

**РАСШИРЕНИЕ ИДЕАЛЬНО-ПЛАСТИЧЕСКОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ
ОБОЛОЧКИ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ПРОДУКТОВ ДЕТОНАЦИИ**

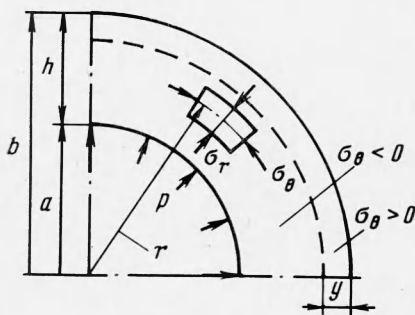
В. А. Одинцов, В. В. Селиванов, Л. А. Чудов

(Москва)

Система уравнений, описывающих одномерное движение идеально-пластической несжимаемой оболочки под действием равномерно расширяющегося политропного газа, сводится к нелинейному дифференциальному уравнению, которое решается численно. Определено поле напряжений в оболочке и закон ее движения. Обсуждается вопрос о радиусе разрушения.

Поведение идеально-пластической несжимаемой оболочки под действием равномерно расширяющихся продуктов детонации рассматривалось в [1-5]. Показано, что в оболочке реализуется сложное напряженное состояние, характеризуемое наличием зон растяжения и сжатия, и получены соотношения для определения радиуса разрушения оболочки. Кинематика оболочки и перераспределение энергий в процессе разгона в [1-5] не исследовались.

Рассмотрим плоскую деформацию цилиндрической оболочки (фиг. 1) под действием продуктов детонации, подчиняющихся политропному закону расширения



Фиг. 1

$$(1) \quad pV^k = \text{const}$$

где p и V — давление и удельный объем.

Напряжения σ_r , σ_θ и σ_z являются главными. Внутренний и внешний начальные радиусы оболочки обозначим a_0 и b_0 , текущие — a и b .

Полагая материал оболочки несжимаемым, определим интеграл уравнения неразрывности в виде

$$(2) \quad v = \dot{a} a / r$$

где r — эйлерова координата, v — радиальная скорость частиц, $\dot{a} = da/dt$ — скорость движения внутренней поверхности оболочки.

Подставляя (2) и производные $\partial v / \partial t$ и $\partial v / \partial r$ в уравнение Эйлера

$$\gamma_0 \left(\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial r} \right) = \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} - \frac{\sigma_\theta - \sigma_r}{r}$$

где γ_0 — плотность материала оболочки, а также используя условие пластичности

$$(3) \quad \sigma_\theta - \sigma_r = \kappa Y$$

где Y — динамический предел текучести, получим

$$(4) \quad \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} = \frac{\kappa Y}{r} + \gamma_0 \left(\frac{a\ddot{a} + \dot{a}^2}{r} - \frac{a^2 \dot{a}^2}{r^3} \right)$$

Здесь $\ddot{a} = d^2 a / dt^2$ — ускорение внутренней поверхности.

В (3) $\kappa = 1$ при условии пластичности Сен-Венана — Треска и $\kappa = 2 / \sqrt{3}$ при условии пластичности Мизеса — Генки (деформация плоская, $\sigma_z = (\sigma_r + \sigma_\theta) / 2$).

Интегрируя (4) по r от a до текущего значения r и учитывая граничное условие $\sigma_r = -p$ при $r = a$, получим

$$(5) \quad \sigma_r = -p + \kappa Y \ln \frac{r}{a} + \gamma_0 (a\ddot{a} + \dot{a}^2) \ln \frac{r}{a} + \gamma_0 \left(\frac{a^2 \dot{a}^2}{2r^2} - \frac{\dot{a}^2}{2} \right)$$

Используя внешнее граничное условие $\sigma_r = 0$ при $r = b$, находим

$$(6) \quad -p + \kappa Y \ln \frac{b}{a} + \gamma_0 (a\ddot{a} + \dot{a}^2) \ln \frac{b}{a} + \gamma_0 \left(\frac{a^2 \dot{a}^2}{2b^2} - \frac{\dot{a}^2}{2} \right) = 0$$

Пусть $p_0 = \rho_0 D^2 / 8$ — давление мгновенной детонации, ρ_0 — плотность взрывчатого вещества, D — скорость детонации. Используя условие несжимаемости

$$b^2 - a^2 = b_0^2 - a_0^2$$

закон равновесного расширения (1) в виде

$$(7) \quad p = p_0 (a_0 / a)^{2k}$$

и вводя безразмерные параметры

$$a' = \frac{a}{b_0}, \quad b' = \frac{b}{b_0}, \quad p' = \frac{p}{\rho_0 D^2}, \quad Y' = \frac{Y}{\rho_0 D^2}$$

$$\dot{a}' = \frac{\dot{a}}{D}, \quad \ddot{a}' = \frac{b_0 \ddot{a}}{D^2}, \quad t' = \frac{t D}{b_0}, \quad \chi = \frac{\gamma_0}{\rho_0}$$

получим нелинейное дифференциальное уравнение второго порядка

$$(8) \quad \ddot{a}' = B \dot{a}'^2 + C, \quad B = 1/2a \ln(H/a) - a/2H^2 \ln(H/a) - 1/a$$

$$C = p_0 (a_0/a)^{2k} / \chi a \ln(H/a) - \kappa Y / a \chi, \quad H = (1 - a_0^2 + a^2)^{1/2}$$

Здесь и в дальнейшем штрихи над безразмерными параметрами опускаются.

Начальными условиями являются

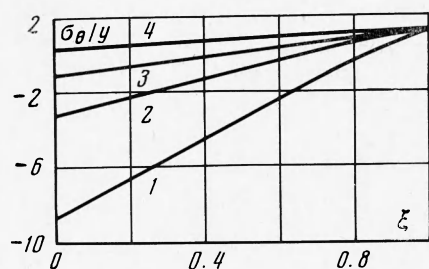
$$a(0) = a_0, \quad \dot{a}(0) = 0$$

Уравнение (8) решалось по стандартной программе методом Рунге — Кутты при различных коэффициентах наполнения $\alpha = m / (m + M)$, где m — масса заряда взрывчатого вещества, M — масса оболочки, при разных условиях пластичности и динамических пределах текучести. Показатель изэнтропы продуктов детонации $k = 3$.

Распределение тангенциальных напряжений по толщине оболочки в различные моменты времени представлено на фиг. 2, где $\alpha = 0.2$, $Y = 10$ кбар, $\kappa = 2 / \sqrt{3}$, $\xi = (r - a) / (b - a)$. Линии 1, 2, 3, 4 соответствуют безразмерным временам 0, 1.7, 2.5, 3.2.

В оболочке, находящейся под действием взрывной нагрузки, возникают две зоны. В зоне, прилегающей к внешней поверхности, реализуется смешанное напряженное состояние ($\sigma_r < 0$, $\sigma_\theta > 0$), во внутренней зоне —

состояние всестороннего неравномерного сжатия. По мере расширения оболочки и падения давления продуктов детонации граница зон ($\sigma_\theta = 0$) перемещается к внутренней поверхности. На фиг. 3 представлены законы



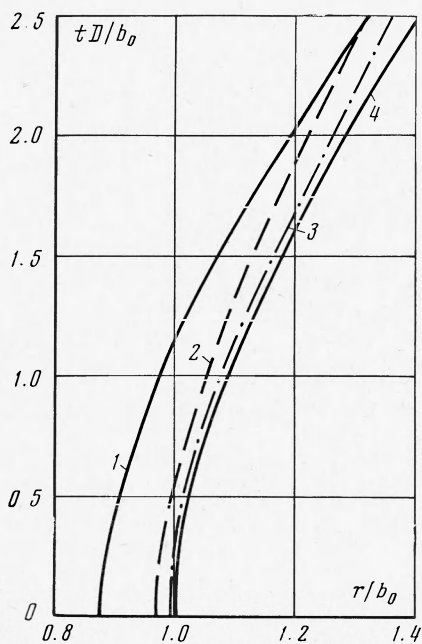
Фиг. 2

$$\sigma_r^* = -p^*(b-r)/h, \quad \sigma_\theta = \kappa Y - p(b-r)/h$$

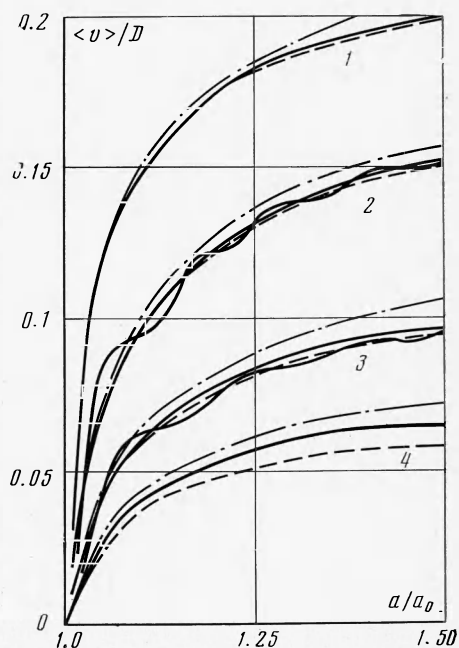
где h — толщина оболочки.

движения внутренней и внешней границ оболочки (линии 1 и 4), а также поверхностей $\sigma_\theta = 0$ и $\sigma_r = -\sigma_\theta$ (линии 2 и 3) для значений $\alpha = 0.4$, $Y = 10$ кбар и условия пластичности в форме Треска.

Учитывая, что распределение напряжений по толщине оболочки в любой момент времени можно считать линейным с точностью до 7%, имеем



Фиг. 3



Фиг. 4

Запишем соотношение для глубины растянутой зоны, отсчитываемой от внешней поверхности оболочки

$$y = hY / p = y(t)$$

Учитывая (7), получим

$$y = hY (a / a_0)^{2k} / p_0$$

По [1] разрушение сплошной оболочки происходит в момент, когда внешняя зона распространяется на всю толщину оболочки. Радиус разрушения определим выражением

$$(9) \quad a_t = a_0 (p_0 / Y)^{1/2k}$$

В выводе неявно предполагается, что разрушение оболочки происходит в растянутой зоне путем хрупкого отрыва.

Если предположить, что одновременно с этим процессом в сжатой зоне может идти разрушение путем сдвига по площадкам скольжения и к моменту прихода границы зон материал уже разрушен по этим площадкам, то условием разрушения будет равенство нулю нормальных напряжений в площадке скольжения. Это соответствует напряженному состоянию чистого сдвига

$$\sigma_{\theta} = -\sigma_r, \quad \sigma_z = 0, \quad \sigma = (\sigma_r + \sigma_{\theta} + \sigma_z) / 3 = 0$$

Аналогичная концепция развивалась в [3].

В этом случае радиус разрушения определяется выражением

$$(10) \quad a^{\circ} = a_0 (2p_0 / Y)^{1/2k}$$

При фиксированных значениях p_0 , Y и $k = 3$ отношение $a^{\circ} / a_f = 1.12$.

Соотношения (9) и (10) не учитывают пластических свойств материала, характеризующихся относительным удлинением δ , сужением ψ и т. д.

Проведенные в отраженном свете оптические съемки оболочек, нагруженных взрывом, показали, что необходимо различать радиус образования трещин на внешней поверхности b_c и радиус разрушения b_f , фиксируемый по прорыву продуктов детонации на внешнюю поверхность. Значения относительных радиусов трещинообразования и разрушения представлены в таблице (размеры оболочек: $a_0 = 10$ мм, $b_0 = 13.5$ мм, длина $l_0 = 130$ мм, $a_0 / b_0 = 0.74$; напряжение ТГ 50/50).

Материал оболочки	b_c/b_0	b_f/b_0
Сталь 45Х закал.	1.25	1.5
Сталь 35	1.4	2.0
Армко	2.1	2.8
Чугун ВЧ-60-2	1.25	1.5

Следует отметить, что для медных оболочек ($a_0 / b_0 = 0.83$) относительное значение радиуса разрушения достигало величины 3.3.

На фиг. 4 представлена зависимость средней относительной скорости $\langle v \rangle / D$ от относительного радиуса a / a_0 при различных α . Семейства кривых 1, 2, 3, 4 соответствуют $\alpha = 0.3, 0.2, 0.1, 0.05$. Сплошной монотонной линией нанесены кривые, полученные из решения (8) для условия пластичности в форме Треска и динамического предела текучести $Y = 10$ кбар. Штрихпунктирной линией нанесены кривые, полученные для идеально-пластической оболочки по формуле

$$(11) \quad \frac{\langle v \rangle}{D} = \left\{ \frac{\alpha}{8(1-\alpha)} \left[1 - \left(\frac{a_0}{a} \right)^4 \right] - \frac{2Y}{\gamma_0 D^2} \ln \frac{a}{a_0} \right\}^{1/2}$$

Штрихпунктирной линией с точками нанесены результаты, полученные по этой же формуле без прочности ($Y = 0$)

$$(12) \quad \frac{\langle v \rangle}{D} = \left\{ \frac{\alpha}{8(1-\alpha)} \left[1 - \left(\frac{a_0}{a} \right)^4 \right] \right\}^{1/2}$$

Соотношение (12), не учитывающее потерь энергии на необратимую энергию пластического деформирования, дает завышенные результаты.

Соотношение (11) для малых α дает заниженные значения скоростей. Это объясняется тем, что в (11) не учтено реальное распределение напряжений по толщине оболочки.

Для оценки влияния сжимаемости и упругих эффектов на интегральные характеристики движения было проведено численное интегрирование

уравнений, описывающих движение упругопластической сжимаемой оболочки, в тех же условиях нагружения (равновесное расширение политропного газа). Использовалась конечно-разностная схема, описанная в [6].

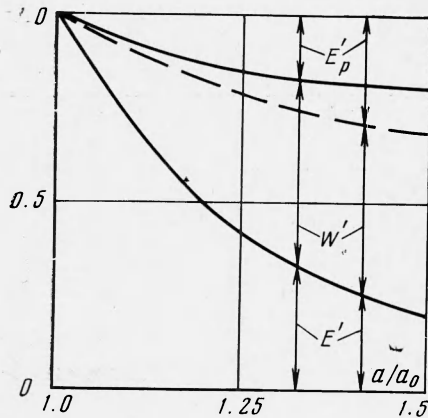
Полученная зависимость $\langle v \rangle / D = f(a/a_0)$ для оболочки с упругими характеристиками $G = 0.81 \cdot 10^3$ кбар, $K = 1.75 \cdot 10^3$ кбар, пределом текучести $Y = 10$ кбар и параметрами объемной сжимаемости по данным [7] представлена на фиг. 4 (сплошная немонотонная линия) для двух коэффициентов заполнения. Из графика следует, что влияние сжимаемости и упругих эффектов на конечные значения скорости оболочки при рассматриваемых условиях незначительно.

Перераспределение энергий в процессе разгона несжимаемой оболочки показано на фиг. 5. Здесь

$$E' = E / E_0, W' = W / E_0, E_p' = E_p / E_0$$

E_0, E — начальная и текущая внутренние энергии продуктов детонации, W — кинетическая энергия оболочки, E_p — энергия пластического формоизменения. График построен в виде

$$E' + W' + E_p' = 1$$



Фиг. 5

На фиг. 5 представлены результаты, соответствующие значениям $Y = 10$ кбар (сплошная линия) и $Y = 20$ кбар (пунктирная линия). В обоих случаях $\alpha = 0.05$ и условие пластичности принято в виде, предложенном Треска.

В связи с высказанным в [3] предположением о возможности возникновения в нагруженной взрывом оболочке явления термопластического сдвига проводилась оценка температуры нагрева оболочки вследствие пластического деформирования. При относительных радиусах $a/a_0 = 1.5$ и пределе текучести $10 \div 20$ кбар прирост температуры не превышал $150 \div 200^\circ$, что не может привести к существенному изменению свойств материала. В этой оценке не учитывалась прямая теплопередача в оболочку от продуктов детонации.

Поступила 27 VIII 1973

ЛИТЕРАТУРА

1. Taylor G. I. Sci. Papers of G. I. Taylor., vol. 8. Cambridge Univ. Press., 1963.
2. Mott N. F. Fragmentation of shell cases. Proc. Roy. Soc. London, Ser. A., 1947, vol. 189, No. 1018.
3. Hoggat G. R., Recht R. F. Fracture behavior of tubular bomb. J. Appl. Phys., 1968, vol. 39, No. 3.
4. Al — Hassani S. T. S., Hopkins H., Johnson W. A note on the fragmentation of tubular bombs. Internat. J. Mech. Sci., 1969, vol. 11, No. 6.
5. Пирсон Дж., Райнхарт Дж. Деформация и разрушение толстостенных стальных цилиндров при взрыве. Механика, Сб. перев. и обзоров иностр. период. лит., 1953, № 3.
6. Каширский А. В., Коровин Ю. В., Одинцов В. А. Движение оболочки при осевой детонации. ПМТФ, 1971, № 1.
7. Sternberg H. M., Piacesi D. Interaction of oblique detonation waves with iron. Phys. Fluids, 1966, vol. 9, No. 7.