

УДК 539.375

ВЛИЯНИЕ ПАРАМЕТРОВ БЛОЧНОЙ СРЕДЫ НА ПРОЦЕСС ДИССИПАЦИИ ЭНЕРГИИ

К. Ванг^{*,**}, Н. И. Александрова^{***}, И. Пан^{*},
В. Н. Опарин^{***}, Л. Доу^{**}, А. И. Чанышев^{***}

* Ляонинский технический университет, 123000 Фусинь, Китай

** Китайский университет горного дела и технологии, 221116 Сюйджоу, Китай

*** Институт горного дела им. Н. А. Чинакала СО РАН, 630091 Новосибирск, Россия
E-mails: kaixing_wang@163.com, nialex@misd.ru, panyish_cn@sina.com,
oparin@misd.ru, lmdou@126.com, a.i.chanyshev@gmail.com

Изучается распространение энергии в блочной среде, моделируемой одномерной цепочкой масс, соединенных пружинами и демпферами. Уравнения, описывающие движение масс, решаются методами теории обыкновенных дифференциальных уравнений. Исследовано влияние параметров блочной среды на диссипацию энергии. Получено приближенное аналитическое решение, описывающее полную энергию блочной среды при больших значениях времени.

Ключевые слова: блочная среда, волна маятникового типа, вязкоупругая прослойка, диссипация энергии, нестационарный процесс.

DOI: 10.15372/PMTF20190517

Введение. В современной геомеханике и геофизике полагается, что горные породы имеют сложное блочно-иерархическое строение. Согласно данной концепции массив горных пород представляет собой систему вложенных друг в друга блоков, связанных прослойками ослабленных или трещиноватых пород [1]. В динамике блочной среды открыты волны маятникового типа [2, 3], возникновение которых обусловлено геомеханической структурой блочной среды. Распространение маятниковых волн в блочной среде широко исследуется как теоретически, так и экспериментально [2–15]. В последнее время изучается распространение нестационарных волн в двух- и трехмерных блочных средах [12–15].

Тем не менее распространение энергии в блочных средах изучено недостаточно. В [4] отмечено, что диссипация энергии в межблочных прослойках оказывает существенное влияние на распространение волн, поэтому требуется проведение теоретического моделирования данного процесса. Вязкость прослоек является одной из причин возникновения диссипации энергии. Вязкие свойства прослоек учитывались в моделях распространения волн

Работа К. Ванга, И. Пана и Л. Доу выполнена при финансовой поддержке Китайского фонда естественных наук (проекты № 51874163, 51404129), Китайского фонда постдокторантов (проект № 2017M611951), Государственной пилотной лаборатории угольных ресурсов и безопасной добычи СУМТ (код проекта SKLCRSM15KF05) и Китайского фонда естественных наук провинции Ляонин (проект № 20170540429). Работа Н. И. Александровой, В. Н. Опарина и А. И. Чанышева выполнена в рамках Программы фундаментальных научных исследований (код проекта АААА-А17-117122090002-5).

© Ванг К., Александрова Н. И., Пан И., Опарин В. Н., Доу Л., Чанышев А. И., 2019

Ударную нагрузку $f(t)$ представим через начальную скорость v первого блока, т. е. зададим начальные условия в виде

$$x_i(0) = 0 \quad (i = 1, \dots, n), \quad \dot{x}_1(0) = v, \quad \dot{x}_i(0) = 0 \quad (i = 2, \dots, n). \quad (3)$$

Решение (2) с начальными условиями (3) имеет вид

$$y(t) = [x_1(t), \dots, x_n, \dot{x}_1(t), \dots, \dot{x}_n(t)]^T = \Phi d q_0, \quad (4)$$

где Φ — матрица, составленная из собственных векторов φ_i матрицы $B^{-1}A$, т. е. $B^{-1}A\varphi = \varphi/\lambda$; $d = \text{diag}(e^{\lambda_1 t}, e^{\lambda_2 t}, \dots, e^{\lambda_{2n} t})$; λ_i — характеристические значения, соответствующие φ_i ; $q_0 = a^{-1}\Phi^T A y(0)$; $a = \Phi^T A \Phi = \text{diag}(a_1, a_2, \dots, a_{2n})$; $y(0)$ — начальные условия.

Пусть характеристические числа уравнения (2) представляются в виде $\lambda_r = -\beta_r + j\omega_r$, $\bar{\lambda}_r = -\beta_r - j\omega_r$ ($\beta_r > 0$, $\omega_r > 0$) и им соответствуют собственные векторы φ_r и $\bar{\varphi}_r$. Тогда смещение блоков выражается через векторы φ_r и $\bar{\varphi}_r$ по формуле

$$x(t) = \sum_{r=1}^n x_r(t), \quad (5)$$

где

$$x_r(t) = \varphi_r e^{\lambda_r t} + \bar{\varphi}_r e^{\bar{\lambda}_r t} = 2e^{-\beta_r t} [\text{Re}(\varphi_r) \cos \omega_r t - \text{Im}(\bar{\varphi}_r) \sin \omega_r t].$$

Используя (5), находим смещение и скорость i -го блока:

$$x_i(t) = \sum_{r=1}^n x_{ir} = \sum_{r=1}^n (\varphi_{ir} e^{\lambda_r t} + \bar{\varphi}_{ir} e^{\bar{\lambda}_r t}); \quad (6)$$

$$\dot{x}_i(t) = \sum_{r=1}^n (\lambda_r \varphi_{ir} e^{\lambda_r t} + \bar{\lambda}_r \bar{\varphi}_{ir} e^{\bar{\lambda}_r t}). \quad (7)$$

Поскольку блоки жесткие, при распространении динамического возмущения они имеют только кинетическую энергию:

$$E_i = \frac{1}{2} m_i \dot{x}_i^2(t) \quad (i = 1, \dots, n). \quad (8)$$

С использованием (7), (8) выражение для кинетической энергии блочной среды можно представить в виде

$$E_k = \sum_{i=1}^n E_i = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n m_i \left(\sum_{r=1}^n (\lambda_r \varphi_{ir} e^{\lambda_r t} + \bar{\lambda}_r \bar{\varphi}_{ir} e^{\bar{\lambda}_r t}) \right)^2. \quad (9)$$

Потенциальная энергия блочной среды определяется напряженным состоянием и деформированием прослоек. Соответственно, потенциальная энергия i -й прослойки и блочной среды в целом определяется по формулам

$$U_i(t) = \frac{1}{2} k_i \Delta x_i^2, \quad (10)$$

$$E_p = \sum_{i=1}^n U_i(t) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n k_i \left(\sum_{r=1}^n (\varphi_{ir} e^{\lambda_r t} + \bar{\varphi}_{ir} e^{\bar{\lambda}_r t} - \varphi_{i+1,r} e^{\lambda_r t} - \bar{\varphi}_{i+1,r} e^{\bar{\lambda}_r t}) \right)^2,$$

где $\Delta x_i = x_{i+1} - x_i$ — деформация i -й прослойки между блоками x_i и x_{i+1} .

Полная энергия блочной среды есть сумма кинетической и потенциальной энергий:

$$E = E_k + E_p. \quad (11)$$

Применим преобразование Лапласа по времени для уравнения (1) в частном случае, когда $m_i = m$, $k_i = k$, $c_i = c$ ($i = 1, \dots, n$). Положим $p \rightarrow 0$ (p — параметр преобразования Лапласа), что соответствует $t \rightarrow \infty$. В результате получаем следующее приближенное решение, описывающее полную энергию блочной системы при больших значениях времени:

$$E = \frac{mv^2}{2} \sqrt{\frac{m}{\pi ct}} = E_0 \sqrt{\frac{m}{\pi ct}}. \quad (12)$$

Из (12) следует, что диссипация полной энергии прямо пропорциональна начальной энергии E_0 и корню из массы блоков и обратно пропорциональна корню из вязкости прослоек и времени.

2. Численный анализ процесса диссипации энергии в блочной среде. На рис. 2 представлено преобразование кинетической энергии в потенциальную и наоборот в процессе распространения возмущений. Кинетическая E_k и потенциальная E_p энергия рассчитана по формулам (4)–(10) при следующих значениях параметров: $m_i = m = 10$ кг, $k_i = k = 6 \cdot 10^5$ кг/с², $c_i = c = 35$ кг/с ($i = 1, \dots, 20$). Далее эти параметры используются в качестве базовых параметров блочной среды. Энергия динамического воздействия составляет 500 Дж при начальном условии $\dot{x}_1(0) = v = 10$ м/с.

На рис. 2 видны как высокочастотные, так и низкочастотные колебания. Период низкочастотных колебаний, вызванных отражением волн от границ $i = 1$ и $i = n$ ($n = 20$), можно вычислить по формуле $T_0 = n\sqrt{m/k}$ ($T_0 = 0,081$ с) [4], период высокочастотных колебаний — по формуле $T_1 = \pi\sqrt{m/k}$ ($T_1 = 0,012$ с). Из рис. 2 следует корректность данных аналитических оценок.

На рис. 3 показана диссипация полной энергии в блочной среде при различных значениях параметров. Для того чтобы в случае, когда масса уменьшена в два раза, начальная энергия, сообщаемая системе, оставалась равной 500 Дж, начальная скорость v была увеличена в $\sqrt{2}$ раз. На рис. 3 видно, что приближенное решение (12) с достаточной степенью

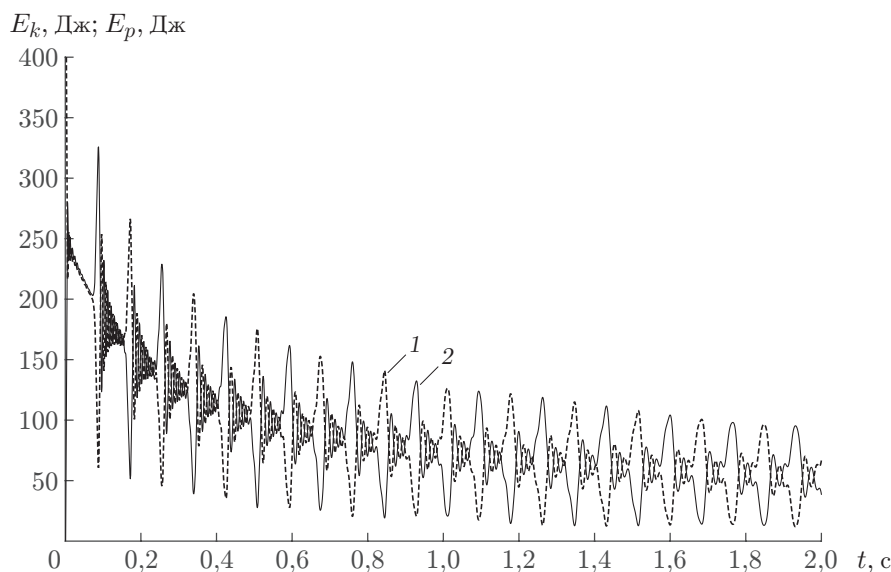


Рис. 2. Преобразование кинетической (1) и потенциальной (2) энергии блочной среды

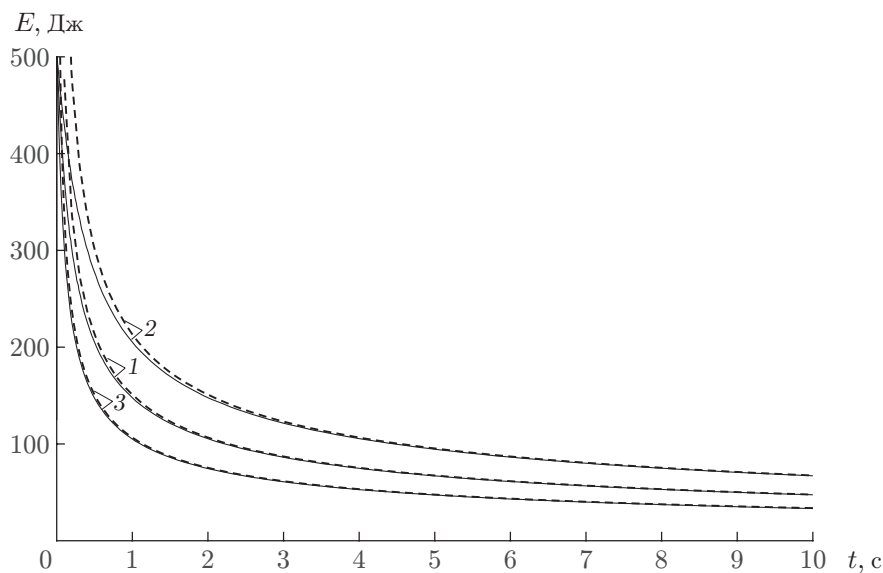


Рис. 3. Диссипация полной энергии блочной среды:

сплошные кривые — решение (4)–(11), штриховые — решение (12); 1 — $m = 10$ кг, $k = 6 \cdot 10^5$ кг/с², $c = 35$ кг/с, 2 — $m = 10$ кг, $k = 6 \cdot 10^5$ кг/с², $c = 17,5$ кг/с, 3 — $m = 5$ кг, $k = 6 \cdot 10^5$ кг/с², $c = 35$ кг/с

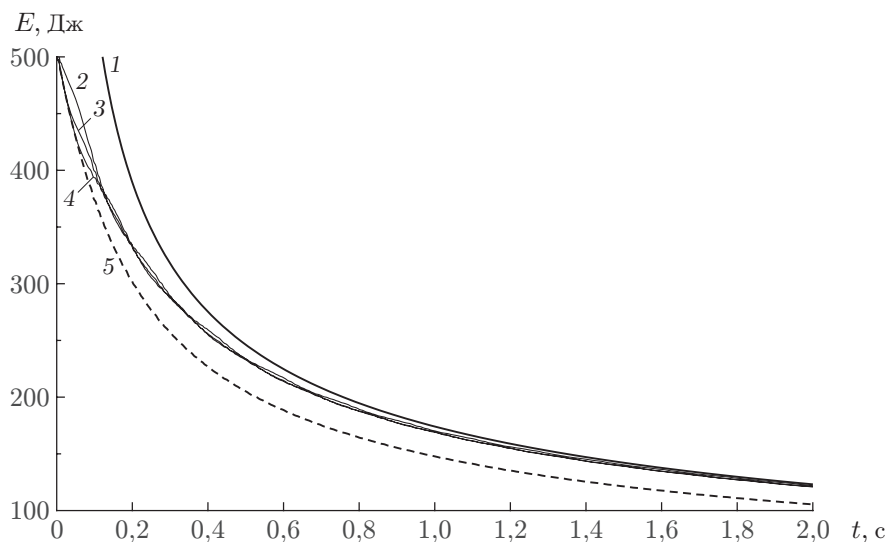


Рис. 4. Диссипация полной энергии при уменьшении вязкости прослоек в различных областях блочной среды в два раза:

1 — решение (12) при $c_i = c_* = 26,25$ кг/с, 2 — изменение вязкости в области 1, 3 — изменение вязкости в области 2, 4 — изменение вязкости в области 3, 5 — энергия, вычисленная при базовых параметрах

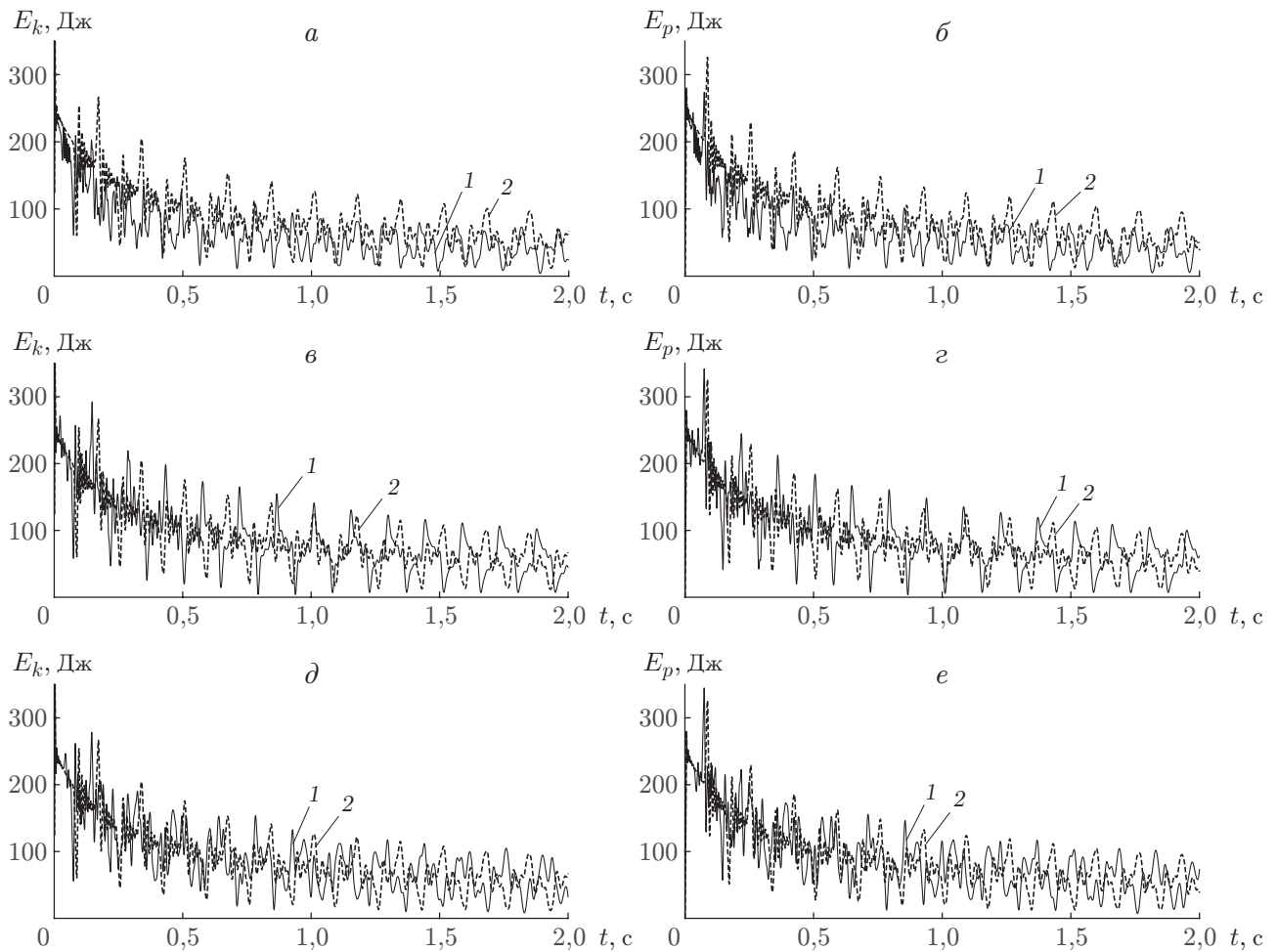


Рис. 5. Изменение кинетической (*а, в, д*) и потенциальной (*б, г, е*) энергии блочной среды:

1 — изменение массы блоков в различных областях, 2 — исходная блочная среда; *а, б* — изменение массы блоков в области 1, *в, г* — изменение массы блоков в области 2, *д, е* — изменение массы блоков в области 3

точности описывает решение (4)–(11). Согласно результатам расчетов полной энергии системы ее величина практически не зависит от жесткости прослоек, в случае если период низкочастотных колебаний системы существенно меньше интервала времени, на котором исследуется процесс, т. е. если $T_0 \ll T = 10$ с. Из этого неравенства можно получить следующую оценку параметра жесткости: $k \gg (n/T)^2 m$. При выполнении данного неравенства влияние жесткости прослоек на полную энергию системы незначительно, поэтому при ее расчете можно использовать приближенное решение (12).

Проанализируем влияние параметров прослоек и массы блоков в различных областях блочной среды на распространение и диссипацию энергии. Разделим блочную среду на три области: 1) первая половина блочной среды, представленная блоками и прослойками с номерами $i = 1, \dots, 10$; 2) промежуточная область, состоящая из блоков и прослоек с номерами $i = 6, \dots, 15$; 3) вторая половина блочной среды, а именно блоки и прослойки с номерами $i = 11, \dots, 20$.

На рис. 4 показана диссипация полной энергии в блочной системе, в случае когда вязкость прослоек в областях 1–3 уменьшена в два раза ($c_i = 17,5$ кг/с). Видно, что это

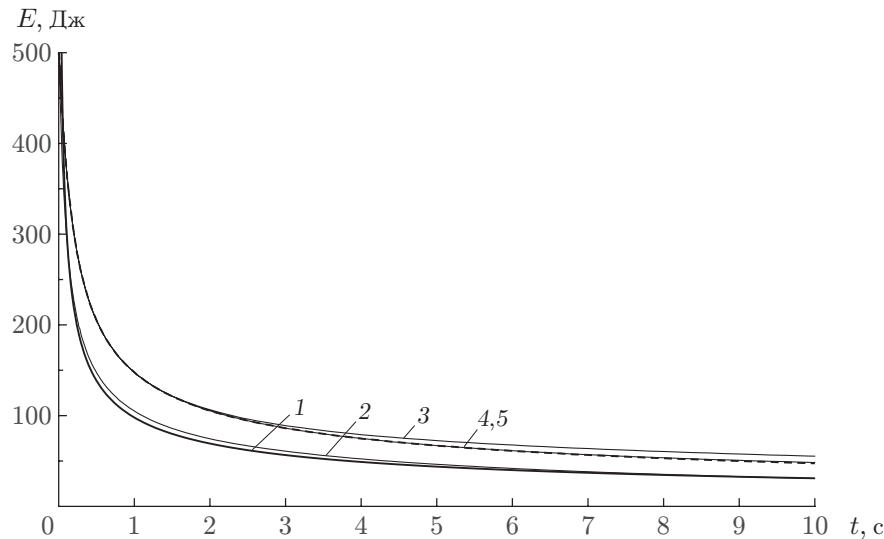


Рис. 6. Диссипация полной энергии при уменьшении массы блоков в различных областях блочной среды в два раза:

1 — решение (12), полученное при $v = 10$ м/с, $m = m_* = 7,5$ кг и базовых значениях остальных параметров, 2 — изменение массы блоков в области 1, 3 — изменение массы блоков в области 2, 4 — изменение массы блоков в области 3, 5 — энергия, вычисленная при базовых параметрах

приводит к замедлению диссипации полной энергии. Различия значений полной энергии в случаях, когда вязкость в областях 1–3 уменьшена в два раза, существенны только на начальном интервале времени $t < 4T_0$. При $t > 4T_0$ эти различия незначительны. При больших значениях времени полная энергия достаточно точно описывается приближенным решением (12), в котором вязкость равна среднему значению вязкости прослоек блочной среды: $c = c_*$. Расчеты кинетической и потенциальной энергии в блочной среде показали, что уменьшение вязкости в областях 1–3 в два раза приводит к увеличению среднего значения, равного $E/2$, относительно которого осциллирует кинетическая и потенциальная энергия.

На рис. 5 показано изменение кинетической и потенциальной энергии в блочной среде при уменьшении массы блоков m_i в областях 1–3 в два раза ($m_i = 5$ кг). Для того чтобы начальная энергия, сообщаемая системе, оставалась равной 500 Дж, в случае, когда масса блоков в области 1 уменьшена в два раза, начальная скорость v увеличена в $\sqrt{2}$ раз. На рис. 5 видно, что в случае уменьшения массы блоков в области 1 кинетическая и потенциальная энергия существенно уменьшается, период преобразования энергии T_0 также уменьшается. В случаях уменьшения массы блоков в областях 2 и 3 период преобразования энергии T_0 уменьшается, в то время как среднее значение, относительно которого осциллирует кинетическая и потенциальная энергия, равное половине полной энергии, остается практически неизменным. В случаях уменьшения массы блоков в областях 1, 2 осцилляции кинетической и потенциальной энергии становятся более хаотичными.

На рис. 6 показана диссипация полной энергии в блочной системе при уменьшении массы блоков в различных областях среды в два раза ($m_i = 5$ кг). Видно, что в случае уменьшения массы блоков в области 1 диссипация полной энергии ускоряется, кроме того, приближенное решение (12) и качественно, и количественно достаточно точно описывает решение (4)–(11).

На рис. 7 показано изменение кинетической и потенциальной энергии при уменьшении жесткости прослоек в областях 1–3 в два раза ($k_i = 3 \cdot 10^5$ кг/с²). В случае уменьшения

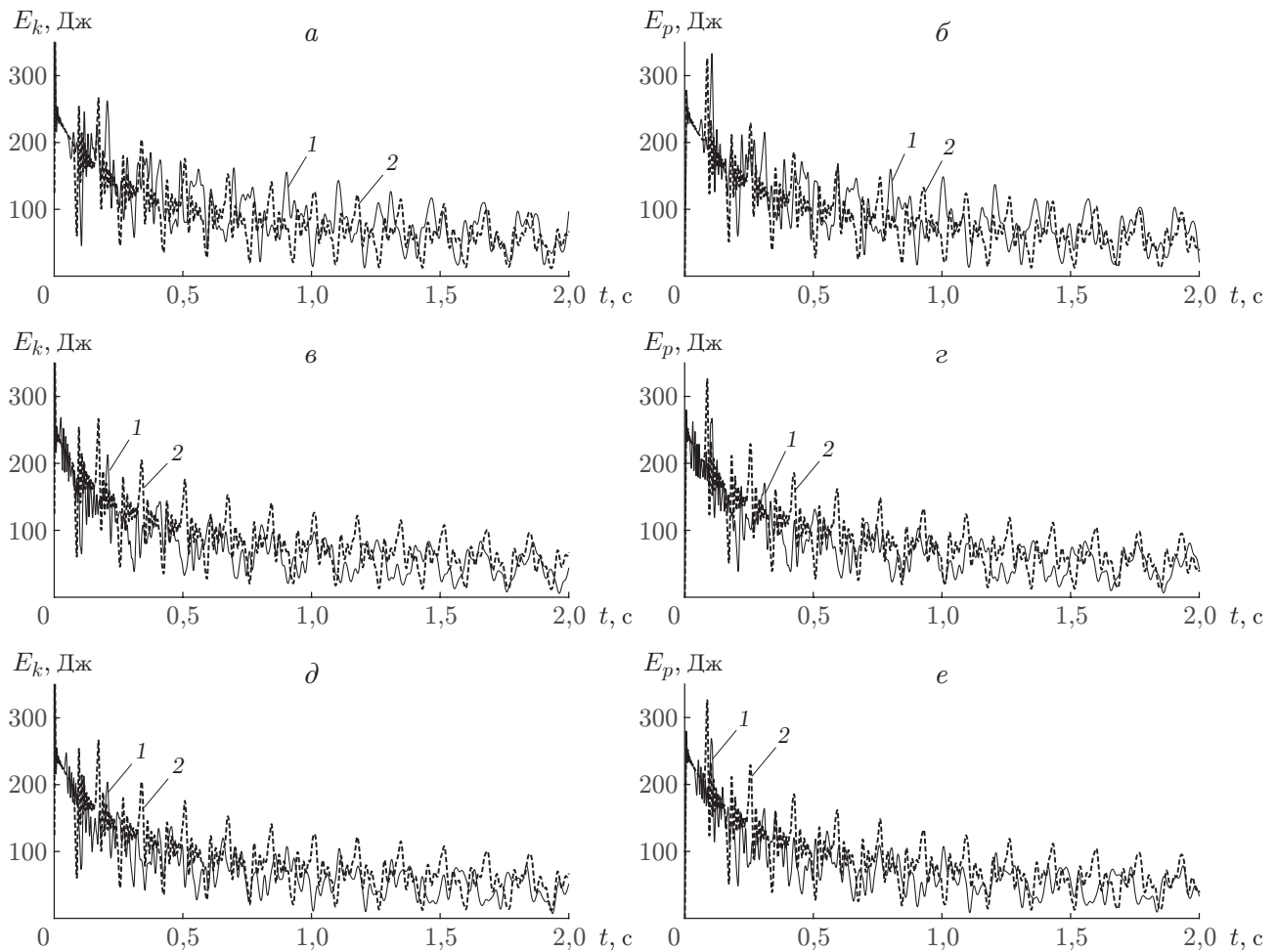


Рис. 7. Изменение кинетической (*а, в, д*) и потенциальной (*б, г, е*) энергии блочной среды:

1 — изменение жесткости прослоек в различных областях, 2 — исходная блочная среда;
а, б — изменение жесткости прослоек в области 1, *в, г* — изменение жесткости прослоек в области 2, *д, е* — изменение жесткости прослоек в области 3

жесткости прослоек в областях 1–3 осцилляции кинетической и потенциальной энергии становятся более хаотичными. При этом период преобразования кинетической и потенциальной энергии T_0 увеличивается. Видно, что при уменьшении жесткости прослоек в областях 2, 3 амплитуда осцилляций кинетической и потенциальной энергии относительно среднего значения существенно уменьшается, в то время как при уменьшении жесткости прослоек в области 1 амплитуда осцилляций остается на том же уровне, что и в исходной блочной среде.

На рис. 8 показана диссипация полной энергии при уменьшении жесткости прослоек в областях 1–3 в два раза ($k_i = 3 \cdot 10^5 \text{ кг/с}^2$). Видно, что при уменьшении жесткости прослоек в области 1 рассеяние полной энергии происходит медленнее, чем в исходной блочной среде, а при уменьшении жесткости прослоек в областях 2, 3 — быстрее.

3. Выводы.

Проведенное исследование позволяет сделать следующие выводы. В процессе распространения возмущений в блочной среде кинетическая энергия переходит в потенциальную и наоборот. Период преобразования энергии, определяемый жесткостью прослоек и массой блоков, увеличивается при уменьшении жесткости прослоек и уменьшается при уменьшении массы блоков.

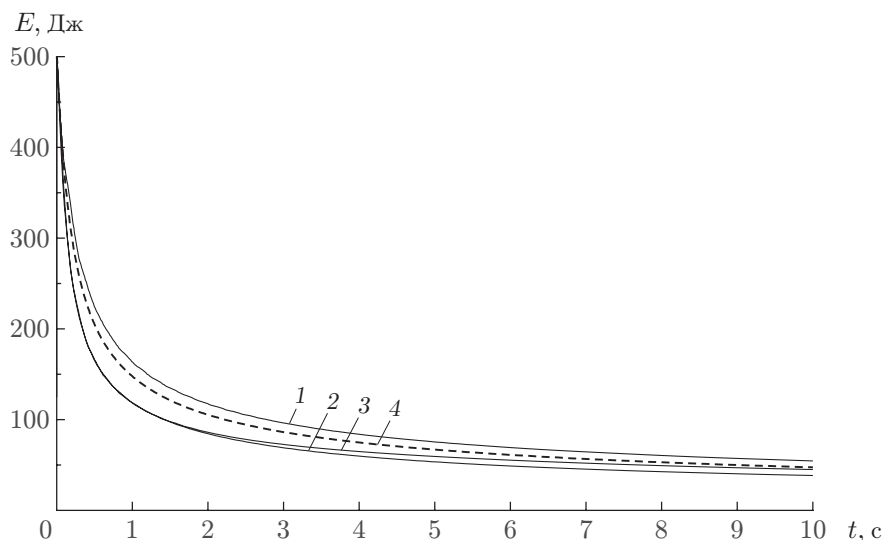


Рис. 8. Диссипация полной энергии при уменьшении жесткости прослоек в различных областях блочной среды в два раза:

1 — изменение жесткости прослоек в области 1, 2 — изменение жесткости прослоек в области 2, 3 — изменение жесткости прослоек в области 3, 4 — энергия, вычисленная при базовых параметрах

Диссипация энергии в блочной среде зависит от вязкости и жесткости прослоек и от массы блоков в различных областях:

— при уменьшении жесткости прослоек в первой половине среды диссипация энергии замедляется, при уменьшении жесткости прослоек в средней части или во второй половине среды — ускоряется;

— при уменьшении массы блоков в первой половине среды диссипация энергии ускоряется, уменьшение массы блоков в средней части или во второй половине среды не влияет на диссипацию энергии;

— при уменьшении вязкости прослоек в различных областях среды происходит замедление диссипации энергии в блочной среде независимо от области изменения вязкости.

Таким образом, изменяя структуру блочной среды, можно управлять диссипацией энергии в массиве горных пород.

ЛИТЕРАТУРА

1. Садовский М. А. Естественная кусковатость горной породы // Докл. АН СССР. 1979. Т. 247, № 4. С. 829–832.
2. Курленя М. В., Опарин В. Н., Востриков В. И. Волны маятникового типа. Ч. 1. Состояние вопроса и измерительно-вычислительный комплекс // Физ.-техн. пробл. разраб. полез. ископаемых. 1996. № 3. С. 3–7.
3. Курленя М. В., Опарин В. Н., Востриков В. И. Волны маятникового типа. Ч. 2. Методика экспериментов и основные результаты физического моделирования // Физ.-техн. пробл. разраб. полез. ископаемых. 1996. № 4. С. 3–38.
4. Александрова Н. И., Шер Е. Н. Моделирование процесса распространения волн в блочных средах // Физ.-техн. пробл. разраб. полез. ископаемых. 2004. № 6. С. 49–57.
5. Александрова Н. И., Черников А. Г., Шер Е. Н. Экспериментальная проверка одномерной расчетной модели распространения волн в блочной среде // Физ.-техн. пробл. разраб. полез. ископаемых. 2005. № 3. С. 46–55.

6. **Адушкин В. В., Опарин В. Н.** От явления знакопеременной реакции горных пород на динамические воздействия — к волнам маятникового типа в напряженных геосредах. Ч. 1 // Физ.-техн. пробл. разраб. полез. ископаемых. 2012. № 2. С. 3–27.
7. **Адушкин В. В., Опарин В. Н.** От явления знакопеременной реакции горных пород на динамические воздействия — к волнам маятникового типа в напряженных геосредах. Ч. 3 // Физ.-техн. пробл. разраб. полез. ископаемых. 2014. № 4. С. 10–38.
8. **Адушкин В. В., Опарин В. Н.** От явления знакопеременной реакции горных пород на динамические воздействия — к волнам маятникового типа в напряженных геосредах. Ч. 4 // Физ.-техн. пробл. разраб. полез. ископаемых. 2016. № 1. С. 3–49.
9. **Wang Kaixing, Pan Yishan, Dergachova N.** Steady-state response and resonance condition of block rock mass on external periodic excitation // J. Math. Sci. 2014. V. 201, N 1. P. 111–120.
10. **Pan Yishan, Wang Kaixing.** Pendulum-type waves theory on the mechanism of anomalously low friction between rock masses // Seismology Geology. 2014. V. 36, N 3. P. 833–844.
11. **Wang Kaixing, Meng Cunying, Yang Yue, Li Qi.** Dynamic response of roadway support on pendulum type waves propagation in overbueden block rock mass // J. China Coal Soc. 2014. V. 39, N 2. P. 347–352.
12. **Wang Kaixing, Pan Yishan, Dou Linming.** Energy transfer in block-rock mass during propagation of pendulum-type waves // Chinese J. Geotech. Engng. 2016. V. 38, N 12. P. 2309–2314.
13. **Александрова Н. И., Шер Е. Н.** Распространение волн в двумерной периодической модели блочной среды. Ч. 1. Особенности волнового поля при действии импульсного источника // Физ.-техн. пробл. разраб. полез. ископаемых. 2010. № 6. С. 60–72.
14. **Aleksandrova N. I.** The discrete Lamb problem: Elastic lattice waves in a block medium // Wave Motion. 2014. V. 51. P. 818–832. DOI: 10.1016/j.wavemoti.2014.02.002.
15. **Aleksandrova N. I.** Seismic waves in a three-dimensional block medium // Proc. Roy. Soc. London. Ser. A. 2016. V. 472, N 2192. 20160111. DOI: 10.1098/rspa.2016.0111.

*Поступила в редакцию 25/ХІІ 2018 г.,
после доработки — 18/ІІІ 2019 г.
Принята к публикации 25/ІІІ 2019 г.*
