. K.** An invariant derivation of flame stretch // Combust. Flame. — 1984. — V. 55. — P. 123–125.
7. **Bradley D., Lau A. K. C., Lawes M.** Flame stretch rate as a determinant of turbulent burning velocity // Phil. Trans. Roy. Soc. London. Ser. A. — 1992. — V. 338, N 1650. — P. 359–387. — <https://doi.org/10.1098/rsta.1992.0012>.
8. **Clavin P.** Dynamic behavior of premixed flame fronts in laminar and turbulent flows // Prog. Energy Combust. Sci. — 1985. — V. 11, N 1. — P. 1–59. — [https://doi.org/10.1016/0360-1285\(85\)90012-7](https://doi.org/10.1016/0360-1285(85)90012-7).
9. **Law C. K., Chung S. H.** An integral analysis of the structure and propagation of stretched premixed flames // Combust. Flame. — 1988. — V. 72, N 3. — P. 325–336. — [https://doi.org/10.1016/0010-2180\(88\)90131-9](https://doi.org/10.1016/0010-2180(88)90131-9).
10. **Clavin P., Joulin G.** Flamelet library for turbulent wrinkled flames // Lect. Notes in Eng.: Turbulent Reactive Flows. — 1989. — V. 40. — P. 213–239.
11. **Candel S. M., Poinso T. J.** Flame stretch and the balance equation for the flame area // Combust. Sci. Technol. — 1990. — V. 70, N 1-3. — P. 1–15.
12. **Giannakopoulos G. K., Matalon M., Frouzakis C. E., Tomboulides A. G.** The curvature Markstein length and the definition of flame displacement speed for stationary spherical flames // Proc. Combust. Inst. — 2015. — V. 35. — P. 737–743.
13. **Bradley D., Gaskell P. H., Gu X. J.** Burning velocities, markstein lengths, and flame quenching for spherical methane-air flames: A computational study // Combust. Flame. — 1996. — V. 104, N 1-2. — P. 176–198. — [https://doi.org/10.1016/0010-2180\(95\)00115-8](https://doi.org/10.1016/0010-2180(95)00115-8).
14. **Ronney P. D., Sivashinsky G. I.** A theoretical study of propagation and extinction of nonsteady spherical flame fronts // SIAM J. Appl. Math. — 1989. — V. 49, N 4. — P. 1029–1046.
15. **Kelley A. P., Law C. K.** Nonlinear effects in the extraction of laminar flame speeds from expanding spherical flames // Combust. Flame. — 2009. — V. 156, N 9. — P. 1844–1851. — <https://doi.org/10.1016/j.combustflame.2009.04.004>.
16. **Zamashchikov V. V., Alekseev V. A., Kononov A. A.** Laminar burning velocities of rich near-limiting flames of hydrogen // Int. J. Hydrogen Energy. — 2014. — V. 39, N 4. — P. 1874–1881.
17. **Kelley A. P., Law C. K.** Nonlinear effects in the experimental determination of laminar flame properties from stretched flames // Fall Technical Meeting of the Eastern States Section of the Combustion Institute 2007 «Chemical and Physical Processes in Combustion». — 2007. — P. 296–304.
18. **Kelley A. P., Jomaas G., Law C. K.** On the critical radius for sustained propagation of spark-ignited spherical flames // 46th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit. — 2008. — P. 1054.
19. **Kelley A. P., Jomaas G., Law C. K.** Critical radius for sustained propagation of spark-ignited spherical flames // Combust. Flame. — 2009. — V. 156. — P. 1006–1013.
20. **Chen Z., Burke M. P., Ju Y.** Effects of Lewis number and ignition energy on the determination of laminar flame speed using propagating spherical flames // Proc. Combust. Inst. — 2009. — V. 32. — P. 1253–1260.

Поступила в редакцию 24.12.2019.

После доработки 22.09.2020.

Принята к публикации 25.09.2020.