

УДК 532.592

МОДИФИКАЦИЯ И ВЕРИФИКАЦИЯ ЧИСЛЕННЫХ АЛГОРИТМОВ ДЛЯ ТЕЧЕНИЯ ПРИ РАЗРУШЕНИИ ПЛОТИНЫ НАД ГОРИЗОНТАЛЬНЫМ ДНОМ

Г. Ю. Евтушок, А. В. Бойко, С. Н. Яковенко,
Е. Э. Яковенко, К. С. Чан*

Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН,
630090 Новосибирск, Россия

* Национальный университет Чэн Гун, 70101 Тайнань, Тайвань
E-mails: evtgeorgii@mail.ru, boiko@itam.nsc.ru, s.yakovenko@mail.ru,
elena.yakovenko@mail.ru, kehchingchang@gmail.com

Выполнено численное моделирование возникающего при разрушении плотины течения воды над горизонтальным сухим дном. Модифицированы и верифицированы вычислительные технологии, включающие методы определения положения поверхности раздела и континуальную модель силы поверхностного натяжения, реализованные в коде PIFI, а также программный пакет OpenFOAM с решателем interFoam и различными версиями двухпараметрической $(k-\varepsilon)$ -модели с корректировками, выполненными с учетом поведения течений в областях с малыми числами Рейнольдса. Проведен анализ полученных в расчетах интегральных характеристик потока, возникающего при разрушении плотины, и выполнено их сравнение с данными измерений. Показано, что учет поверхностного натяжения и использование адекватной модели турбулентности приводят к торможению движения воды и, следовательно, к уменьшению скорости фронта волны, вследствие чего результаты проведенных вычислений и лабораторных экспериментов лучше согласуются.

Ключевые слова: течение при разрушении плотины, столб воды, фронт волны, свободная поверхность, объемная фракция, поверхностное натяжение, модели турбулентности, вычислительная гидроаэродинамика.

DOI: 10.15372/PMTF20210209

Введение. Одной из актуальных задач гидроаэродинамики технических и природных систем является исследование течения со свободной поверхностью вблизи береговой линии. Возмущения свободной поверхности с большой амплитудой, вызванные природными и техногенными катастрофами (цунами, приливная волна, бор при разрушении плотины, штормовой прибой), могут приводить к опасным последствиям. Амплитудой возмущения свободной поверхности будем считать разность максимального и минимального уровней поверхности, высотой волны — расстояние по вертикали от уровня невозмущенной поверхности до высшей точки волны. По мере приближения волн к прибрежной зоне их высота и

Работа частично выполнена в рамках государственного задания (номер госрегистрации 121030500149-8).

© Евтушок Г. Ю., Бойко А. В., Яковенко С. Н., Яковенко Е. Э., Чан К. С., 2021

энергия значительно увеличиваются. Обрушение волн вблизи берега сопровождается накатом и откатом больших водных масс, вследствие чего могут быть повреждены объекты прибрежной инфраструктуры. Моделирование всех этапов эволюции течения необходимо для минимизации последствий стихийных бедствий, техногенных катастроф и для исследования различных аспектов воздействия набегающих масс воды на береговую линию (затопление суши, транспорт наносов, эрозия берега, взаимодействие волна — структура, морфодинамика).

При исследовании движения воды вблизи берега выделяются зоны прибоя (расположены между точками обрушения и максимального отката волны) и зоны заплеска (расположены между точками максимального наката и отката волны). Выход волн на берег, наблюдаемый в натуральных условиях, приближенно описывается движением возмущенной свободной поверхности над горизонтальным и наклонным дном в моделях бора и уединенной волны. Бор моделируется движущимся разрывом, на котором уровень свободной поверхности возрастает от уровня неподвижной воды до максимального уровня волнового движения, а горизонтальная скорость меняется от нуля до некоторой конечной величины. В природе подобное течение наблюдается в зоне заплеска вблизи берега, в эстуарии (воронкообразном устье реки). В лабораторных условиях бор обычно моделируется путем внезапного поднятия или удаления преграды (“разрушения плотины”), разделяющей области с различными уровнями свободной поверхности, вследствие чего генерируется течение в направлении меньшего уровня. Бор, возникающий при цунами и приводящий к затоплению суши, можно рассматривать как комбинацию набегающих уединенных волн с различными высотами и интервалами времени между ними: движение бора в область уменьшения глубины приводит к его трансформации в ряд уединенных волн. Проблема набегания уединенной волны на берег изучалась более подробно, чем соответствующая проблема набегания бора на берег. В частности, исследованы эволюция свободной поверхности волны, тип обрушения, поле скорости внешнего течения, максимальная высота наката.

Вследствие ограничений на точность измерений данных лабораторных экспериментов до конца XX в. было очень мало, поэтому сначала рассматривались (см., например, [1, 2]) упрощенные аналитические подходы с осредненными по глубине уравнениями (мелкой воды). В последние 30 лет получению более полных и точных данных о структуре волн и бора в натуральных наблюдениях и физических экспериментах в каналах способствовали разработка и применение неинтрузивных методов измерения: ADP, LDV, PIV. В частности, в работах [3, 4] подробно исследовано поле скорости течения в набегающей волне до ее обрушения, при последующих накате и откате, а также выполнен анализ развития течения при различных значениях уклона дна и отношения высоты волны к глубине.

Бор, возникающий после разрушения плотины, рассматривался для ряда случаев в течениях над горизонтальными сухой или “мокрой” поверхностями, а также над поверхностью с горизонтальным и наклонным участками. В некоторых работах также вводились шероховатость поверхности и различные препятствия (волнорез, дамба, риф, призма и т. д.). Приведем краткий обзор основных работ, в которых представлены результаты физических и численных экспериментов для первых трех случаев.

Для случая течения над горизонтальной сухой поверхностью в работе [5] рассмотрено пять вариантов квадратных ($H \times H$) и прямоугольных исходных (до момента удаления заслонки) столбов воды высотой $57,15 \div 114,30$ мм. С использованием данных визуализации в [5] для различных моментов времени получены профили свободной поверхности, положение переднего фронта волны x_f относительно сечения, где располагалась заслонка до ее удаления, и высота водяного столба y_f относительно уровня сухой поверхности. В экспериментальной работе [6] в канале большего размера с начальной областью, заня-

той водой и имеющей глубину 0,3 м и длину 3,5 м, изучались также динамика обратного фронта волны и скорость потока. Один из первых расчетов течения для данного случая выполнен с помощью метода VOF в работе [7], в которой получены значения $x_f(t)$ на измельченной равномерной сетке с размером ячейки $H/40$, соответствующие полученным в [5]. В работах [8–10] показано, что учет трехмерного характера течения, обусловленного наличием боковых стенок [8], или учет турбулентной (вихревой) вязкости в двумерном расчете с использованием метода RANS [9] или подхода типа LES [10] позволяют более точно прогнозировать значение $x_f(t)$. Кроме того, при численном моделировании течения при разрушении плотины (без учета поверхностного натяжения и турбулентности) [11] проведен анализ влияния особенностей различных схем, используемых для аппроксимации потоков объемной фракции, и различных граничных условий на горизонтальном дне.

Для течения над горизонтальной “мокрой” поверхностью, которое возникает после поднятия в канале заслонки, первоначально разделявшей две области с высоким h_1 и низким h_0 уровнями воды, в работе [12] проведены физические эксперименты для бора, распространяющегося со скоростью U_0 , при значениях числа Фруда $Fr = U_0/(gh_0)^{1/2} = 1,35 \div 2,07$. При этом выполнена визуализация потока для получения распределений свободной поверхности, а для измерения скорости распространения волны U_0 использовалось восемь датчиков, расположенных на высоте 1 мм над первоначально невозмущенной поверхностью ($y = h_0$) в центральном сечении канала на расстоянии 15 см друг от друга вниз по потоку и срабатывающих при прохождении волны. Результаты аналогичных измерений [13] для ранних этапов течения воды при разрушении плотины для указанных случаев с сухим и “мокрым” дном свидетельствуют о возникновении в начальные моменты грибовидных струй, которые не описываются с помощью уравнений мелкой воды и получены в расчетах с использованием уравнений Навье — Стокса [9, 13].

Для случая течения с горизонтальным и наклонным участками дна в экспериментальной работе [14] при $1,18 \leq Fr \leq 1,48$ классифицированы виды бора (полностью развитый при $h_1/h_0 > 2$ и ондулированный при $h_1/h_0 < 2$) в зависимости от отношения начальных уровней воды перед преградой и за ней. Исследованы коллапс бора при его взаимодействии с клином воды перед ним, выталкивание клина на берег. Эти процессы не описываются уравнениями мелкой воды. В численных исследованиях использование моделей турбулентности наряду с осреднением по глубине не позволяет описать локальные процессы (например, генерируемую при обрушении бора турбулентность), поскольку не учитываются значительные изменения характеристик потока по вертикали [15]. Моделирование бора, возникающего при разрушении плотины и движущегося сначала над горизонтальным дном, затем над уклоном 1 : 8, выполнено в [15] с использованием метода VOF для определения положения поверхности раздела вода — воздух и $(k-\varepsilon)$ -модели для замыкания уравнений Навье — Стокса, осредненных по Рейнольдсу. Получены распределения свободной поверхности, осредненной скорости, турбулентной кинетической энергии при набегании на берег, обрушении, накате и откате для полностью развитого ($h_1/h_0 = 2,31$, $Fr = 1,43$) и ондулированного ($h_1/h_0 = 1,72$, $Fr = 1,18$) бора, соответствующего двум случаям из работы [14], получившим названия сильного и слабого бора в [15]. При анализе результатов вычислений выявлены мелкомасштабные эффекты, в частности мини-коллапс во время наката и возвратный бор при откате воды.

Настоящая работа посвящена усовершенствованию вычислительных технологий решения нестационарных уравнений гидроаэродинамики и верификации этих технологий при моделировании течений с возмущениями свободной поверхности, например уединенной волны, бора, периодических волн. Как и при исследовании потока при разрушении плотины [9–11, 15], при моделировании неустойчивости Рэля — Тейлора [16] и в других близких задачах для определения положения поверхности раздела вода — воздух использу-

ется метод VOF [7], в котором вводится дополнительное уравнение для функции объемной фракции f . Для аппроксимации конвективных потоков в уравнении для f в работе [7] предложена процедура донор — акцептор. Альтернативная схема определения потоков объемной фракции основана на MUSCL-подходе, включающем QUICK-интерполянты и TVD-ограничители [8]. С целью кросс-верификации рассматриваются два варианта реализаций вычислительных технологий для расчета течений: 1) разработанный и апробированный в [11, 16, 17] алгоритм численного решения задач с поверхностью раздела текучих несмешивающихся сред — код PIFI (for problems with immiscible fluids interface); 2) программный пакет OpenFOAM [18]. Исследуется влияние численной реализации (в частности, особенностей различных схем для конвективных слагаемых), а также поверхностного натяжения и турбулентности.

В настоящей работе, как и во многих других, ввиду простой геометрии и наличия данных измерений [5] рассматривается случай течения воды по сухому горизонтальному дну, возникающего при разрушении плотины. Эти исследования представляют собой первый этап модификации и верификации вычислительных технологий, которые в дальнейшем могут быть применены к более сложным указанным выше случаям для описания распространения генерируемого при разрушении плотины бора над наклонным дном [3] или натекания волны на берег [4].

Математическая модель и численная реализация. Моделирование основано на численном решении нестационарных уравнений неразрывности, движения, объемной фракции f в декартовых координатах для несжимаемой жидкости [16]:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0; \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial (u_i u_k)}{\partial x_k} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right) - \tau_{ik} \right] - g \delta_{i2} + F_i; \quad (2)$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial (u_i f)}{\partial x_i} = 0, \quad (3)$$

где $u_i = (u_1, u_2) = (U, V)$ — горизонтальная и вертикальная компоненты вектора скорости; t — время; $x_i = (x_1, x_2) = (x, y)$ — горизонтальная и вертикальная координаты; p — давление; g — ускорение свободного падения. Значение функции f используется для определения плотности среды $\rho = \rho_1 f + \rho_2(1 - f)$ и динамической вязкости $\mu = \mu_1 f + \mu_2(1 - f)$, где ρ_1, μ_1 соответствуют более плотной среде (жидкости) при $f = f_1 = 1$, величины ρ_2, μ_2 — менее плотной среде (газу) при $f = f_2 = 0$.

Согласно верифицированной в расчете неустойчивости Рэлея — Тейлора [16, 17] континуальной модели поверхностной силы (CSF-модели) поверхностное натяжение вводится в (2) в виде объемной силы:

$$F_i = \frac{\sigma \varkappa n_i}{\rho[f]}, \quad \varkappa = -\frac{\partial n_m^*}{\partial x_m}, \quad n_m^* = \frac{n_m}{\sqrt{n_k n_k}}, \quad n_i = \frac{\partial f_s}{\partial x_i}, \quad [f] = f_2 - f_1 = 1, \quad (4)$$

где σ — коэффициент поверхностного натяжения; \varkappa — кривизна поверхности раздела двух несмешивающихся сред; n_i — компонента вектора нормали к поверхности. Как и в [17], в (4) сглаженная объемная фракция f_s в первом приближении с учетом сглаживания решения численной схемой выбирается равной функции объемной фракции f , найденной численно.

Для моделирования положения свободной поверхности в возникающем при разрушении плотины течении использованы две альтернативные вычислительные технологии: 1) код PIFI [11, 16, 17]; 2) программный пакет OpenFOAM [18]. При этом поверхность раздела несмешивающихся сред определяется как совокупность точек, для которых $f = 0,5$.

Алгоритм 1 сформулирован для ламинарного режима течения ($\tau_{ik} = 0$ в (2), где τ_{ik} — тензор напряжений Рейнольдса) и использует метод конечных разностей (МКР). Дискретизация определяющих уравнений (1)–(3) выполнена на смещенной сетке для предотвращения рассогласования полей скорости и давления: компоненты вектора скорости U, V определяются в центрах граней ячеек расчетной сетки, а скалярные величины p, f, ρ, μ — в центрах ячеек. Для численного решения (1), (2) использована процедура одновременных итераций U, V, p , основанная на методе искусственной сжимаемости (см., например, [19, 20]). При этом в (1) искусственно вводится дополнительный член производной давления по псевдовремени τ :

$$\frac{1}{\beta} \frac{\partial p}{\partial \tau} + \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0,$$

где τ не является эквивалентным физическому времени t для решений, зависящих от времени; β — константа размерности давления [8, 11, 16]. Для выполнения уравнения (1) на каждом шаге по времени t происходит установление решения по псевдовремени τ , в ходе этого процесса данный член стремится к нулю: $\lim_{\tau \rightarrow \infty} (\partial p / \partial \tau) = 0$. Для производных по t и τ взяты двухслойные явные схемы (с разностями вперед) первого порядка [19, 20]

$$\left(\frac{\partial p}{\partial \tau}\right)^{k+1} = \frac{p^{k+1} - p^k}{\tau^{k+1} - \tau^k} = -\beta \left(\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y}\right)^k = \gamma^k, \quad \left(\frac{\partial \Phi}{\partial t}\right)^{n+1} = \frac{\Phi^{n+1} - \Phi^n}{t^{n+1} - t^n} = \alpha^n,$$

а значения искомым функций $p^{k+1}, \Phi^{n+1} = (U, V, f)^{n+1}$ при τ^{k+1} и t^{n+1} находятся с использованием известных значений γ^k при $\tau = \tau^k$ (на k -й итерации) и α^n в момент $t = t^n$ (величина α^n обозначает все члены в (2), (3), кроме производных по t). Для диффузионных членов в (2) применена центрально-разностная схема второго порядка (см., например, [19, 20]). Для конвективных членов в (2), (3) использованы различные способы аппроксимации [7, 8, 11], приведенные ниже при обсуждении вариантов моделирования. Более подробно численная реализация кода PIFI представлена в работах [11, 16], в которых описана процедура одновременных итераций значений скорости и давления и приведен конечно-разностный аналог (4) для течений с границами в виде стенок и плоскостей симметрии, а также детали численного решения (1)–(3) для описания эволюции поверхности раздела с учетом поверхностного натяжения.

Вторым инструментом является программный пакет OpenFOAM [18] с открытым исходным кодом, основанный на методе конечного объема (МКО), при этом решатель interFoam включает реализацию VOF-метода для решения уравнений (1)–(3) с учетом поверхностного натяжения согласно CSF-модели (4). Этот алгоритм можно использовать как в случае ламинарной моды ($\tau_{ik} = 0$), так и в случае моды RAS ($\tau_{ik} \neq 0$), где для скорости u_i и давления p в (1)–(3) предполагается осреднение по Рейнольдсу. Как и в большинстве других работ, при $\tau_{ik} \neq 0$ для замыкания (1)–(3) используется локальное алгебраическое выражение

$$\tau_{ik} = \frac{2}{3} \delta_{ik} \rho k - \mu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right) + \chi, \quad (5)$$

где $\mu_t = C_\mu f_\mu \rho k^2 / \varepsilon$ — изотропный коэффициент вихревой вязкости; C_μ — эмпирический коэффициент, который обычно выбирается равным 0,09; f_μ — демпфирующая функция, включающая эмпирические корректировки, учитывающие расстояние до ближайшей стенки и малые числа Рейнольдса. Слагаемое χ включает нелинейные квадратичные и кубические по градиентам скорости u_i члены (см., например, [21]). Аппроксимация (5) при $\chi = 0$ редуцируется к линейной градиентной гипотезе Буссинеска (см., например, [22]). Турбулентная кинетическая энергия k и скорость ее вязкой диссипации ε определяются из

дифференциальных уравнений переноса, которые, как и выражения для f_μ , χ , различаются в различных двухпараметрических моделях. Для уравнений RAS в пакете OpenFOAM заложена возможность выбора модели турбулентности из трех различных версий (стандартной, реализуемой, RNG) ($k-\varepsilon$)-модели с пристенными функциями и несколько низкорейнольдсовых вариантов ($k-\varepsilon$)-модели (см., например, [21, 22]), а также различных версий ($k-\omega$)-модели.

Следует отметить, что особенности применения пакета OpenFOAM к течению при разрушении плотины над горизонтальным сухим дном подробно рассмотрены в работе [18], однако при этом не учитывается турбулентность и добавлено препятствие на дне, а размеры областей, занятых водой и воздухом в начальный момент, существенно отличаются от размеров в задаче [5–11]. Тем не менее после модификации параметров численной реализации в OpenFOAM в соответствии с условиями [5] и основными параметрами вычислений [11] (см. ниже) этот тест можно использовать для моделирования и кросс-верификации применяемых вычислительных технологий при сравнении с данными, полученными в [5, 11] и настоящей работе с помощью кода PIFI. Детали вычислительного алгоритма OpenFOAM и схем дискретизации членов уравнений (1)–(3) приведены в разд. 2.3 работы [18].

Постановка вычислительных экспериментов. Начальная конфигурация неподвижных областей воды и воздуха для задачи о внезапном обрушении квадратного водяного столба размером $H \times H$ показана на рис. 1. Столб воды находится на сухом горизонтальном дне и отделен от расположенного справа воздуха заслонкой, установленной в сечении $x = H$ и мгновенно удаляемой в момент $t = 0$. После удаления заслонки (“разрушения плотины”) под действием силы тяжести начинается движение вправо переднего фронта волны и одновременное уменьшение высоты столба воды.

При численном моделировании задаются такие же параметры, как и в лабораторных и численных экспериментах [5, 11]: $H = 57,15$ мм, $g = 9,81$ м/с², $\rho_1 = 998$ кг/м³, $\rho_2 = 1,19$ кг/м³, $\mu_1 = 0,99 \cdot 10^{-3}$ кг/(м·с), $\mu_2 = 1,84 \cdot 10^{-5}$ кг/(м·с), коэффициент поверхностного натяжения на границе раздела вода — воздух равен $\sigma = 0,072$ Н/м. Для обезразмеривания в качестве характерных масштабов используются длина $L_r = H$, скорость $U_r = (gH)^{1/2}$, время $t_r = (H/g)^{1/2}$, плотность $\rho_r = \rho_1$ и динамическая вязкость воды $\mu_r = \mu_1$. Тогда характерное число Рейнольдса равно $Re_r = \rho_r U_r L_r / \mu_r = 43\,130$.

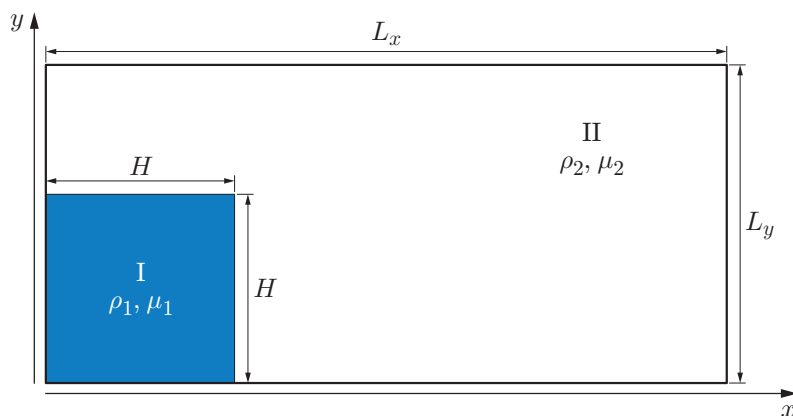


Рис. 1. Схема течения при разрушении плотины в начальный момент времени:
I — вода, II — воздух

Начальные условия для области, занятой воздухом, задаются в виде

$$U(x, y) = V(x, y) = f(x, y) = 0, \quad p(x, y) = \rho_2 g(H - y),$$

для области, занятой водой ($0 < x < H, 0 < y < H$), — в виде

$$U(x, y) = V(x, y) = 0, \quad f(x, y) = 1, \quad p(x, y) = \rho_1 g(H - y),$$

для тонких переходных зон между водой и воздухом ($0 \leq x \leq H, y = H$) и ($x = H, 0 \leq y \leq H$) — в виде

$$U(x, y) = V(x, y) = 0, \quad f(x, y) = 0,5, \quad p(x, y) = \rho_1 g(H - y).$$

Как и в [8, 11], граничные поверхности двумерной вычислительной области при $x = 0, x = L_x, y = 0, y = L_y$ (см. рис. 1) полагаются твердыми стенками (в закрытом контейнере), на которых выполняется условие прилипания. Для правой и верхней границ, в лабораторном эксперименте [5] контактирующих только с воздухом, это приближение некорректно. Однако плотность воды значительно больше плотности воздуха, и условия на верхней границе не оказывают существенного влияния на движение воды [8, 11] при $L_y \geq 1,4H$ в любой момент времени, поэтому высота области выбрана равной $L_y = 1,4H$, как и в работе [11]. Условия на правой границе (вниз по потоку) не оказывают существенного влияния на движение воды до тех пор, пока фронт воды не приблизится к границе на некоторое расстояние. Для сравнения вычисленного положения переднего фронта волны с данными [5] достаточно выбрать длину области расчета $L_x = 15H$, так как в тестовых расчетах значения x_f в рассматриваемом диапазоне $x_f \leq 10H$ практически не меняются после замены $L_x = 15H$ на большее значение $L_x > 15H$.

Постановка граничных условий для скорости, давления, функции объемной фракции подробно описана в [11] для кода PIFI и в [18] для OpenFOAM.

Результаты исследования и их обсуждение. Этапы вычислительных экспериментов и их основные характеристики приведены в таблице.

На первом этапе расчеты выполняются с помощью алгоритма PIFI в ламинарном режиме без использования CSF-модели (варианты 1, 2), как в [11] для течения при разрушении плотины, и с использованием CSF-модели (варианты 3, 4), как в [17] в случае эволюции неустойчивости Рэля — Тейлора. Рассматриваются два варианта конвективных схем, описанных в [11]. Вариант 2 [11] и вариант 4 соответствуют расчету по TVD-MUSCL-схеме с QUICK-интерполянтами и TVD-ограничителями compressive minmod [8] для конвективных потоков в уравнениях (2), (3) для величин u_i и f . Эта конвективная схема описана в работе [11] и обозначена c4minmod (см. таблицу). В вариантах 1 [11] и 3 схема конвекции в уравнении (3) для f заменяется поточно-противопоточной процедурой донор — акцептор VOF-метода [7], а в (2) для u_i сохраняется та же аппроксимация конвективного

Основные характеристики вычислительных экспериментов

Вариант расчета	Алгоритм расчета	Тип дискретизации	Конвективная схема в f -уравнении	Учет CSF-модели	Модель турбулентности (режим моделирования)
1	PIFI	МКР	Донор — акцептор [7]	—	— (ламинарное течение)
2	PIFI	МКР	c4minmod [11]	—	— (ламинарное течение)
3	PIFI	МКР	Донор — акцептор [7]	+	— (ламинарное течение)
4	PIFI	МКР	c4minmod [11]	+	— (ламинарное течение)
5	OpenFOAM	МКО	Схема [8, 18]	+	— (ламинарное течение)
6	OpenFOAM	МКО	Схема [8, 18]	+	+ (RAS, модель [21])
7	OpenFOAM	МКО	Схема [8, 18]	+	+ (RAS, модель [22])

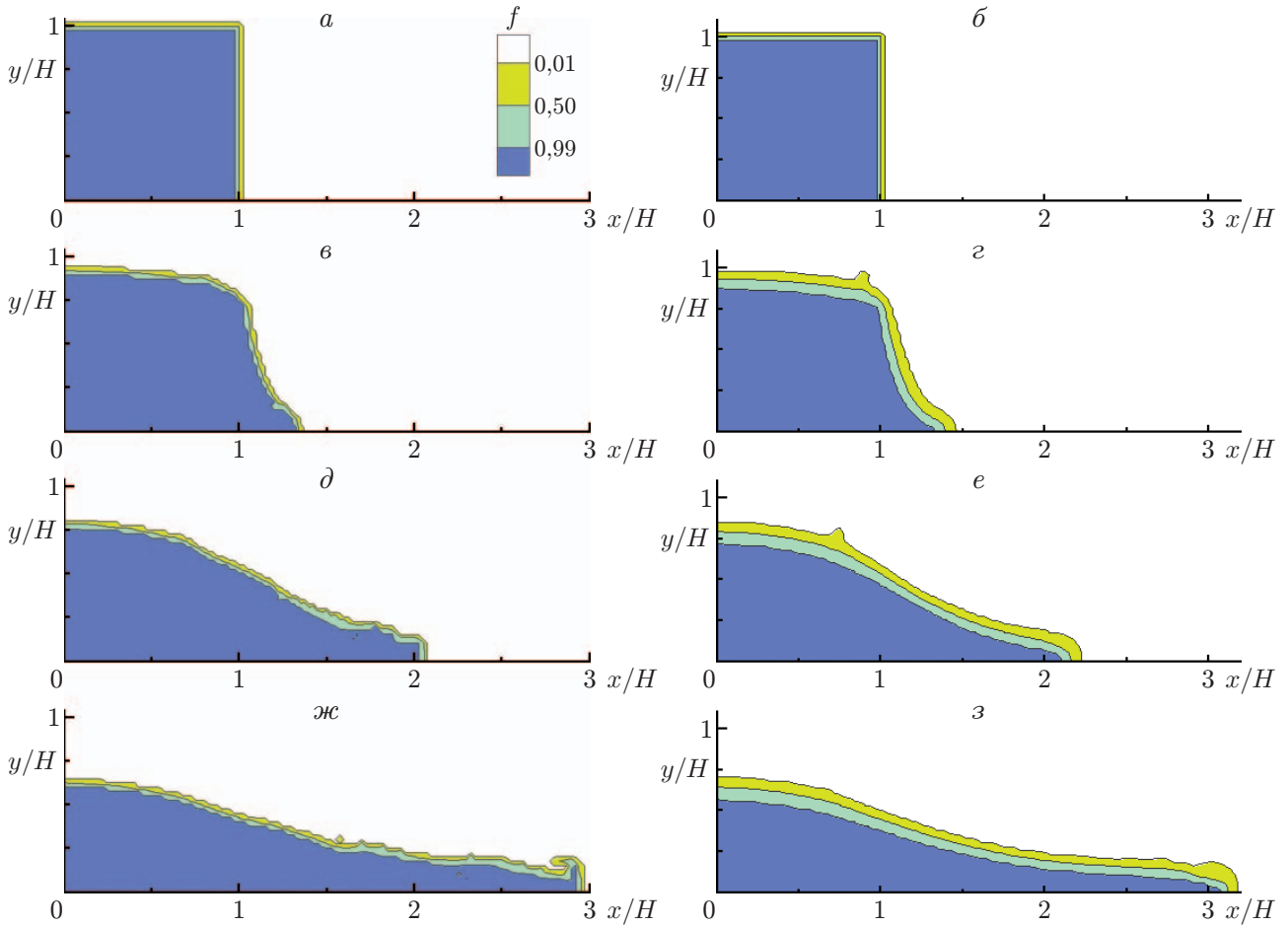


Рис. 2. Изолинии объемной фракции воды f , полученной с использованием CSF-модели с конвективными схемами VOF [7] (а, в, д, ж) и s4minmod [11] (б, г, е, з) в f -уравнении (варианты 3, 4 таблицы) при различных значениях t/t_r :
 а, б — $t/t_r = 0$; в, г — $t/t_r = 0,6$; д, е — $t/t_r = 1,2$; ж, з — $t/t_r = 1,8$

потока, что и в подходе s4minmod. Такой подход ниже называется VOF-схемой. Заметим, что и противопоточная схема первого порядка, и QUICK-схема без TVD-ограничителей не применяются для аппроксимации потока в (2), (3). При использовании первой схемы поверхность раздела сред вследствие численной диффузии имеет очень большую толщину, а при использовании второй схемы значительно искажаются изолинии объемной фракции вследствие паразитных осцилляций, возникающих в расчетах с использованием QUICK-схемы [11].

На рис. 2 показаны результаты численного моделирования с использованием различных схем конвекции. Видно, что, как и в [11], при использовании VOF-схемы [7] свободная поверхность имеет меньшую характерную толщину, чем при использовании схемы s4minmod [11] в (3). Однако в случае использования VOF-схемы (а также схемы s4minmod на более мелких сетках в [11]) наблюдается некоторое искажение изолиний объемной фракции f . Искажение свободной поверхности (изолинии $f = 0,5$) и ее волнообразная форма могут быть обусловлены не только недостатками или особенностями численных схем, но и определенными физическими эффектами, такими как развивающаяся неустойчивость и турбулентные пульсации. При использовании VOF-схемы более реалистичную визуализацию динамики течения при разрушении плотины можно также получить в случае выбора

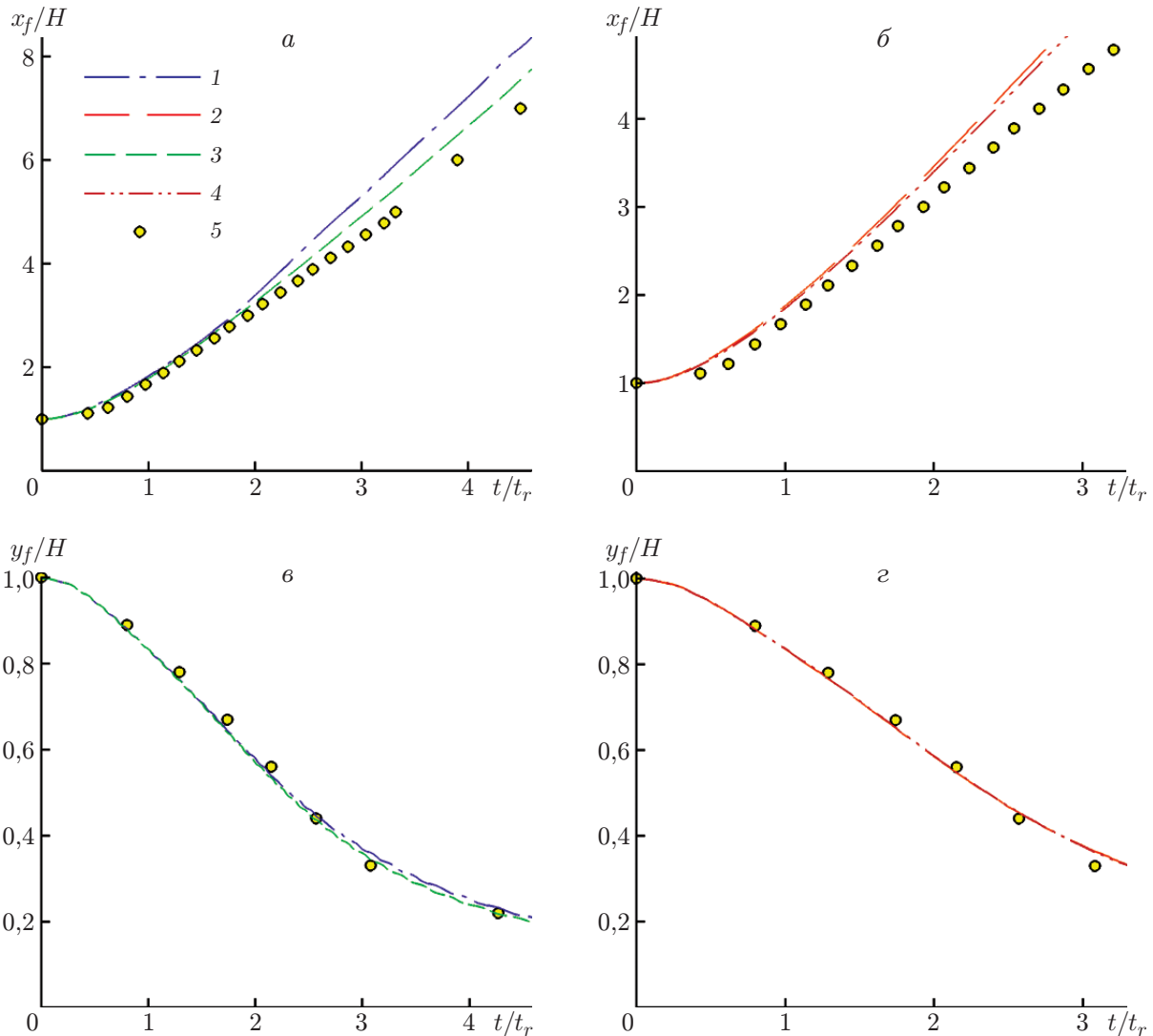


Рис. 3. Зависимости положения фронта волны x_f (*a*, *б*) и высоты столба воды y_f (*в*, *г*) от времени, полученные с использованием кода PIFI и различных схем в f -уравнении:

a, *в* — VOF [7], *б*, *г* — c4minmod [11]; 1–4 — варианты расчета 1–4 в настоящей работе (см. таблицу) (1, 2 — без использования CSF-модели, 3, 4 — с использованием CSF-модели), 5 — данные измерений [5]

более близких уровней эффективных границ тонкого слоя между текучими средами (например, $f = 0,33; 0,67$ [11] вместо $f = 0,01; 0,99$ на рис. 2). Устранить некоторые недостатки схемы можно также путем выбора меньших по времени значений шага $t^{n+1} - t^n$ [11].

Рассмотрим изменение положения переднего фронта волны и высоты столба воды с увеличением времени (рис. 3). Незначительное отклонение прогнозируемых значений от измеренных при $t < 2t_r$ частично объясняется условиями проведения опытов [5]. В лабораторных экспериментах исходный столб воды был ограничен тонкой диафрагмой из папиросной бумаги, для удаления которой и, таким образом, для инициации движения использовался ток от автомобильных аккумуляторов. При $t = 0$ включался ток нагревателя, и движение воды начиналось с небольшой незафиксированной задержкой по времени $t < 0,2t_r$ [5].

Увеличение завышения по сравнению с данными [5] значения x_f с увеличением времени при $t > 2t_r$ (наблюдавшееся также в [7]) для всех схем не объяснялось в работе [11]. Однако в [16, 17] сделан вывод, что действующие в одном направлении силы вязкости и поверхностного натяжения приводят к торможению движения и, следовательно, к уменьшению ускорения. Аналогичное торможение наблюдалось при введении боковых стенок [8] либо дополнительной турбулентной вязкости [9] или вихревой вязкости подсеточных масштабов [10]. Эффект демпфирования хорошо виден на рис. 3, где значения $x_f(t)$ меньше в случае использования в (3) обеих схем из [7, 11] и ближе к экспериментальным значениям при учете поверхностного натяжения. Эта корректировка более значительна в случае использования схемы VOF (см. рис. 3,а), когда получаемая свободная поверхность имеет меньшую толщину, и минимальна в случае использования схемы `s4minmod` (см. рис. 3,б), когда граница раздела имеет большую толщину. Иными словами, слой меньшей “характерной толщины” (зависящей от используемой схемы конвективных потоков) между двумя средами более чувствителен к влиянию поверхностного натяжения, которое описывается выражением (4), учитывающим кривизну поверхности, и можно предположить, что при более существенных изменениях кривизны для более “тонкой” границы раздела при использовании CSF-модели более существенно изменяется и величина x_f . Сравнение также показывает, что высота столба воды $y_f(t)$ практически совпадает при использовании всех схем (см. рис. 3,в,г), кроме варианта 3 (схема VOF и CSF-модель), который при больших значениях времени позволяет получить несколько лучший результат, чем вариант 1 (схема VOF без CSF-модели).

На втором этапе учитывается поверхностное натяжение, и вычисления выполняются в OpenFOAM [18] с выбором ламинарной моды (вариант 5) и RAS-моды. На рис. 4 для режима RAS представлены результаты расчетов с использованием двух низкорейнольдсовых версий ($k-\varepsilon$)-модели: нелинейной алгебраической модели напряжений Рейнольдса [21] (вариант 6) и линейной модели вихревой вязкости [22] (вариант 7). Другие модели турбулентности, протестированные для рассматриваемого течения при разрушении плотины, дают аналогичные результаты, которые расположены на рис. 4 между кривыми 5 и 7 и в данной работе не приводятся. Учет турбулентности, очевидно, приводит к замедлению движения бора и, как и в [9, 10], позволяет получить результаты, хорошо согласующиеся с результатами измерений [5].

Кросс-верификация результатов, полученных с помощью кодов PIFI и OpenFOAM, показывает, что они совпадают до значения времени $t \approx 3,2t_r$ и незначительно различаются при больших значениях времени, вероятно, вследствие некоторого различия методов численной реализации (кривые 4, 5 на рис. 4). Однако это отклонение значительно меньше, чем отклонения вычисленных значений x_f при учете поверхностного натяжения или турбулентности и без их учета (кривые 1, 3 или 5–7), т. е. обе вычислительные технологии дают идентичные результаты. Заметим, что по умолчанию в настройках решателя `interFoam` [18] для потоков конвекции в уравнении (3) для функции f при моделировании свободной поверхности используется MUSCL-схема с TVD-ограничителем `van Leer` [8] (вариант 5 в таблице) в отличие от MUSCL-схемы с TVD-ограничителем `s4minmod` [11] (вариант 4 в таблице). Исследование влияния различных вариантов функций (`minmod`, `compressive minmod`, `van Leer`, `superbee`) для TVD-ограничителей показывает [8], что вариант `minmod` дает слишком пологое изменение плотности на границе сред, а вариант `superbee` приводит к наиболее крутому профилю плотности, однако может вызывать проблемы численной реализации. Применение TVD-ограничителей `compressive minmod` или `van Leer` в (3) является оптимальным [8], позволяя получить близкие результаты при изменении функции объемной фракции f от единицы до нуля в вычислительных ячейках, содержащих поверхность раздела сред. Это свидетельствует о том, что результаты,

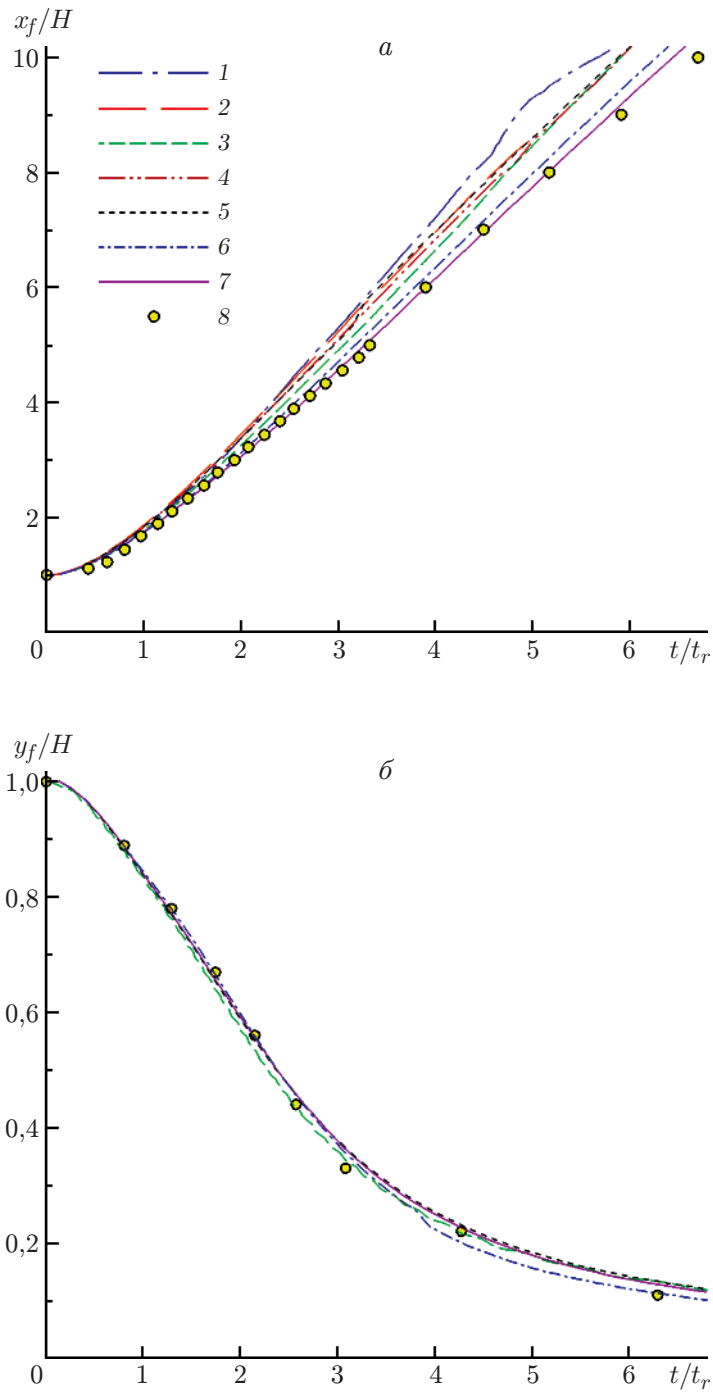


Рис. 4. Зависимости положения фронта волны x_f (а) и высоты столба воды y_f (б) от времени:
 1–7 — варианты расчета 1–7 в настоящей работе (см. таблицу), 8 — данные работы [5]

полученные с помощью алгоритмов PIFI и OpenFOAM, не должны существенно различаться, несмотря на различия деталей численной реализации. Следует также отметить, что при численном моделировании в OpenFOAM [23] без учета поверхностного натяжения и с использованием стандартной $(k-\varepsilon)$ -модели и пристенных функций значения x_f и y_f по-прежнему существенно завышены по сравнению с данными [5]. В целом численная диффузия, турбулентная (вихревая) вязкость и сила поверхностного натяжения действуют в одном направлении, подавляя движение волны и уменьшая значения x_f .

Для физической интерпретации полученных результатов исследуем влияние поверхностного натяжения и турбулентности с помощью следующих энергетических оценок. Энергия двумерного течения в рассматриваемой области (энергия, приходящаяся на единицу длины в трансверсальном направлении z , в котором имеет место однородность потока) изначально равна потенциальной энергии

$$E_p|_{t=0} = 0,5gH[(\rho_1 - \rho_2)H^2 + \rho_2L_xL_y].$$

После начала распространения волны при $t_1 > 0$ получаем $E_p(t_1) < E_p(0)$ в уравнении баланса энергии

$$E_p|_{t=0} = E_p(t_1) + E_k(t_1) + A_w(t_1) + A_s(t_1) + A_r(t_1), \quad (6)$$

где E_k — полная кинетическая энергия движения среды; A_w — работа против силы трения на гладких стенках, обусловленной молекулярной вязкостью; A_s — работа против сил поверхностного натяжения; A_r — дополнительная работа для преодоления шероховатости стенки (если имеется). Для осредненных по ансамблю уравнений в турбулентном течении имеем $E_k = E_m + E_t$, где E_m — полная средняя энергия (зависящая от средней скорости u_i); E_t — полная энергия пульсационной скорости. Величины E_m и E_t получены путем интегрирования (по x, y в рассматриваемой области) средней $\rho u_i u_i / 2$ и турбулентной ρk кинетической энергии на единицу объема. Энергия E_t превращается в тепло вследствие вязкой диссипации (описываемой величиной ε). В случае ламинарного потока $E_t = k = 0$, т. е. величина $E_k = E_m$ находится путем интегрирования $\rho u_i u_i / 2$ по x, y .

Из сказанного выше следует, что если какое-либо слагаемое в правой части уравнения баланса энергии (6) (например, работу сил поверхностного натяжения A_s или энергию пульсаций E_t) опустить, то можно предположить, что для той же потенциальной энергии E_p при $t = 0$ оставшиеся члены в правой части (6) (в том числе E_m) при $t = t_1$ увеличиваются. Это приведет к увеличению скорости в выражении для энергии E_m при $A_s = 0$ и (или) $E_t = 0$ по сравнению со случаем $A_s \neq 0$, $E_t \neq 0$, в частности к увеличению максимальной скорости, имеющей место (как отмечено в [6]) на переднем фронте волны. В результате для больших значений скорости получаем большие значения x_f (см. рис. 3, 4).

На необходимость введения в модель добавочной турбулентной (вихревой) вязкости, обусловленной наличием пульсаций с энергией E_t , указывалось также в [9–11]. Например, при моделировании (в предположении ламинарности) потока, возникающего после разрушения плотины, установлено, что конвективная противопоточная схема обладает наиболее сильной численной диффузией [11]. Вследствие этого размывается граница раздела, а также замедляется движение коллапсирующего столба жидкости, как в случае действия молекулярной и турбулентной вязкости. Под воздействием турбулентной диффузии размывание характерной толщины границы раздела (с учетом осреднения по ансамблю реализаций) может, действительно, происходить при больших значениях времени, и развивающаяся турбулентность (моделируемая добавочной вихревой вязкостью) может препятствовать ускорению потока, инициируемому разрушением плотины. Существуют некоторые признаки турбулентного течения в виде нерегулярных волнообразных поверхностей, возникающих при больших значениях времени в расчетах с меньшей численной

вязкостью и более мелкими сетками, а также при использовании схем SMF или VOF, приводящих к формированию более четко выраженной границы раздела [11].

Заметим, что при больших значениях времени $t > 6t_r$ (см. рис. 4) даже при учете поверхностного натяжения и турбулентности значения x_f завышены по сравнению с данными измерений [5]. Это может свидетельствовать о влиянии малой шероховатости на нижней стенке (величина A_r в (6), которая становится более существенной для тонких “язычков” потока на фронте волны и которой пренебрегается). Кроме того, корректная формулировка граничных условий на стенке с учетом микромасштабных процессов вблизи линии контакта (вода — воздух — стенка) и более точные определения x_f и y_f в [5] также способны улучшить результаты численного моделирования [11].

Заключение. В работе представлены и проанализированы результаты моделирования течения воды над горизонтальным сухим дном, возникающего после разрушения плотины, с помощью двух различных численных алгоритмов. Первая вычислительная технология — код PIFI — включает несколько вариантов определения положения поверхности раздела несмешивающихся сред и континуальную модель силы поверхностного натяжения. Вторая технология — программный пакет OpenFOAM с решателем interFoam — включает различные версии $(k-\varepsilon)$ -модели с корректировками, введенными с учетом поведения течений в областях с малыми числами Рейнольдса. Показано, что оба алгоритма позволяют получить близкие результаты, при этом наличие поверхностного натяжения и турбулентности замедляет движение воды и как следствие распространение волны или бора. Учет этих эффектов при моделировании обеспечивает более точное соответствие данным лабораторных экспериментов о положении переднего фронта. Для физической интерпретации полученных результатов влияние указанных эффектов объяснено с использованием качественных энергетических оценок. Также указаны факторы, которые могут уточнить описание, например учет в граничных условиях на стенке шероховатости и микромасштабных процессов вблизи линии контакта трех сред. В дальнейшем модифицированные и верифицированные методы можно применять для более сложных случаев течений со свободной поверхностью, например при моделировании движения периодических и уединенных волн или бора при разрушении плотины над дном с уклоном, шероховатостью и препятствиями.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Hibberd S., Peregrine D. H.** Surf and run-up on a beach: a uniform bore // *J. Fluid Mech.* 1979. V. 95. P. 323–345.
2. **Synolakis C. E.** The runup of solitary waves // *J. Fluid Mech.* 1987. V. 185. P. 523–545.
3. **Lin C., Kao M. J., Wong W. Y., et al.** Effect of leading waves on velocity distribution of undular bore traveling over sloping bottom // *Europ. J. Mech. B. Fluids.* 2019. V. 73. P. 75–99.
4. **Lin C., Kao M. J., Tzeng G. W., et al.** Study on flow fields of boundary-layer separation and hydraulic jump during rundown motion of shoaling solitary wave // *J. Earthquake Tsunami.* 2015. V. 9. P. 1540002-1–1540002-33.
5. **Martin J. C., Moyce W. J.** An experimental study of the collapse of liquid columns on a rigid horizontal plane // *Philos. Trans. Roy. Soc. London. Ser. A.* 1952. V. 224. P. 312–324.
6. **Lauber G., Hager W. H.** Experiments to dambreak wave: Horizontal channel // *J. Hydraul. Res.* 1998. V. 36. P. 291–307.
7. **Hirt C. W., Nichols B. D.** Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries // *J. Comput. Phys.* 1981. V. 39. P. 201–225.
8. **Kelecy F. J., Pletcher R. H.** The development of a free surface capturing approach for multi-dimensional free surface flows in closed containers // *J. Comput. Phys.* 1997. V. 138. P. 939–980.

9. **Shigemastu T., Liu P. L. F., Oda K.** Numerical modeling of the initial stages of dam-breaking waves // J. Hydraul. Res. 2004. V. 42. P. 183–195.
10. **Hieu P. D., Katsuoshi T., Ca V. T.** Numerical simulation of breaking waves using a two-phase flow model // Appl. Math. Modelling. 2004. V. 28. P. 983–1005.
11. **Яковенко С. Н., Чан К. С.** Аппроксимация потока объемной фракции в течении двух жидкостей // Теплофизика и аэромеханика. 2008. Т. 15, № 2. С. 181–199.
12. **Yeh H. H., Mok K. M.** On turbulence in bores // Phys. Fluids A. 1990. V. 2. P. 821–828.
13. **Stansby P. K., Chegini A., Barnes T. C. D.** The initial stages of dam-break flow // J. Fluid Mech. 1998. V. 374. P. 407–424.
14. **Yeh H. H., Ghazali A., Marton I.** Experimental study of bore run-up // J. Fluid Mech. 1989. V. 206. P. 563–578.
15. **Zhang Q., Liu P. L. F.** A numerical study of swash flows generated by bores // Coastal Engng. 2008. V. 55. P. 1113–1134.
16. **Яковенко С. Н., Чан К. С.** Применение неразрывной модели для силы поверхностного натяжения к задаче неустойчивости Рэлея — Тейлора // Теплофизика и аэромеханика. 2011. Т. 18, № 3. С. 449–461.
17. **Яковенко С. Н.** Влияние перепада плотности и поверхностного натяжения на поверхности раздела текучих сред на развитие неустойчивости Рэлея — Тейлора // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2014. № 6. С. 54–69.
18. **The OpenFOAM foundation.** OpenFOAM v7 user guide. S. l., 2019. [Electron. resource]. Режим доступа: <https://cfd.direct/openfoam/user-guide-v7/>.
19. **Роуч П.** Вычислительная гидродинамика. М.: Мир, 1980.
20. **Пейре Р.** Вычислительные методы в задачах механики жидкости / Р. Пейре, Т. Д. Тейлор. Л.: Гидрометеиздат, 1986.
21. **Lien F. S., Chen W. L., Leschziner M. A.** Low-Reynolds-number eddy-viscosity modelling based on non-linear stress-strain/vorticity relations // Proc. of the 3rd Intern. symp. on engineering turbulence modelling and measurements, Heraklion (Greece), 27–29 May 1996. Amsterdam: Elsevier, 1996. P. 91–100.
22. **Lam C. K. G., Bremhorst K.** A modified form of the $k-\varepsilon$ model for predicting wall turbulence // J. Fluid Engng. 1981. V. 103, iss. 3. P. 456–460.
23. **Жайнаков А. Ж., Курбаналиев А. Ы.** Верификация открытого пакета OpenFOAM на задачах прорыва дамб // Теплофизика и аэромеханика. 2013. Т. 20, № 4. С. 461–472.

*Поступила в редакцию 23/XII 2019 г.,
после доработки — 27/VII 2020 г.
Принята к публикации 31/VIII 2020 г.*