выбрать функцию P таким образом, что $P(A) = 0$ (A — постоянная), то рассматриваемое решение можно трактовать как решение задачи о разлете в пустоту цилиндрического объема газа с заданным начальным полем скоростей и с заданным начальным распределением плотности и давления. Граница этого объема движется по закону $r = At$.

Для решения (6) контактными характеристиками вида (7) будут поверхности, задаваемые уравнением $x = C_1 r + C_2\sqrt{1 + t^2}$ (C_1, C_2 — произвольные постоянные).

Автор выражает благодарность научному руководителю Н. Х. Ибрагимову за ценные советы и замечания и Л. В. Овсянникову за обсуждение результатов работы.

Поступила 4 II 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. **Овсянников Л. В.** Групповые свойства дифференциальных уравнений. Новосибирск, Изд-во СО АН СССР, 1962, с. 239.
2. **Лапко Б. В.** Построение оптимальных систем подгрупп группы Ли преобразований, допускаемых уравнениями газовой динамики.— В кн.: Динамика сплошной среды. Вып. 14. Новосибирск, изд. Ин-та гидродинамики СО АН СССР, 1973, с. 122—129.
3. **Ибрагимов Н. Х.** Групповые свойства некоторых дифференциальных уравнений. Новосибирск, «Наука», 1967, с. 59.
4. **Ибрагимов Н. Х.** Классификация инвариантных решений уравнений двумерного нестационарного движения газа.— ПМТФ, 1966, № 4, с. 19—22.

УДК 536.45 : 533.6.011

О ВЛИЯНИИ ВЫДЕЛИВШЕЙСЯ ПРИ ВЗРЫВЕ МАССЫ НА РАСПРОСТРАНЕНИЕ ТЕПЛОВОЙ ВОЛНЫ

Л. П. Горбачев, В. Ф. Федоров

(Москва)

В [1] показано, что на закономерности распространения тепловой волны существенно влияет внутренняя ударная волна.

В данной работе методом, аналогичным [1], оценивается влияние выделившейся массы M_0 на распространение тепловой волны.

Пусть в начальный момент времени в бесконечно малом объеме V_0 мгновенно выделяются энергия E_0 и масса M_0, причем плотности выделившейся энергии и вещества во много раз больше плотности энергии и вещества окружающей среды. От места взрыва распространяется сферическая тепловая волна. Вследствие наличия перепада давлений на границе масса M_0 — окружающий воздух начинается движение газа. Внутри тепловой волны в идеальном газе, характеризуемом эффективными значениями показателя адиабаты $\gamma_э$ и газовой постоянной $A_э$, распространяется ударная волна.

Система уравнений, описывающая процессы распространения волн, имеет вид

(1) $$\frac{\partial\rho}{\partial t} = -\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(r^2\rho v);$$

(2) $$\frac{\partial}{\partial t}(\rho v) = -\frac{\partial}{\partial r}(\rho v^2 + \rho a^2) - \frac{2\rho v^2}{r};$$

(3) $$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\rho a^2}{\gamma_э - 1} + \frac{\rho v^2}{2}\right) = -\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left[r^2\rho v\left(\frac{a^2}{\gamma_э - 1} + \frac{v^2}{2} + a^2\right) - r^2 S\right],$$

где $S = -(16/3)\lambda R\sigma T^3 \partial T/\partial r$ — поток излучения; $a = \sqrt{A_э T}$ —изотермическая скорость звука.

Уравнение (3) с учетом (1), (2) можно привести к обычной форме записи уравнения тепловой волны

(4) $$\frac{A_э\rho}{\gamma_э - 1}\frac{dT}{dt} - A_э T\frac{d\rho}{dt} = -\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(r^2 S).$$

Граничные и начальные условия к системе (1) — (4) записываются в виде

(5) $$v(0, t) = 0, \quad v(r \to \infty, t) = 0,$$
$$\rho(r \to \infty, t) = \rho_0, \quad T(r \to \infty, t) = 0,$$
$$\lim_{V_0 \to 0}\int_{V_0}\rho(r, 0)\,d\mathbf{r} = M_0,$$
$$\lim_{V_0 \to 0}\int_{V_0}\frac{\rho(r, 0)\,A_э T(r, 0)}{\gamma_э - 1}\,d\mathbf{r} = E_0.$$

Поскольку начальная стадия роста области с высокой температурой происходит за счет неравновесного излучения [2] в течение времени $T_н$ ($T_н \sim 10^{-7}$с), много меньшего характерного времени стадии лучистой теплопроводности $T_л \sim 10^{-5}$—10^{-4}с, последнее из условий (5) заменим соотношениями

$$\lim_{V_0 \to 0}\int_{V_0}\frac{\rho v^2}{2}\,d\mathbf{r} = \alpha E_0, \quad 0 < \alpha < 1,$$
$$4\pi\int_0^{r_{T_0}}\frac{\rho A_э T}{\gamma_э - 1}\,r^2 dr = (1 - \alpha)\,E_0,$$

учитывающими перераспределение выделившейся энергии между теплом и движением. Здесь α — начальная доля кинетической энергии, характеризуемая свойствами выделившегося вещества; r_{T_0} — начальный радиус тепловой волны.

На изотермическом скачке уплотнения $r = r_1$ справедливы соотношения

$$\begin{cases} [\rho(D - v)] = 0, \\ [\rho v(D - v) - \rho a^2] = 0, \\ \left[\rho(D - v)\left(\frac{v^2}{2} + \frac{a^2}{\gamma_э - 1}\right) - S - \rho a^2 v\right] = 0, \end{cases}$$

где квадратные скобки означают разности соответствующих величин на фронте ударной волны.

Анализ размерностей определяющих параметров показывает, что задача не является автомодельной. Будем ее решать методом, аналогичным [1].

Полагаем, что температура постоянна во всей нагретой области

$$T(r, t) = \begin{cases} T(t), & r \in [0, r_T], \\ 0, & r > r_T, \end{cases}$$

где r_T — радиус фронта тепловой волны.

Зададимся распределением плотности и скорости газа за фронтом ударной волны

$$\rho = \rho_1(r/r_1)^m,$$

$$v = D(1 - \rho_0/\rho_1)(r/r_1), \quad r \in [0, r_1]. \tag{6}$$

Умножая уравнение (1) на $4\pi r^2$ и интегрируя по области движущегося газа с учетом (6), получим выражение для коэффициента m

$$m = \frac{4\pi r_1^3\rho_1}{M_0 + 4\pi\rho_0 r_1^3/3} - 3. \tag{7}$$

Далее, аналогично [1] выводится система обыкновенных дифференциальных уравнений для приближенного расчета распространения внутренней ударной и тепловой волн

$$dr_1/dt = D, \tag{8}$$

где D удовлетворяет условию

$$D = \left[\frac{2E_{\text{к}}}{\left(M_0 + 4\pi\rho_0 r_1^3/3\right)(1 - a^2/D^2)} + \frac{E_{\text{к}}}{\pi r_1^3\rho_1(1 - a^2/D^2)}\right]^{1/2},$$

$$\rho_1 = \rho_0\frac{D^2}{a^2}; \tag{9}$$

$$\frac{dr_T}{dt} = \frac{S_T(\gamma_э - 1)}{\rho_0 A_э T}, \tag{10}$$

где $S_T = (7{,}52/r_T)(T/10^6)^2\sigma T^4$ — поток излучения на фронте тепловой волны;

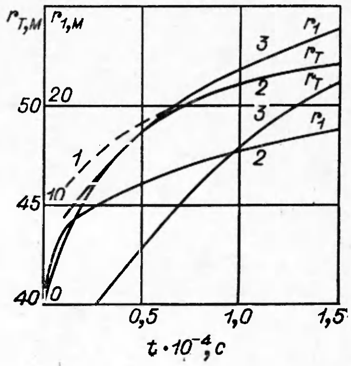
$$T = \frac{(\gamma_э - 1)(E_0 - E_{\text{к}})}{A_э\left(M_0 + 4\pi\rho_0 r_T^3/3\right)}; \tag{11}$$

$$\frac{dE_{\text{к}}}{dt} = 4\pi r_1^2\rho_0 D^3\left[\frac{3(1 - a^2/D^2)}{3 + m} - \frac{(1 - a^4/D^4)}{2}\right], \tag{12}$$

где $E_{\text{к}} = 4\pi\int\limits_0^{r_1}\frac{\rho v^2}{2}r^2dr$ — кинетическая энергия движущегося газа.

Заметим, что при $M_0 \to 0$ система (7) — (12) переходит в соответствующие уравнения [1]. Из условий (6) при $m = 0$ и $\rho_0/\rho_1 \ll 1$ следует, что начальный разлет выделившейся массы происходит в автомодельном режиме, рассмотренном в [3]. При $m = 0$ распределения (6) удовлетворяют уравнению неразрывности (1) для любой зависимости $r_1(t)$.

В качестве начальных значений для задачи численного счета при $t = 0$ приняты: $r_{T_0} = 30$ м, $r_1 = 0$, $\alpha = 0{,}5$, $m = 0$, $\rho_0 = 1{,}29$ кг/м³. Следовательно, при $t = 0$ $\rho_1 r_1^3 = \frac{3M_0}{4\pi}$.



На фигуре показаны зависимости от времени радиусов фронта тепловой и ударной волн. Кривые *1—3* соответствуют значениям $M_0 = 0$ (автомодельное решение [4]); 0,1 и 10 т. Видно, что выделившаяся масса существенно влияет на закономерности распространения тепловой и ударной волн.

Поступила 27 XII 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. **Горбачев Л. П., Федоров В. Ф.** О влиянии ударной волны на распространение тепловой.— ПМТФ, 1975, № 3.
2. **Pomraning.** Early time air fireball model for near surface energy release.— «Nuclear Science and Engineering», 1974, vol. 53, N 2.
3. **Седов Л. И.** Методы подобия и размерностей в механике. Изд. 7-е. М., «Наука», 1972.
4. **Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П.** Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М., «Наука», 1966.

УДК 533.6.011,534.222.2

РАЗВИТИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ВОЗМУЩЕНИЙ НА НАЧАЛЬНОЙ СТАДИИ ТОЧЕЧНОГО ВЗРЫВА В ТЕПЛОПРОВОДНОМ ГАЗЕ

В. П. Шидловский

(Москва)

Рассматриваются одномерные возмущения, возникающие в холодном однородном газе ($T_1 = 0$, ρ_1 — const) при мгновенном выделении конечной энергии в начале координат. Исходные уравнения составлены для газа, в котором механизм теплопередачи моделируется нелинейной теплопроводностью с коэффициентом $\lambda \sim T^n$. Преобразование уравнений к безразмерной форме с помощью введения «естественных» переменных позволяет указать и простейший путь исследования процесса в целом с помощью метода возмущений. Начальное приближение соответствует известному решению для тепловой волны [1], тогда как последующие приближения описывают совместное развитие как тепловых, так и динамических возмущений. Исследование свойств решений и пример расчета двух первых приближений (не считая начального) для случая точечного сферического взрыва при $n = 5$ дает представление о формировании ударной волны.

При изучении взрыва в газе важное значение имеет учет реальных процессов теплопередачи. Это особенно существенно на самой начальной стадии взрыва, ибо, как показывают наблюдения и теоретические исследования [2], тепловая