

## МОДЕЛЬ РАСПАДА И РАССЕЙНИЯ МАЛОГО КОСМИЧЕСКОГО ТЕЛА В АТМОСФЕРЕ ПЛАНЕТЫ

А. Г. Иванов, В. А. Рыжанский

РФЯЦ, ВНИИ экспериментальной физики, 607190 Саров, root@gdd.vniief.ru

Рассмотрен процесс взаимодействия малого космического тела с атмосферой, представляемый как двухстадийный: первая стадия — фрагментация родительского тела (модель данной стадии разработана авторами ранее), вторая — распад и рассеяние его фрагментов. Предложена модель второй стадии, где распад представлен как двухфазный процесс макроремещений фрагментов после разрушения родительского тела. В первой фазе происходит ускоренное вращение фрагментов вокруг своих центров масс при сохранении контакта между ними. К моменту прекращения контакта они приобретают поперечную скорость и наступает вторая фаза — разлет фрагментов, заканчивающийся их рассеянием на грунте. Особенностью данной модели является аэродинамический механизм распада. При анализе первой фазы распада составлена система дифференциальных уравнений кинестатики фрагментов. Проведены расчеты на примере распада Сихотэ-Алинского метеороида в атмосфере Земли и рассеяния его фрагментов на грунте. Показано, что наряду с численным методом решения системы возможен приближенный аналитический метод. Результаты расчетов разными методами близки и удовлетворительно согласуются с данными наблюдений указанного явления.

Ключевые слова: малое космическое тело, фрагментация, рассеяние, Сихотэ-Алинский метеороид.

Космическая безопасность Земли — одна из актуальных и жизненно важных проблем современности. При этом значительный интерес представляет прогнозирование возможных результатов внедрения малого космического тела (МКТ) в атмосферу планеты\*. Важными аспектами данной проблемы являются фрагментация МКТ и рассеяние фрагментов в атмосфере и на поверхности планеты.

К настоящему времени разработан ряд расчетно-теоретических моделей стадии фрагментации, основанных на разных физических предпосылках (см., например, [1–11]). Общим для моделей [1–5] является использование критериев разрушения, принятых в сопротивлении материалов, хотя здесь хрупкие разрушения (а МКТ являются хрупкими) считаются недопустимыми. В результате фрагментация представляется либо как однократное тотальное раздробление [2, 3], при котором ни количество, ни размеры фрагментов не поддаются определению, либо как последовательное ла-

винное дробление, в котором акты постепенного измельчения фрагментов следуют друг за другом непрерывно [1, 4, 5]. В работах [8–11] авторами настоящего исследования предложена иная модель последовательной фрагментации МКТ, основанная на энергетическом критерии разрушения, разработанном на принципах интегрального подхода в современной механике разрушения [12]. Поэтому фрагментация представляется как дискретный процесс, в котором акты постепенного измельчения фрагментов разделены в пространстве и времени.

Настоящая работа является продолжением работ [7–11] и посвящена разработке физико-математической модели для стадии распада МКТ и оценке на ее основе размеров поля рассеяния его наибольших фрагментов. Под распадом понимается процесс макроремещений фрагментов родительского тела после его разрушения. Поскольку распаду МКТ предшествует стадия фрагментации, вопрос о ее модели становится принципиально важным. Авторы приняли модель дискретной фрагментации [7–11] как наиболее подходящую по следующим причинам.

В рамках данной модели определяются средние размеры фрагментов при каждом акте фрагментации, а также координаты точек

\*Достаточно вспомнить об опасных последствиях падения на Землю Тунгусского (1908 г.) и Сихотэ-Алинского (1947 г.) метеороидов или представить, что было бы с нами, упала комета Шумейкеров — Леви 9 не на Юпитер (1994 г.), а на Землю!

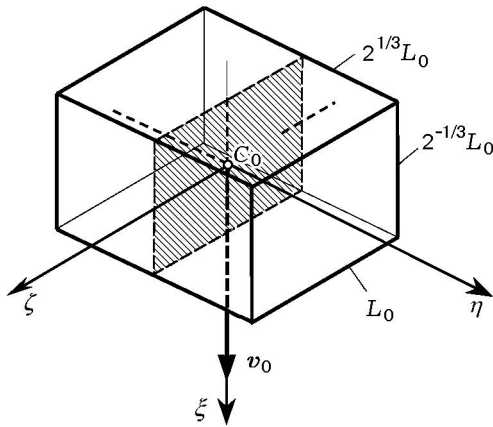


Рис. 1. Схема МКТ:  
заштрихована поверхность разрушения при фрагментации МКТ

траектории, в которых эти акты происходят\*. Кроме того, как показано в [10] на примерах сферического и прямоугольного МКТ, по крайней мере в этих случаях форма МКТ не имеет существенного значения для расчетных результатов его взаимодействия с атмосферой. Это дает основание полагать, что и другая достаточно компактная форма МКТ не будет существенно влиять на результаты расчетов его фрагментации. Наконец, модель позволяет определять условия, при которых фрагментация может прекратиться или не произойти вообще. В [9] использование данной модели на примере Сихотэ-Алинского события дало результаты, удовлетворительно согласующиеся с имеющимися фактическими данными [13].

Обзор ряда моделей распада и рассеяния метеороидов из прочных материалов в атмосфере планеты приведен в [14]. Эти модели основаны на газодинамическом механизме разгона фрагментов распадающегося тела. В развитие этих моделей авторами [14] проведены (по специально разработанной методике) численные трехмерные расчеты разлета двух одинаковых фрагментов метеороида в атмосфере. Форма фрагментов — полукуб или полуцилиндр. Для работы модели необходимо наличие малого начального зазора между фрагментами. Размер поля рассеяния фрагментов зависит от их плотности, скорости и высоты внедрения в атмосферу.

Перейдем к описанию нашей модели распада МКТ. Эта модель, как и модель дис-

кретной фрагментации [7–11], аэродинамическая, поскольку основным фактором распада является аэродинамическое сопротивление атмосферы.

Используется расчетная схема [10], МКТ принято в форме прямоугольного параллелепипеда (рис. 1) с массой  $M_0$ . Центр массы МКТ (точка  $C_0$ ) движется по прямолинейной траектории  $\xi$  под углом  $\alpha$  к горизонту. С центром массы связано начало подвижной ортогональной системы координат  $\xi$ ,  $\eta$  и  $\zeta$ . Траекторная скорость центра массы  $v = d\xi/dt = \xi$  с начальным значением  $v_0$ , ускорение  $\ddot{\xi} = d^2\xi/dt^2$ . Размеры ребер МКТ соотносятся как  $2^{-1/3}L_0 : L_0 : 2^{1/3}L_0$  ( $L_0$  — базовый размер), и МКТ разрушается надвое по минимальному среднему поперечному сечению, площадь которого  $2^{-1/3}L_0^2$ , поэтому фрагменты геометрически подобны родительскому телу. При многократной фрагментации базовый размер  $k$ -го фрагмента равен  $L_k = 2^{-k/3}L_0$ , а поверхность разрушения  $2^{-1/3}L_{k-1}^2$ . Центр массы фрагмента находится в точке  $C_k$ .

Скорость МКТ, высота над поверхностью планеты  $z$ , угол  $\alpha$ , толщина стандартной атмосферы  $H$ , плотности тела  $\rho_T$  и атмосферы

$$\rho_a = \rho_0 \exp(-x) \quad (1)$$

( $\rho_0$  — плотность атмосферы при  $z = 0$ ,  $x = z/H$  — относительная координата положения МКТ или его фрагмента над планетой) связаны следующим соотношением [10]:

$$v(z) = v_0 \exp[-A \exp(-x)], \quad (2)$$

где  $A = \frac{0,509 C_\xi \rho_0 H}{\sin \alpha \rho_T L_0}$  (с учетом вращения тела),  $C_\xi$  — коэффициент аэродинамического сопротивления. Формула (2) есть решение дифференциального уравнения движения МКТ в атмосфере:

$$\frac{dv}{dt} = -0,509 C_\xi \frac{\rho_0}{\rho_T} \frac{v^2}{L_0} \exp(-x). \quad (3)$$

Опуская выкладки (см. [10]), приведем формулы для определения координаты и скорости МКТ при первой фрагментации ( $k = 1$ ):

$$x_1 + 2A \exp(-x_1) + 0,5 \ln(B/v_0^4) = 0, \quad (4)$$

$$v_1 = v_0 \exp[-A \exp(-x_1)], \quad (5)$$

\*В моделях [1–6] это не осуществимо.

где  $B = \frac{2^{8/3} K_{1c}^2}{\rho_0^2 L_0}$ ,  $K_{1c} = \sqrt{2\gamma E}$  — критический коэффициент концентрации напряжений в устье трещины,  $2\gamma$  — работа по продвижению хрупкой трещины на единицу поверхности разрушения,  $E$  — модуль упругости материала МКТ. Используя значения  $x_1$  и  $v_1$  в качестве исходных данных при интегрировании уравнения (3), можно найти параметры  $x_2$  и  $v_2$  при второй фрагментации ( $k = 2$ ) и т. д. Таким образом, при  $2 \leq k \leq n$  ( $n$  — номер последнего акта фрагментации) эти параметры будут определяться по рекуррентным формулам вида

$$x_k + 2A2^{(k-1)/3} [\exp(-x_k) - \exp(-x_{k-1})] + 0,5 \ln[2^{(k-1)/3} B/v_{k-1}^4] = 0, \quad (6)$$

$$v_k = v_{k-1} \exp\{-2^{(k-1)/3} A \times [\exp(-x_k) - \exp(-x_{k-1})]\}. \quad (7)$$

По окончании фрагментации фрагменты будут двигаться к планете со скоростью

$$v = v_n \exp\{-2^{n/3} A [\exp(-x) - \exp(-x_n)]\} \quad (8)$$

до удара о грунт при скорости

$$v_y = v_n \exp\{-2^{n/3} A [1 - \exp(-x_n)]\}. \quad (9)$$

Рассмотрим в рамках данной модели состояние МКТ (или его фрагмента), преодолевающего по инерции сопротивление атмосферы с максимумом в центре лобовой поверхности. При таком нагружении силы инерции вызывают изгиб тела, и в его тыльной части возникает зона растяжения\*, откуда развивается магистральная трещина [15]. Предполагается, что разрушение происходит, когда лобовая поверхность максимальна ( $y$   $k$ -го фрагмента —  $2^{1/3} L_{k-1}^2$ ) [10]. Такая ориентация благоприятнее для разрушения, поскольку при этом поверхность трещины минимальна ( $2^{-1/3} L_{k-1}^2$ ) и устойчивее, так как центр массы тела максимально приближен к «опорной» поверхности (на которую воздействует аэродинамический напор), что согласуется и с принципом минимума потенциальной энергии.

\*Отметим, что аналогичная зона имеет место и в МКТ сферической формы [1].

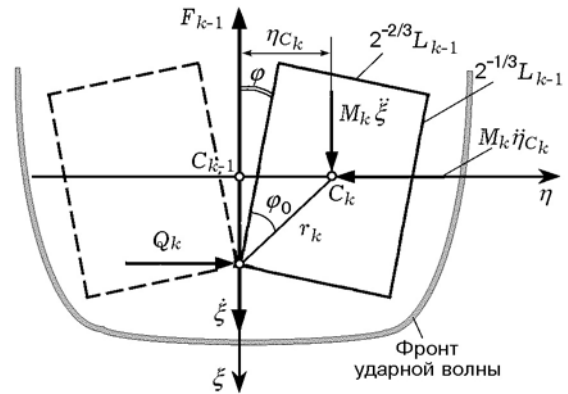


Рис. 2. Схема распада  $(k - 1)$ -го фрагмента МКТ

С момента разрушения ( $t = 0$ ) в плоскости  $\xi$ - $\eta$  начинается распад тела (пусть, для определенности, это будет  $(k - 1)$ -й фрагмент, рис. 2). Этот процесс представляется двухфазным: первая фаза — поворот фрагментов при сохранении взаимного контакта по линии касания ребер на лобовой поверхности, вторая фаза — поперечный разлет их (от плоскости симметрии  $\xi$ - $\zeta$ ) как независимых тел после прекращения контакта. При распаде фрагменты совершают сложные движения, симметричные относительно траектории движения общего центра масс (точка  $C_{k-1}$ ). А именно: поступательное движение по инерции вперед и поворот вокруг своих центров масс ( $C_k$ ) на угол  $\varphi$ . В первой фазе фрагмент поворачивается с угловой скоростью  $\dot{\varphi} = d\varphi/dt$ , а его центр массы удаляется по оси  $\eta$  от общего центра масс с линейной скоростью  $\dot{\eta}_{C_k} = d\eta_{C_k}/dt$ . Как будет показано, эти скорости возрастают от нуля до значений  $\dot{\varphi}_k^*$  и  $\dot{\eta}_{C_k}^*$ , которые достигаются в момент прекращения контакта фрагментов при  $t = t_k^*$  и  $\varphi = \varphi_k^*$  (будем считать это критическим моментом). Факторами поворота фрагмента являются пары сил, образованные силой инерции, приложенной в центре массы (на рис. 2 она показана в проекциях на оси  $\xi$ ,  $\eta$ ), половиной общей силы аэродинамического сопротивления ( $F_{k-1}$ ), приложенной на оси  $\xi$  (так как общий мидель фрагментов остается сплошным, то они движутся за фронтом общей ударной волны), и реакцией соседнего фрагмента ( $Q_k$ ). При  $t > t_k^*$  движение фрагментов переходит во вторую фазу.

В первой фазе уравнения кинестатики  $k$ -го фрагмента имеют вид

$$M_k \ddot{\xi}_k = 0,5F_{k-1}, \quad (10)$$

$$M_k \ddot{\eta}_{C_k} = Q_k, \quad (11)$$

$$I_{C_k} \ddot{\varphi} = 0,5F_{k-1} \eta_{C_k} - Q_k r_k \cos(\varphi_0 + \varphi), \quad (12)$$

где  $M_k = \rho_{\tau} L_k^3$  — масса фрагмента,  $I_{C_k} = \frac{1}{3} M_k r_k^2$  — момент его инерции относительно центра массы  $C_k$ ,

$$\eta_{C_k} = r_k \sin(\varphi_0 + \varphi) \quad (13)$$

— текущая координата центра массы фрагмента (и плечо силы  $0,5F_{k-1}$  относительно него),

$$r_k = 2^{-4/3} \sqrt{1 + 2^{-2/3} L_{k-1}} \quad (14)$$

— расстояние между центром массы и линией контакта,  $\varphi \geq 0$  — текущий угол поворота,  $\varphi_0 = \arctg(2^{-1/3}) \approx 0,671$  рад ( $\approx 38^{\circ}26'$ ) — начальный угол наклона  $r_k$  к оси  $\xi$ . Ускорение центра массы на оси  $\eta$  есть  $\ddot{\eta}_{C_k} = d^2 \eta_{C_k} / dt^2$ , поэтому, как следует из (13),

$$\dot{\eta}_{C_k} = r_k \dot{\varphi} \cos(\varphi_0 + \varphi), \quad (15)$$

$$\ddot{\eta}_{C_k} = r_k [\ddot{\varphi} \cos(\varphi_0 + \varphi) - \dot{\varphi}^2 \sin(\varphi_0 + \varphi)], \quad (16)$$

где  $\ddot{\varphi} = d^2 \varphi / dt^2$  — угловое ускорение фрагмента.

Рассмотрим взаимосвязь силовых факторов и параметров движения, определяемую формулами (10)–(12). При этом  $F_{k-1} = 0,5C_{\xi} \rho_{a,k} \dot{\xi}^2 S_m$ , где  $S_m = 4r_k L_{k-1} \sin(\varphi_0 + \varphi)$  — площадь общего миделя фрагментов,  $\rho_a$  — плотность изотермической атмосферы. С учетом (14)

$$S_m = 2^{10/3} (1 + 2^{-2/3})^{-1/2} r_k^2 \sin(\varphi_0 + \varphi), \quad (17)$$

поэтому на каждый фрагмент приходится

$$0,5F_{k-1} = 2^{4/3} (1 + 2^{-2/3})^{-1/2} C_{\xi} \rho_{a,k} \dot{\xi}^2 r_k^2 \times \\ \times \sin(\varphi_0 + \varphi). \quad (18)$$

При  $t \geq 0$  имеем  $\xi \geq 0$ ,  $x = x_k - \xi H^{-1} \sin \alpha$  и с учетом вышеизложенного, в том числе (1) и (14), формула (18) принимает вид

$$0,5F_{k-1} = a M_k r_k^{-1} (\rho_{a,k} / \rho_{\tau}) \times$$

$$\sin(\varphi_0 + \varphi) \exp(\xi H^{-1} \sin \alpha) \dot{\xi}^2, \quad (19)$$

где при  $C_{\xi} = 1,5$  (для параллелепипеда)

$$a = 2^{-5/3} (1 + 2^{-2/3}) C_{\xi} \approx 0,77. \quad (20)$$

Уравнения (10)–(12) перепишем с учетом (13), (14), (16) и (19):

$$\ddot{\xi}_k = a r_k^{-1} (\rho_{a,k} / \rho_{\tau}) \sin(\varphi_0 + \varphi) \times \\ \times \exp(\xi H^{-1} \sin \alpha) \dot{\xi}^2, \quad (21)$$

$$Q_k = M_k r_k [\ddot{\varphi} \cos(\varphi_0 + \varphi) - \dot{\varphi}^2 \sin(\varphi_0 + \varphi)], \quad (22)$$

$$\left[ 5 \frac{I_{C_k}}{M_k r_k^2} + \cos 2(\varphi_0 + \varphi) \right] \ddot{\varphi} - \dot{\varphi}^2 \sin 2(\varphi_0 + \varphi) = \\ = 2a r_k^{-2} \left( \frac{\rho_{a,k}}{\rho_{\tau}} \right) \exp \left( \frac{\xi}{H} \sin \alpha \right) \dot{\xi}^2 \sin^2(\varphi_0 + \varphi), \quad (23)$$

начальные условия (при  $t = 0$ )

$$\varphi = 0, \quad \dot{\varphi} = 0, \quad \text{а также } \xi = 0 \text{ и } \dot{\xi} = v_k. \quad (24)$$

Решение системы (21)–(23) возможно только численным путем, так как в уравнениях (21) и (23) переменные не разделяются.

В расчетах применялся метод конечных разностей. Использовалась разностная схема, основанная на разделении интервала скоростей  $v_k \geq \dot{\xi} > v_{k+1}$  на  $s$  частей с достаточно мелким шагом  $\delta \dot{\xi}_s$ , чтобы положить  $\delta \ddot{\xi}_s, \delta \dot{\varphi}_s = \text{const}$ . На каждом шаге определяются следующие параметры:

$$\dot{\xi}_{s-1} = v_k - \sum_{m=1}^{s-1} \delta \dot{\xi}_m, \quad \dot{\xi}_s = \dot{\xi}_{s-1} - \delta \dot{\xi}_s,$$

$$\ddot{\xi}_s = \frac{\delta \dot{\xi}_s}{\delta t_s}, \quad \delta \xi_s = (\dot{\xi}_{s-1} - 0,5 \delta \dot{\xi}_s) \delta t_s,$$

$$\xi_{s-1} = \sum_{m=1}^{s-1} \delta \xi_m, \quad \varphi_{s-1} = \sum_{m=1}^{s-1} \delta \varphi_m, \quad (25)$$

$$\delta \varphi_s = 2 \left( \frac{\delta \varphi_s}{\delta t_s} - \dot{\varphi}_{s-1} \right),$$

$$\dot{\varphi}_s = \dot{\varphi}_{s-1} + \delta\dot{\varphi}_s, \quad \ddot{\varphi}_s = \frac{\delta\dot{\varphi}_s}{\delta t_s}.$$

Кроме того, поскольку  $\delta\xi_s \sin \alpha \ll H$ , целесообразно воспользоваться приближением

$$\begin{aligned} \exp[H^{-1}(\xi_{s-1} + \delta\xi_s) \sin \alpha] &\approx \\ &\approx \exp(H^{-1}\xi_{s-1} \sin \alpha)(1 + H^{-1}\delta\xi_s \sin \alpha). \end{aligned} \quad (26)$$

При учете (25), (26) дифференциальные уравнения (21) и (23) приводятся к трансцендентным:

$$\begin{aligned} \ddot{\xi}_s = \frac{a}{r_k} \left( \frac{\rho_{a,k}}{\rho_\tau} \right) \sin(\varphi_0 + \varphi_s) \exp(H^{-1}\xi_{s-1} \sin \alpha) \times \\ \times (1 + H^{-1}\delta\xi_s \sin \alpha) \dot{\xi}_s^2, \end{aligned} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} \left[ 5 \frac{I_{C_k}}{M_k r_k^2} + \cos 2(\varphi_0 + \varphi_s) \right] \ddot{\varphi}_s - \\ - \sin 2(\varphi_0 + \varphi_s) \dot{\varphi}_s^2 - 2ar_k^{-2} \left( \frac{\rho_{a,k}}{\rho_\tau} \right) \sin^2(\varphi_0 + \varphi_s) \times \\ \times \exp(H^{-1}\xi_{s-1} \sin \alpha) (1 + H^{-1}\delta\xi_s \sin \alpha) \dot{\xi}_s^2 = 0, \end{aligned} \quad (28)$$

из которых определяются параметры  $\delta t_s$  и  $\delta\varphi_s$ , а затем путем обратного пересчета — прочие параметры.

Как показывают расчеты, в процессе поворота фрагмента зависимость  $Q_k(\varphi)$  достигает максимума, после чего при критическом значении  $\varphi = \varphi^*(t = t_k^*)$  обращается в нуль. Это означает прекращение контакта между фрагментами и разгона их вращения и поперечного перемещения. Поэтому счет ведется до этого момента, при котором с учетом (22)

$$\ddot{\varphi}_k^* \cos(\varphi_0 + \varphi^*) - \dot{\varphi}_k^{*2} \sin(\varphi_0 + \varphi^*) = 0. \quad (29)$$

В этот момент параметры поворота достигают значений

$$t_k^* = \sum_{m=1}^{s^*} \delta t_m, \quad \varphi_k^* = \sum_{m=1}^{s^*} \delta\varphi_m, \quad \dot{\varphi}_k^* = \sum_{m=1}^{s^*} \delta\dot{\varphi}_m,$$

$$v_k^* = v_k - \sum_{m=1}^{s^*} \delta\dot{\xi}_m, \quad \xi_k^* = \sum_{m=1}^{s^*} \delta\xi_m,$$

а скорость удаления центра массы каждого фрагмента от плоскости симметрии  $\xi$ - $\zeta$  согласно (15) достигает значения

$$\dot{\eta}_{C_k}^* = r_k \dot{\varphi}_k^* \cos(\varphi_0 + \varphi_k^*), \quad (30)$$

после чего начинается вторая фаза распада — разлет фрагментов.

При первом распаде ( $k = 1$ ) поперечная скорость фрагмента равна

$$v_{\eta,1} = r_1 \dot{\varphi}_1^* \cos(\varphi_0 + \varphi_1^*), \quad (31)$$

но в дальнейшем (при  $k > 1$ ) после каждого акта фрагментации происходит переориентация поверхности разрушения и соответственно вектора  $\dot{\eta}_{C_k}^*$ , поэтому скорость удаления новых фрагментов от первоначальной траектории целесообразно оценивать геометрической суммой скоростей:

$$v_{\eta,k} = \sqrt{v_{\eta,k-1}^2 + \dot{\eta}_{C_k}^{*2}}, \quad (32)$$

которую будем считать постоянной до следующего акта фрагментации, так как по расчетам  $v_{\eta,k} \ll \dot{\xi}_k^*$ . При этом фрагмент будет двигаться по траектории с суммарной скоростью

$$v_k^* = \sqrt{v_{\eta,k}^2 + v_{\eta,k}^{*2}}. \quad (33)$$

Далее оцениваются участок траектории, время и радиус разлета фрагментов до следующей фрагментации:  $\xi_{p,k} = Hx_k/\sin \alpha - \xi_k^*$ ,  $t_{p,k} \approx$

$$\int_{x_{k+1}}^{x_k^*} \frac{dx}{v(x)} \quad (\text{здесь используется (8) после замены } n \text{ на } k \text{ и } v_n \text{ на } v_k^*) \text{ и } R_{\eta,k} \approx R_{\eta,k-1} + v_{\eta,k-1} t_k^* + v_{\eta,k} t_{p,k}.$$

По окончании фрагментации и соответствующего поворота (т. е. при  $t \geq t_n^*$ ) можно определить соответствующую координату над планетой  $x_n^* = (z_n - \xi_n^* \sin \alpha)/H$  и участок траектории до удара о грунт:  $\xi_{p,n} = Hx_n^*/\sin \alpha$ . Затем по формуле (8), где  $v_n$  следует заменить на  $v_n^*$ , можно найти время разлета фрагментов

$$t_{p,n} = \int_0^{x_n^*} \frac{dx}{v(x)} \text{ и его радиус при пересечении траектории с грунтом:}$$

$$R_\eta \approx R_{\eta,n} + v_{\eta,n} t_{p,n}. \quad (34)$$

При этом фрагменты будут разлетаться в коническом пространстве с осью на траектории

и основанием — эллиптическим полем их рассеяния на грунте — длиной  $L_{\text{осн}} \approx 2R_{\eta} \left[ 1 + \frac{\cos^2 \alpha}{\sin(\alpha + \beta) \sin(\alpha - \beta)} \right] \sin \alpha$  и шириной  $H_{\text{осн}} \approx L_{\text{осн}} \sin \alpha$ , где  $\beta = \text{arctg} \frac{R_{\eta} - R_{\eta,n}}{\xi_{p,n}}$ .

Итак, численный метод, очевидно, позволяет достичь цели. Однако было бы крайне полезным найти возможность и аналитического решения, пусть даже приближенного, ведь такой путь дает возможность наглядно представить взаимосвязь факторов и параметров изучаемого процесса. Как известно, аналитическое решение дифференциальных уравнений связано с разделением переменных. Авторам удалось найти такую возможность. Она заключается в следующем.

Если положить  $\dot{\varphi} = \dot{\varphi}[\varphi(t)]$ , то  $\ddot{\varphi} = \dot{\varphi} d\dot{\varphi}/d\varphi$  и формула (23) приводится к виду

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\varphi} \left\{ \dot{\varphi}^2 \left[ 5 \frac{I_{C_k}}{M_k r_k^2} + \cos 2(\varphi_0 + \varphi) \right] \right\} = \\ = 4ar_k^{-2} \left( \frac{\rho_{a,k}}{\rho_{\tau}} \right) \sin^2(\varphi_0 + \varphi) \exp \left( \frac{\xi}{H} \sin \alpha \right) \xi^2. \end{aligned} \quad (35)$$

Слева имеем функцию, зависящую от угла  $\varphi$  и его производных, справа — от  $\varphi$ , перемещения  $\xi$  и его производной. Для решения следовало бы привести (23) к единой переменной, целесообразно к  $\varphi$ . В самом деле, если представить, например,  $\xi(t)$  как  $\xi[\varphi(t)]$ , то из (21) с учетом (35) следует, что

$$\begin{aligned} \ddot{\xi}_k = \frac{r_k}{4 \sin(\varphi_0 + \varphi)} \frac{d}{d\varphi} \left\{ \dot{\varphi}^2 \left[ 5 \frac{I_{C_k}}{M_k r_k^2} + \right. \right. \\ \left. \left. + \cos 2(\varphi_0 + \varphi) \right] \right\}, \end{aligned} \quad (36)$$

т. е. имеет место явная зависимость  $\ddot{\xi}_k(\varphi)$ . Учитывая (21), нетрудно видеть, что это возможно при

$$\dot{\xi} = \psi(\varphi) v_k \exp(-\xi \sin \alpha / 2H). \quad (37)$$

Если  $\psi(\varphi) = 1$ , то аналитическое решение существенно облегчается, так как для аппроксимации зависимости (37) можно использовать формулу

$$\dot{\xi} = v_k \exp(-\xi \sin \alpha / 2H). \quad (38)$$

В таком приближении первый интеграл уравнения (23) имеет вид

$$\begin{aligned} \dot{\varphi}_k = \sqrt{a} \frac{v_k}{r_k} \sqrt{\frac{\rho_{a,k}}{\rho_{\tau}}} \sqrt{\frac{1}{5I_{C_k}/M_k r_k^2 + \cos 2(\varphi_0 + \varphi)}} \times \\ \times \sqrt{2(\varphi_0 + \varphi) - \sin 2(\varphi_0 + \varphi) - (2\varphi_0 - \sin 2\varphi_0)}. \end{aligned} \quad (39)$$

Угловое ускорение определяется по формуле, вытекающей из (23) с учетом (38) и (39):

$$\begin{aligned} \ddot{\varphi}_k = \frac{1}{5I_{C_k}/M_k r_k^2 + \cos 2(\varphi_0 + \varphi)} \times \\ \times \left( \dot{\varphi}^2 \sin 2(\varphi_0 + \varphi) + av_k^2 r_k^{-2} \left( \frac{\rho_{a,k}}{\rho_{\tau}} \right) \times \right. \\ \left. \times [1 - \cos 2(\varphi_0 + \varphi)] \right), \end{aligned} \quad (40)$$

следовательно, начальное значение реакции  $Q_k(\varphi)$  в (22) с учетом (14) составляет

$$\begin{aligned} Q_k(0) = \frac{aM_k v_k^2}{r_k} \left( \frac{\rho_{a,k}}{\rho_{\tau}} \right) \times \\ \times \frac{(1 - \cos 2\varphi_0) \cos \varphi_0}{5I_{C_k}} / M_k r_k^2 + \cos 2\varphi_0 \approx \\ \approx 2,96 \rho_{a,k} v_k^2 r_k^2 \frac{(1 - \cos 2\varphi_0) \cos \varphi_0}{5/3 + \cos 2\varphi_0}. \end{aligned} \quad (41)$$

С учетом (39) и (40) условие (29) принимает вид

$$\begin{aligned} \left[ 5 \frac{I_{C_k}}{M_k r_k^2} + \cos 2(\varphi_0 + \varphi^*) \right] \sin 2(\varphi_0 + \varphi^*) - \\ - 2[2(\varphi_0 + \varphi^*) - \sin 2(\varphi_0 + \varphi^*) - \\ - (2\varphi_0 - \sin 2\varphi_0)] = 0, \end{aligned} \quad (42)$$

и, следовательно, значение  $\varphi^*$  зависит только от формы фрагмента, так как только она обуславливает значения  $I_{C_k}/M_k r_k^2$  и  $\varphi_0$  (в данном случае равные 1/3 и 0,67), поэтому решение (42) для всех этапов фрагментации параллелепипеда дает  $\varphi^* = \text{const} \approx 0,47$  рад. При этом

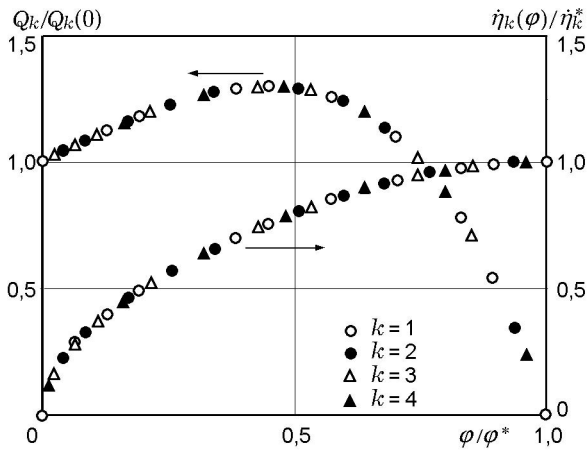


Рис. 3. Типичная взаимосвязь поперечной скорости  $k$ -го фрагмента и реакции соседнего фрагмента (данные аналитических расчетов первой фазы распада при  $M_0 = 100$  т)

угловая скорость фрагмента (39) и поперечная скорость его центра массы (15) возрастают до значений (рис. 3)

$$\dot{\varphi}_k^* = \sqrt{a} \frac{v_k}{r_k} \sqrt{\frac{\rho_{a,k}}{\rho_T}} \sqrt{\frac{1}{5/3 + \cos 2(\varphi_0 + \varphi^*)}} \times \{2(\varphi_0 + \varphi^*) - \sin 2(\varphi_0 + \varphi^*) - (2\varphi_0 - \sin 2\varphi_0)\}^{1/2} \approx 0,94 \frac{v_k}{r_k} \sqrt{\frac{\rho_{a,k}}{\rho_T}}, \quad (43)$$

$$\dot{\eta}_{C_k}^* = r_k \dot{\varphi}_k^* \cos(\varphi_0 + \varphi^*) \approx 0,4 v_k \sqrt{\rho_{a,k}/\rho_T}. \quad (44)$$

В частности, поперечная скорость первого фрагмента будет равна

$$v_{\eta,1} \approx 0,4 v_1 \sqrt{\rho_{a,1}/\rho_T}. \quad (45)$$

Интегрируя (39) и (38) при  $0 \leq t \leq t_k^*$ ,  $0 \leq \varphi \leq \varphi^*$  и  $0 \leq \xi \leq \xi_k^*$ , получаем время поворота фрагмента на критический угол

$$t_k^* = \int_0^{\varphi^*} \dot{\varphi}^{-1} d\varphi \approx 1,46 \frac{r_k}{v_k} \sqrt{\frac{\rho_T}{\rho_{a,k}}}, \quad (46)$$

соответствующее перемещению по траектории

$$\xi_k^* = \frac{2H}{\sin \alpha} \ln \left( 1 + \frac{v_k t_k^* \sin \alpha}{2H} \right) \approx v_k t_k^* \quad (47)$$

Таблица 1

Параметры фрагментации Сихотэ-Алинского метеороида в атмосфере Земли

$k$	$z_k$ , км	$v_k$ , км/с	$L_k$ , м	$\Delta \xi_k$ , км	$t_k$ , с	$\tau_k$
$M_0 = 100$ т, $v_0 = 20$ км/с, $L_0 = 2,34$ м						
1	17,07	18,47	1,86	—	—	—
2	15,90	18,18	1,47	1,82	0,07	225
3	14,54	17,70	1,17	2,12	0,09	353
4	12,73	16,74	0,93	2,82	0,13	661
$M_0 = 300$ т, $v_0 = 12$ км/с, $L_0 = 3,38$ м						
1	9,31	10,38	2,68	—	—	—
2	7,76	9,98	2,13	2,41	0,18	396
3	4,94	8,87	1,69	4,38	0,40	1108

(так как  $v_k t_k^* \sin \alpha / 2H \ll 1$ ), и скорость этого перемещения

$$\dot{\xi}_k^* = v_k \exp(-\xi_k^* \sin \alpha / 2H) \approx$$

$$\approx v_k (1 - v_k t_k^* \sin \alpha / 2H). \quad (48)$$

В дальнейшем по формулам, начиная с (32), рассчитываются параметры второй фазы распада фрагментов.

Эффективность разработанной модели авторы проверили на примере распада железоникелевого Сихотэ-Алинского метеороида. Использовались следующие исходные данные [9]:  $M_0 = 100$  т,  $\rho_T = 7,8 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup> (железо),  $v_0 = 20$  км/с;  $L_0 \approx 2,34$  м,  $C_\xi = 1,5$ ,  $\alpha = 40^\circ$ . Для атмосферы Земли принято  $H = 8$  км,  $\rho_0 = 1,29$  кг/м<sup>3</sup>. Трещиностойкость материала, от которой согласно (4)–(7) зависит фрагментация тела, оценивалась параметром  $K_{1c}^2$ , номинальное значение которого для железа принято равным  $10^{15}$  Па<sup>2</sup>·м [9]. По другим данным, например, работы [16], значения  $M_0$  и  $v_0$  равны 300 т ( $L_0 \approx 3,38$  м) и 12 км/с, поэтому рассматривались оба случая. Поскольку процесс взаимодействия МКТ с атмосферой включает в себя две стадии: фрагментацию и рассеяние фрагментов, процедура расчетов была разделена на два этапа.

На первом этапе проводился расчет фрагментации МКТ, для чего предварительно определялись промежуточные параметры ( $A$ ,  $B$  и др.), а затем — значения  $x_k$ ,  $v_k$ ,  $r_k$  и  $a$  по формулам (4)–(7), (14) и (20). Результаты приведены в табл. 1, где  $\Delta \xi_k = (z_{k-1} - z_k) / \sin \alpha$  — дли-

на участка траектории между актами фрагментации,  $t_k = H \int_{x_k}^{x_{k-1}} \frac{dx}{v(x)}$  и  $\tau_k = \frac{C_T t_k}{L_{k-1}}$  — соответствующие время движения фрагментов и относительное время их нагружения\*,  $v(x) = v_{k-1} \exp[-2^{(k-1)/3} A \exp(-x)]$ ,  $C_T \approx 5900$  м/с — объемная скорость звука в железе.

Весьма важным результатом данного этапа расчетов представляется близость или совпадение расчетного количества актов фрагментации при  $M_0 = 100$  и  $300$  т ( $n = 4$  и  $3$ ) с фактическим ( $n = 3$ ). Последний установлен Комитетом по метеоритам АН СССР за период 1947–1978 гг., определившим, что распад Сихотэ-Алинского метеороида происходил в три этапа, разделенные во времени и пространстве: «...Изучение морфологических характеристик позволило надежным способом установить, что метеоритный дождь образовался в результате раздробления (и притом многократного) первоначально единого метеорного тела во время движения его с космической скоростью в земной атмосфере. В результате изучения морфологических характеристик индивидуальных экземпляров были выделены три главные стадии дробления, протекавшего при трех разных скоростях движения...» (цит. по [13]).

Расчетные размеры фрагментов относительно крупные ( $\approx 1 \div 3$  м). Однако, как указывалось ранее [8], вследствие неизбежного разброса физико-механических свойств материала в объеме метеорита, на самом деле размеры осколков будут характеризоваться некоторой дисперсией. При этом нельзя исключить, что при некоторых актах разрушения метеороид или его осколки будут распадаться не на две, а на три части. Естественно ожидать также, что статистическое распределение осколков по размерам фактически будет асимметричным, с резким ограничением в области больших размеров.

На втором этапе рассчитывались параметры распада и рассеяния фрагментов по данным табл. 1, принятым в качестве исходных. Расчеты проводились численным и аналитическим методами. В численном расчете использовались шаги  $\delta \dot{\xi}_s = 10, 5$  и  $1$  м/с. Как известно,

\*Поскольку  $\tau_k \gg 1$ , нагружение тела можно считать квазистатическим, что оправдывает представление его фрагментации как разделение на две равные части.

точность решения повышается с уменьшением шага. Поэтому в табл. 2 приведены результаты расчетов при  $\delta \dot{\xi}_s = 1$  м/с. В этом случае вычисленные значения параметра  $\psi(\varphi)$  в (37) находятся в пределах  $0,99905 \div 1,01200$ . Их очевидная близость к единице вполне оправдывает использование аппроксимирующей функции (38), по крайней мере в данном случае, что подтверждает и практическое совпадение результатов, полученных обоими методами (см. табл. 2). Рассмотрим эти результаты.

1. Как видно из рис. 3, в первой фазе распада реакция контактирующих фрагментов ( $Q$ ) обуславливает их поперечный разгон. Судя по формулам (22) и (41), этот фактор действует с самого начала (находясь в сильной прямой зависимости от траекторной скорости и размера фрагмента) и постепенно достигает максимума, а затем (в критический момент) обращается в нуль. При этом поперечная скорость ( $\dot{\eta}_{C_k}$ ) соответственно возрастает от нуля до значения (30), при котором контакт фрагментов прекращается. Отметим, что в относительных координатах расчетные точки, полученные после разных актов фрагментации, ложатся на единые кривые (как это и следует из соответствующих формул). Кроме того, угловая скорость фрагмента (43) находится в сильной обратной зависимости от плотности тела  $\rho_T$  и его размера  $r_k$ , а поперечная скорость (44) — от  $\rho_T$  (при этом оба параметра линейно зависят от траекторной скорости  $v_k$ ). Этот важный результат дает основание ожидать, что фрагменты более плотных и крупных тел при прочих равных условиях будут получать меньшую угловую и поперечную скорость  $v_{\eta,k}$  и разлетаться на соответственно меньшее расстояние  $R_{\eta}$  (34).

2. Согласно [16] «размер основного эллипса рассеяния для наибольших кратеров составляет порядка  $0,3 \times 0,5$  км...». Полученные нами расчетные размеры поля рассеяния при  $M_0 = 100$  т составили  $\approx 0,23 \times 0,36$  км, а при  $M_0 = 300$  т —  $\approx 0,13 \times 0,19$  км, т. е. примерно в два раза меньше. С учетом принятых допущений согласие результатов, полученных при  $M_0 = 100$  т, с реалиями [16] представляется лучшим, чем при  $M_0 = 300$  т.

Подведем итоги.

По результатам исследований, проведенных авторами в [8–12] и настоящей работе, весь процесс взаимодействия МКТ с атмосферой представляется двухстадийным и описывается на единой, аэродинамической, основе.



Первая стадия — фрагментация МКТ. В модели [7–11] считается, что она происходит путем разделения МКТ хрупкой трещиной на две равные части, поскольку аэродинамическое нагружение, вызывающее разрушение, как правило, носит квазистатический характер. Если фрагментация происходит многократно, то фрагменты разрушаются так же, как и родительское тело, и процесс их последовательного дробления является дискретным, т. е. акты фрагментации разделены в пространстве и времени. Это есть проявление сильного масштабного эффекта (энергетической природы), поскольку по мере измельчения фрагментов прочность их, как известно [12], резко возрастает и для разрушения требуется погружение в более плотные слои атмосферы.

При расчетах на данной стадии определяющими факторами являются параметры атмосферы (плотность и стандартная толщина), размеры, плотность и прочность МКТ, скорость его движения и угол наклона траектории.

Вторая стадия — распад и рассеяние МКТ. Распад представляется двухфазным процессом. В первой фазе происходят ускоренный поворот фрагментов вокруг своих центров масс и соответствующее смещение последних от общей траектории движения. Важной особенностью процесса в данной фазе является сохранение взаимного контакта фрагментов по линии касания их ребер на лобовой поверхности, так как это обуславливает поперечное ускорение центров масс. Несмотря на сложность данной задачи, показана возможность получения практически точных и достаточно простых аналитических формул для определения параметров движения фрагментов, в частности их угловой и поперечной скоростей, в зависимости от угла поворота. Установлено, что при его определенном (критическом) значении контакт фрагментов прекращается. Критическое значение угла зависит только от формы фрагмента. После прекращения контакта фрагментов начинается вторая фаза их распада — свободный разлет и вращение вокруг центров масс со скоростями, достигнутыми в первой фазе. Это продолжается до следующего разрушения, если, конечно, оно состоится (в противном случае разлет фрагментов будет происходить с этими скоростями до падения на грунт). Следует отметить, что доля энергии, затраченной на поперечный разгон фрагментов, пренебрежимо ма-

ла (как легко установить по данным табл. 2, она составляет  $\approx 10^{-3}$  % от кинетической энергии МКТ).

При расчетах на данной стадии определяющими являются те же факторы, что и на первой стадии (кроме прочности), а также высота фрагментации, скорость, при которой она произошла, и размеры фрагментов. Таким образом, природа сил инерции, обуславливающих скорость распада фрагментов и радиус их разлета, является в основном аэродинамической.

При данной модели распада важно отметить, что в первой его фазе действующие силы вызывают поворот фрагментов вокруг своих центров масс, при котором они движутся вперед относительно линии контакта. При этом общая лобовая поверхность фрагментов, где среднее давление газа за фронтом воздушной ударной волны максимально, остается сплошной. Это препятствует фронтальному внедрению газа в клиновидный зазор между фрагментами; газ поступает только с боков и тыла, где среднее давление значительно ниже. Этот газодинамический фактор не учитывается, однако ясно, что его действие приведет к некоторому дополнительному ускорению фрагментов. Эффективность влияния этого фактора можно найти, сравнив наши результаты с соответствующими данными исследований, где это влияние учитывалось. К ним можно отнести, прежде всего, работы [17] и [14].

В [17] для определения максимальной поперечной скорости после однократного разделения МКТ на две части получена формула (приводим ее в наших обозначениях)

$$v_{\eta,1} \approx v_1 \sqrt{C \rho_{a,1} / \rho_T}, \quad (49)$$

где  $C$  — безразмерный коэффициент. При этом предполагалось, что эта скорость вызвана взаимодействием воздушных ударных волн, пока фрагменты не разошлись на некоторое расстояние. В результате анализа известных кратерных полей коэффициент  $C$  оценивается в диапазоне  $0,02 \div 1,52$ , наиболее вероятное его значение 1, поэтому формула (49) в варианте [17], в конечном счете, является полуэмпирической. Позднее в [14] путем трехмерного моделирования газодинамических процессов между двумя полукубическими или полуцилиндрическими фрагментами получена аналогичная формула. Как было принято в расчетах, вначале фрагменты снижались рядом по вертикальной

траектории за фронтом возбужденной ими воздушной ударной волны. В дальнейшем сжатый газ за фронтом волны проникал в зазор между ними, расширявшийся под его давлением, и вызывал поперечное ускорение фрагментов. Причина появления начального зазора не указана, и его величина, по-видимому, постулировалась (по крайней мере, результаты расчетов приведены начиная с зазора порядка 0,1 размера фрагментов). Максимум скорости разлета достигался при расстоянии между фрагментами порядка их размера. В результате оценка коэффициента  $C$  дала значение 0,2.

Очевидно, формулы (49) и (45) с точностью до коэффициента идентичны, а при  $C = 0,2$  практически совпадают. Это означает, что при однократном разрушении МКТ газодинамический [14] и аэродинамический механизмы разгона фрагментов одинаково эффективны, и это, в принципе, возможно, но при одном условии: для работы газодинамического механизма необходимо существование начального зазора между фрагментами, в противном случае модель [14] не реализуема. Однако физически обоснованных причин образования начального зазора не видно. В самом деле, даже в постановке [14] после образования трещины в МКТ его фрагменты первоначально должны находиться в тесном соприкосновении, без зазоров, прижатые друг к другу наружным давлением газовой среды за фронтом ударной волны. Следовательно, каких-либо воздушных ударных волн между ними быть не должно. По-видимому, для появления зазора необходим какой-то начальный фактор (типа толчка). В отсутствие же зазора воздушная ударная волна, возбужденная МКТ, теоретически будет квазистационарной, давление на фрагменты — квазистатическим и фрагменты будут продолжать движение в тесном соприкосновении до падения на грунт. Поэтому возникновение начального зазора между фрагментами в модели [14] представляется принципиально невозможным, и, поскольку без него она не будет работать, это можно расценить как ее существенный недостаток. Причина указанной некорректности, очевидно, связана с историей взаимодействия МКТ с атмосферой. Авторы моделей [14] и [17] эту историю игнорируют.

В самом деле, ведь изначально МКТ было целым, но по мере входа в атмосферу оказалось под действием силы аэродинамического сопротивления. Именно эта сила и обусловлен-

ная ею инерция разрушают МКТ и приводят в движение его фрагменты, а газодинамические факторы «подключаются» позднее. Таким образом, изначальная природа фрагментации и распада МКТ — аэродинамическая.

С этой точки зрения, поскольку на фрагменты действуют квазистатические силовые факторы аэродинамической природы, в частности силы инерции, направленные вперед, появление зазора вполне объяснимо и закономерно. Эти факторы неминуемо приведут к реализации первой фазы распада, т. е. к повороту фрагментов вокруг своих центров масс. В результате последние придут в движение относительно линии контакта непременно вперед\*, ускоренно удаляясь от первоначальной траектории. И лишь в этом случае между фрагментами появится и будет увеличиваться клиновидный зазор. Однако к этому моменту они уже не будут двигаться только поступательно, но, вращаясь с определенной угловой скоростью, будут удаляться от траектории со скоростью порядка (45). Таким образом, в аэродинамической модели вращение фрагментов является естественным и важным фактором их поперечного разгона.

Итак, представленная аэродинамическая модель распада МКТ в атмосфере планеты в сочетании с известной моделью его последовательной дискретной фрагментации, разработанной на принципах аэродинамики и современной механики разрушения, дает возможность достаточно корректно и детально исследовать эти процессы. Об этом свидетельствуют вполне удовлетворительные результаты ее тестирования по известным данным природного явления даже без учета газодинамического фактора, действие которого, несомненно, дополняет действие аэродинамического.

## ЛИТЕРАТУРА

1. **Фадеев Ю. И.** Разрушение метеорных тел в атмосфере // Физика горения и взрыва. 1967. Т. 3, № 2. С. 276–280.
2. **Григорян С. С.** О движении и разрушении метеоритов в атмосферах планет // Космические исследования. 1979. Т. 17, № 6. С. 875–893.
3. **Hills J. H., Goda M. H.** The fragmentation of small asteroids in the atmosphere // *Astronom. J.* 1993. V. 105, N 3.

\*Кстати, в модели [14] расчетный поворот фрагментов происходит в обратную сторону и настолько мал, что его можно не учитывать.

4. Baldwin B., Sheaffer Y. Ablation and breakup of large meteoroids during atmospheric entry // J. Geophys. Res. 1971. V. 76, N 19. P. 4653–4668.
  5. Стулов В. П. Аналитическая модель последовательного дробления и абляции метеорного тела в атмосфере // Астроном. вестн. 1998. Т. 32, № 3. С. 455–458.
  6. Svetsov V. V., Nemtchinov I. V., Teterov A. V. Disintegration of large meteoroids in Earth's atmosphere: Theoretical models // Icarus. 1995. V. 116. P. 131–153.
  7. Иванов А. Г., Рыжанский В. А. Возможная природа взрыва Тунгусского метеорита и распада кометы Шумейкеров — Леви // Физика горения и взрыва. 1995. Т. 31, № 6. С. 117–124. (Поправка в: Физика горения и взрыва. 1996. Т. 32, № 3. С. 143).
  8. Иванов А. Г., Рыжанский В. А. Фрагментация малого небесного тела при его взаимодействии с атмосферой планеты // Докл. АН. 1997. Т. 353, № 3. С. 334–337.
  9. Иванов А. Г., Рыжанский В. А. Анализ процесса дробления Сихотэ-Алинского метеорита с позиций механики разрушения // Астроном. вестн. 1998. Т. 32, № 1. С. 1–5.
  10. Иванов А. Г., Рыжанский В. А. Влияние формы малого космического тела на процесс его фрагментации в атмосфере планеты // Физика горения и взрыва. 1999. Т. 35, № 3. С. 120–125.
  11. Иванов А. Г., Рыжанский В. А. Фрагментация малого космического тела в атмосфере планеты при пролете мимо нее // Физика горения и взрыва. 1999. Т. 35, № 5. С. 127–137.
  12. Иванов А. Г. Разрушение при взрывных нагрузках // Ударные волны и экстремальные состояния вещества. М.: Наука, 2000. С. 388–421; См. также: ПМТФ. 1994. № 3. С. 116–131.
  13. Кринов Е. Л. Железный дождь М.: Наука, 1981.
  14. Artem'eva N. A., Shuvalov V. V. Interaction of shock waves during the passage of a disrupted meteoroid through the atmosphere // Shock Waves. 1996. N 5. P. 359–367.
  15. Авербах Б. Л. Некоторые физические аспекты разрушения // Разрушение. М.: Мир, 1973. Т. 1. С. 471–504.
  16. Немчинов И. В., Попова О. П. Анализ Сихотэ-Алинского события 1947 г. и его сравнение с явлением 1 февраля 1994 г. // Астроном. вестн. 1997. Т. 31, № 5. С. 458–471.
  17. Passey Q. R., Melosh H. J. Effects of atmospheric breakup on crater field formation // Icarus. 1980. V. 42, N 2. P. 211–233.
- Поступила в редакцию 27/III 2002 г.,  
в окончательном варианте — 1/VII 2003 г.*
-