

ОПТИКА СЛУЧАЙНО-НЕОДНОРОДНЫХ СРЕД

УДК 535.24; 535.6

Регистрация орбитального углового момента лазерного пучка через его разложение по оптическим вихрям и его использование в системе связи в турбулентной атмосфере

**В.П. Аксенов¹, В.В. Дудоров¹, В.В. Колосов^{1,2},
Ч.Е. Погуца¹, Е.С. Абрамова^{3*}**

¹ *Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева СО РАН
634055, г. Томск, пл. Академика Зуева, 1*

² *Томский научный центр СО РАН
634021, г. Томск, пр. Академический, 2*

³ *Сибирский государственный университет телекоммуникаций и информатики
630102, г. Новосибирск, ул. Кирова, 86*

Поступила в редакцию 10.12.2019 г.

Выполнено численное моделирование функционирования оптической системы передачи данных по открытому атмосферному каналу, с кодированием информации величиной орбитального углового момента (ОУМ), нормированного на мощность пучка. Рассмотрено два метода регистрации ОУМ, основанных на разложении комплексной амплитуды поля лазерного пучка, прошедшего через слой турбулентной атмосферы, по вихревым азимутальным модам (оптическим вихрям). Выполнен статистический анализ зависимости частоты приема ошибочно зарегистрированных значений ОУМ от параметров турбулентности. Анализ проводился для выборки из 5000 случайных реализаций комплексной амплитуды поля при распространении излучения на атмосферной трассе при фиксированных турбулентных параметрах. Обсуждаются варианты и потенциальные возможности аппаратной реализации методов. Проведено сравнение предложенных методов.

Ключевые слова: орбитальный угловой момент, оптический вихрь, статистические характеристики, турбулентная атмосфера, оптическая связь, лаггер-гауссов пучок, азимутальные моды; orbital angular momentum, optical vortex, statistical characteristics, turbulent atmosphere, optical communication, Laguerre-Gaussian beam, azimuthal modes.

Введение

В научных публикациях последних лет излагаются результаты исследований возможностей применения пучков с управляемым орбитальным угловым моментом (ОУМ) для кодирования информации в атмосферно-оптических каналах связи [1, 2]. В частности, исследуются системы связи, функционирующие по принципу мультиплексирования с модовым разделением – mode division multiplexing (MDM), когда пространственные моды лазерного излучения используются для создания информационных каналов, несущих независимые потоки данных [2]. Использование этого метода потенциально может увеличить скорость передачи данных в системе оптической связи до величины, пропорциональной числу

используемых мод. В принципе, любой тип мод может быть использован для MDM. В одном физическом канале связи, работающем по MDM, распространяется одновременно целый набор мод, генерируемых передатчиком, а на приемной стороне линии связи происходят сортировка мод и их декодирование. При распространении набора азимутальных мод в турбулентной атмосфере существенным препятствием для оптической связи оказываются различные искажения, в том числе перекрестные помехи (cross-talk). При организации MDM сам орбитальный угловой момент на приемном конце трассы не измеряется. Сортировка мод происходит по величине азимутального индекса (топологического заряда) прошедшего пучка. В настоящей работе мы рассмотрим ситуацию, когда в канале связи одномоментно распространяется только одна LG_n^l мода – мода Лагерра–Гаусса (l – радиальный индекс). Она является носителем оптического вихря, ее азимутальный индекс n совпадает с величиной топологического заряда вихря. Топологический заряд

* Валерий Петрович Аксенов (avr@iao.ru); Вадим Витальевич Дудоров (dvv@iao.ru); Валерий Викторович Колосов (kvv@iao.ru); Чеслав Евгеньевич Погуца (pce@iao.ru); Евгения Сергеевна Абрамова (evgenka252@mail.com).

лазерного пучка, содержащего оптический вихрь, совпадает в однородной среде с нормированным на принятую мощность ОУМ пучка [1, 2]. Наша задача — исследовать, насколько эффективно использование в качестве носителя информации нормированного орбитального момента пучка, распространяющегося в турбулентной атмосфере.

Знание ОУМ позволяет увеличить скорость передачи двоичных данных по каналу. Так, нетрудно показать, что если у нас есть возможность передавать и принимать в канале ОУМ со значениями $-8 \leq n \leq 8$, исключая $n = 0$, то будет возможно одновременно передавать и обрабатывать данные полубайтами — квартетами (сгруппировав предварительно последовательность нулей и единиц двоичного кода в группы по 4), а если удастся передать и зарегистрировать ОУМ пучков в диапазоне $-16 \leq n \leq 16$, также исключая $n = 0$, предварительно сгруппировав двоичную последовательность в группы по 5, будет возможно передавать данные квинтетами.

Существует достаточно много способов регистрации орбитального момента пучка [3–7]. Выберем один из них, основанный на разложении волнового поля пучка по оптическим вихрям [8, 9] и последующей реконструкции ОУМ с помощью коэффициентов такого разложения. Оценим, насколько эффективным будет этот метод кодирования при создании канала передачи данных в турбулентной атмосфере. В качестве основы расчетных схем используем алгоритмы численного моделирования распространения лазерных пучков в атмосфере, тождественные алгоритмам, описанным в [10].

Схема функционирования линии оптической передачи информации

Линия передачи данных по оптическому атмосферному каналу может быть построена следующим образом. На передающем конце трассы световой пучок, первоначально не обладающий ОУМ, трансформируется в вихревой пучок с различными значениями ОУМ в диапазоне от $-N$ до N . В обзорах и статьях [11–15] рассмотрены различные варианты генерации вихревых пучков, не обязательно являющихся LG_n^l модой. Следовательно, на другом конце линии располагается устройство, позволяющее определять значение ОУМ прошедшего пучка. Полагаем, что это устройство дает возможность выполнять разложение волнового поля, поступающего на вход устройства, по вихревым модам [8, 9]. В настоящей работе не будем конкретизировать, каким именно способом это делается. Важно, что в результате после устройства в пространственно-разнесенных точках мы в системе координат, приведенной к первоначальной оси пучка, получаем квадраты амплитуд вихревых гармоник $|a_m(r, z)|^2$. (Используется цилиндрическая система координат (r, φ, z) ; распространение пучка идет по z .) При этом комплексная амплитуда поля пучка, прошедшего атмосферу, и комплексная амплитуда вихревой гармоники будут связаны соотношениями из [8, 9]:

$$u(r, \varphi, z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} a_m(r, z) \exp(im\varphi), \quad (1)$$

$$a_m(r, z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{2\pi} u(r, \varphi, z) \exp(-im\varphi) d\varphi. \quad (2)$$

Мощность пучка, приходящаяся на гармонику порядка m (парциальная мощность гармоники порядка m), связана с амплитудой выражением

$$p_m(z) = \int_0^{\infty} r |a_m(r, z)|^2 dr. \quad (3)$$

В расчетах полагалось, что приемное устройство измеряет парциальные мощности гармоник для значений m в диапазоне $-M \leq m \leq M$. Эти значения мощностей рассчитывались на основе выражений (2) и (3). Очевидно, что

$$P = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} p_m(z) \quad (4)$$

— полная мощность пучка.

Согласно [16] по известным значениям $p_m(z)$ можно построить нормированный ОУМ L_z на основе соотношения

$$L_z = \frac{\sum_{m=-\infty}^{\infty} m p_m}{\sum_{m=-\infty}^{\infty} p_m}. \quad (5)$$

Представления (1), (4) и (5) являются рядами с бесконечным числом слагаемых. Будем рассматривать ситуацию, когда они ограничены диапазоном $-M \leq m \leq M$. В идеальных условиях, в однородной среде, вся принятая мощность будет сконцентрирована в угловой гармонике, порядок которой совпадает с ОУМ переданного пучка. Однако при распространении в турбулентной среде происходит уширение спектра [17]. Рассмотрим далее в численном эксперименте, как будет влиять атмосферная турбулентность на составляющие вихревого спектра $p_m(z)$ и определение ОУМ.

Физические основания численного эксперимента

Будем предполагать, что в начальной плоскости в результате кодирования пучка величиной топологического заряда (нормированного ОУМ) начальное поле принимает вид пучка Лагерра–Гаусса:

$$u(\mathbf{r}, 0) = \frac{u_0}{a\sqrt{|n|!}} \left(\frac{r}{a}\right)^{|n|} \exp\left\{-\frac{r^2}{2a^2}\right\} \exp\{in\varphi\}, \quad (6)$$

где $\{r, \varphi\}$ — полярные координаты; a — эффективный радиус пучка; u_0 — начальная амплитуда комплексного поля. Полная мощность пучка для такого поля

$$P = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |u(\mathbf{r}, z)|^2 d\mathbf{r} = \pi |u_0|^2. \quad (7)$$

Распространение излучения в атмосфере будем моделировать на основе решения параболического волнового уравнения. Численный алгоритм подробно описан в [18, 19]. Дифракция вычислялась с использованием алгоритма быстрого преобразования Фурье на двумерной сетке размером 1024×1024 узла. Атмосферная турбулентность на трассе моделировалась посредством 10 равноотстоящих экранов. В расчетах спектр флуктуаций показателя преломления задавался в виде [20]:

$$\Phi_n(\kappa_{\perp}, 0) = 0,033C_n^2 \frac{\exp\{-\kappa_{\perp}^2/\kappa_a^2\}}{(\kappa_{\perp}^2 + \kappa_0^2)^{11/6}} \times \left[1 + 1,802 \frac{\kappa}{\kappa_a} - 0,254 \left(\frac{\kappa}{\kappa_a} \right)^{7/6} \right], \quad (8)$$

где C_n^2 – структурная характеристика показателя преломления; $\kappa_0 = 2\pi/M_0$; $\kappa_a = 2\pi/m_0$; $m_0 = 1$ мм и $M_0 = 0,82$ м – внутренний и внешний масштабы атмосферной турбулентности. Турбулентные условия распространения задавались с помощью параметра Рытова $\beta_0^2 = 1,23C_n^2 k^{7/6} z^{11/6}$, который зависит от C_n^2 , длины трассы z , и волнового числа k , соответствующего длине волны излучения λ . Радиус Фрида определялся выражением $r_0 = 1,68(k^2 z C_n^2 a^{5/3})^{-3/5}$.

Размер стороны расчетной сетки был принят равным 1,024 м, длина волны лазера $\lambda = 1,06$ мкм, $a = 5$ см.

Результаты расчетов

Расчеты характеристик волнового поля $u(\mathbf{r}, z)$, прошедшего атмосферный канал связи, выполнялись для лазерных пучков с начальным распределением поля (6) с топологическим зарядом $n = 1$ и 4. Далее выполнялось вычисление амплитуд угловых гармоник (2) для разложения поля по вихревым модам (1) в диапазоне значений m от -20 до 20. На рис. 1 приведены случайные реализации и усредненные спектры угловых гармоник пучков с $n = 1$ и 4, прошедших дистанцию 2000 м в среде с $C_n^2 = 6,73 \cdot 10^{-15} \text{ м}^{-2/3}$, что соответствует $\beta_0^2 = 0,743$. Значения $n = 1$ и 4 выбраны из предположения, что анализа искажений этих двух пучков достаточно, чтобы оценить устойчивость системы связи, осуществляющей передачу информации путем генерации исходных значений нормированного ОУМ (или топологического заряда) пучков, равных $-4; -3; -2; -1; 1; 2; 3; 4$. Усредненные спектры получены по выборке из 5000 реализаций мгновенных спектров.

Из вида спектров следует, что в случае распространения пучка в случайно-неоднородной среде часть мощности основной (исходной) гармоники перераспределяется в соседние. Возникают дополнительные гармоники, проявляющиеся и в случайных реализациях спектра, и в усредненном спектре.

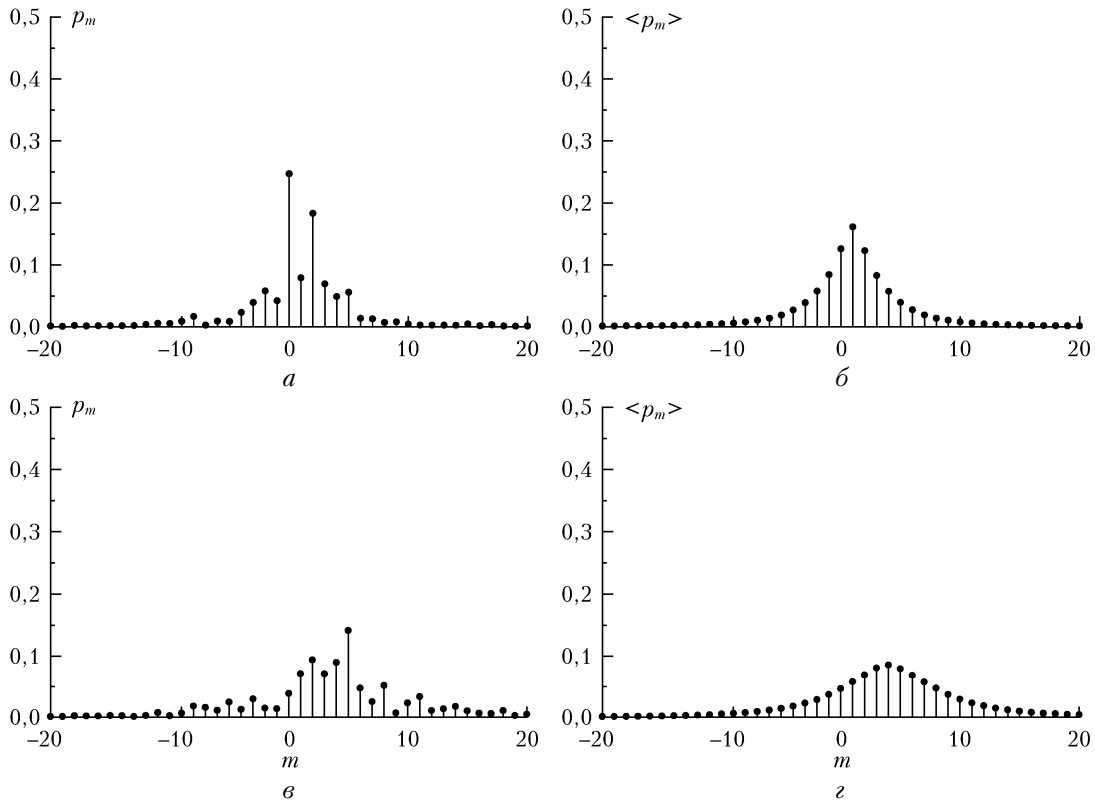


Рис. 1. Спектр угловых гармоник пучков $LG_1^0(a, б)$ и $LG_4^0(v, z)$, прошедших дистанцию 2000 м: a, v – случайная реализация; $б, z$ – усреднение по 5000 реализаций; $C_n^2 = 6,73 \cdot 10^{-15} \text{ м}^{-2/3}$, $\beta_0^2 = 0,743$, $r_0 = 0,0416$ м

При заданных параметрах распространения основная гармоника содержит в среднем ~20% перехватываемой приемником мощности.

Усредненные спектры внешне выглядят так же, как спектр, теоретически предсказанный ранее [17].

На следующем этапе выполнялась оценка нормированного ОУМ по правилу, которое отличалось от строгой формулы (5) заменой бесконечной суммы на конечную:

$$\tilde{n}_1 = \sum_{m=-M}^M mp_m / \sum_{m=-M}^M p_m. \quad (9)$$

В случайно-неоднородной среде из формулы (5), а тем более из формулы (9), не будут, как правило, следовать целочисленные оценки (ведь закон сохранения ОУМ в случайной турбулентной атмосфере выполняется только «в среднем» [21]). Однако предложенный нами способ кодирования (и декодирования) оперирует с целыми значениями нормированного ОУМ. Поэтому для получения целых (положительных и отрицательных) значений ОУМ будем округлять величину, полученную из (9), до целого. Сделаем это по правилам округления натуральных чисел. Назовем такой способ округления первым решающим правилом. Совокупность формулы (9) и первого решающего правила будем именовать алгоритмом оценки № 1. Рассмотрим далее устойчивость работы системы связи, реализующей этот алгоритм.

Устойчивость системы передачи данных, функционирующей на основе алгоритма № 1

Значения ОУМ, рассчитанные по формуле (9) для выборок из 5000 реализаций, полученных для различных условий распространения, приведены на рис. 2, *a* и *в*. Вычисленные значения ОУМ, выходящие за пороговые уровни округления (горизонтальные пунктирные линии), означают ошибку передачи. Значения, лежащие внутри интервала округления, дают верную оценку значения ОУМ (топологического заряда) исходного пучка.

Для сравнения на рис. 2, *б*, *г* приведены результаты расчета при помощи строгой формулы

$$\tilde{n} = \frac{1}{P} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I(\mathbf{r}, z) \left[r_x \frac{\partial S(\mathbf{r}, z)}{\partial r_y} - r_y \frac{\partial S(\mathbf{r}, z)}{\partial r_x} \right] d\mathbf{r}, \quad (10)$$

где $I(\mathbf{r}, z)$ — интенсивность, а $S(\mathbf{r}, z)$ — фаза поля $u(\mathbf{r}, z)$ из работы [22] на сетке размером 1024×1024 узла с теми же условиями распространения, что и в случае рис. 2, *a* и *в*, с тем же набором фазовых экранов.

Сравнивая данные на рис. 2, *a* и *в* с данными рис. 2, *б* и *г*, можно наблюдать определенную степень корреляции между значениями соответствующих

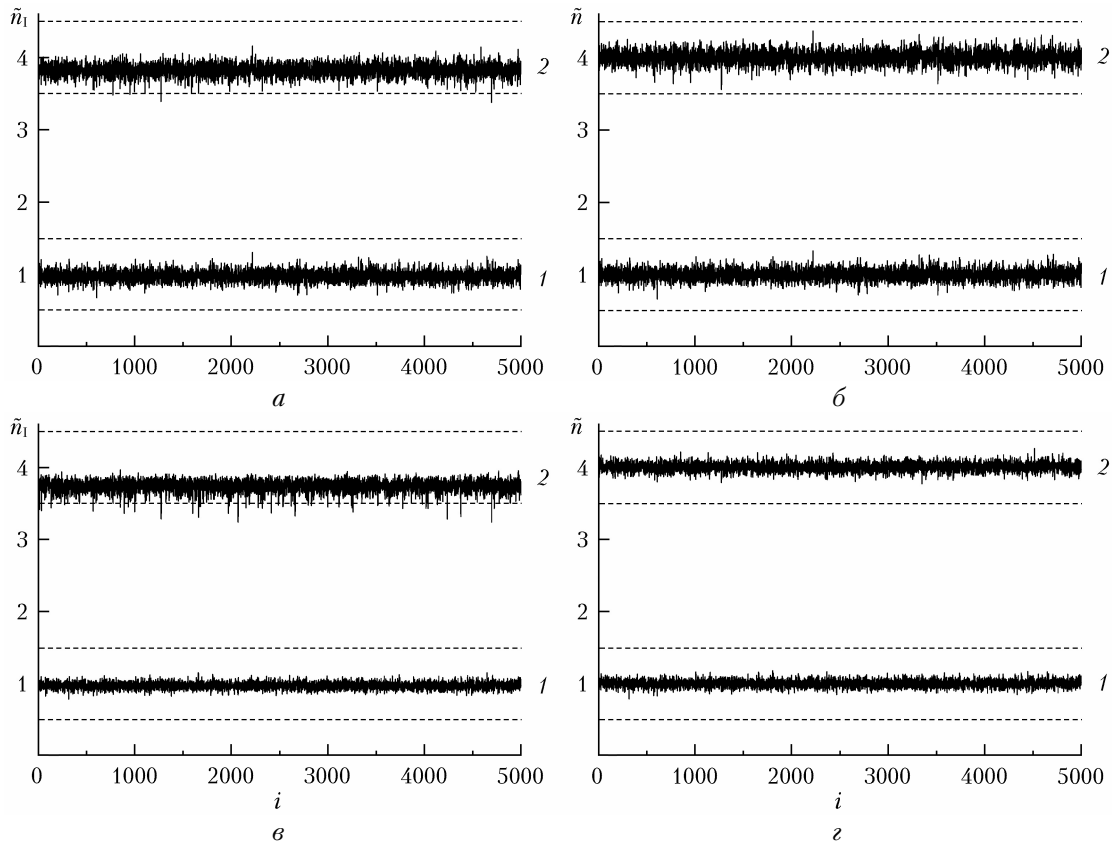


Рис. 2. Оценка удельного ОУМ прошедших дистанцию LG_1^0 и LG_4^0 пучков: *a*, *в* — по формуле (9); *б*, *г* — по формуле (10); выборка из 5000 реализаций, *a*, *б* — $z = 7000$ м, $C_n^2 = 3,44 \cdot 10^{-16} \text{ м}^{-2/3}$, $\beta_0^2 = 0,377$, $r_0 = 0,117$ м; *в*, *г* — $z = 2000$ м, $C_n^2 = 1,8 \cdot 10^{-15} \text{ м}^{-2/3}$, $\beta_0^2 = 0,199$, $r_0 = 0,0917$ м; кривые 1 — $n = 1$; кривые 2 — $n = 4$

кривых. Коэффициент корреляции Пирсона [23] для кривых 1 на рис. 2, *a*, *b* равен 0,992, для кривых 2 – 0,857; для кривых 1 на рис. 2, *в*, *г* – 0,937 и для кривых 2 – 0,429. Это говорит о том, что результаты расчетов ОУМ по формуле (9) достаточно близки к «строгой» теоретической оценке (10). Несмотря на это на рис. 2, *a*, *в* хорошо заметна особенность алгоритма на основе взвешенной суммы (9), проявляющаяся в изменении среднего значения оценки ОУМ по отношению к теоретическому значению (10). Это изменение тем сильнее, чем больше топологический заряд пучка и чем сильнее турбулентные искажения на трассе распространения. Происходит это по следующей причине. Средний спектр угловых гармоник LG_n^0 пучка порядка n , прошедшего слой неоднородной среды, имеет вполне симметричный относительно гармоники с индексом n вид. Это видно на рис. 1, *б*, *г* и 3, *б*, *г* и др. Поскольку разложение поля по вихревым модам в приемной плоскости происходит в диапазоне значений m от $-M$ до M , справа от несущей гармоники n насчитывается $M - n$ мод, которые, согласно (9), смещают среднее значение оценки ОУМ в сторону больших значений, а слева от несущей гармоники n насчитывается $M + n$ мод, которые смещают среднее значение оценки ОУМ в сторону меньших значений. Являющаяся итогом этого дисбаланса результирующая смещает среднее значение оценки ОУМ в какую-либо сторону. Понятно, что чем больше n , тем сильнее этот дисбаланс.

В случае распространения пучка в среде с достаточно слабыми флуктуациями неоднородностей показателя преломления спектр угловых гармоник уширяется незначительно, и парциальные мощности гармоник на краю диапазона $[-M; M]$ достаточно малы, чтобы вызвать какое-либо смещение среднего значения оценки ОУМ. С увеличением этих флуктуаций спектр угловых гармоник приближается к равномерному спектру, и края диапазона $[-M; M]$ вырезают все большую часть мощности пучка.

Эта проблема может быть решена подбором достаточно большого значения $M \gg n$. Другим решением может быть выбор «скользящего» спектрального окна, центр которого привязан к ОУМ (топологическому заряду) генерируемого пучка. При этом, конечно, сложность и стоимость приемного тракта могут существенно возрасти.

Алгоритм нахождения ОУМ пучка по индексу гармоники с максимальной мощностью – алгоритм № 2

В настоящем разделе рассматривается работа другого, более простого алгоритма нахождения ОУМ, в котором ОУМ пучка определяется по индексу гармоники с максимальной мощностью (назовем его алгоритмом № 2). На рис. 3 приведены спектры LG_1^0 и LG_4^0 пучков, прошедших дистанцию 7000 м

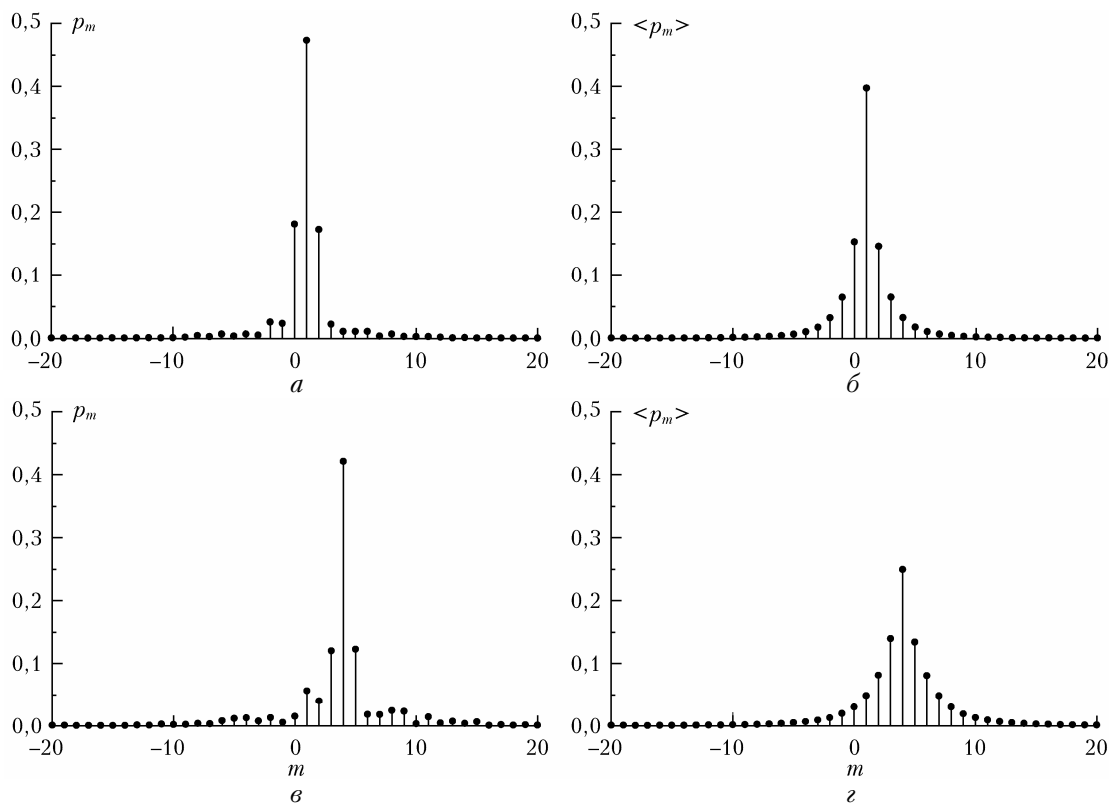


Рис. 3. Спектр угловых гармоник пучков LG_1^0 (*a*, *б*) и LG_4^0 (*в*, *г*), прошедших дистанцию 7000 м: *a*, *в* – случайная реализация; *б*, *г* – усреднение по 5000 реализаций; $C_n^2 = 6,04 \cdot 10^{-16} \text{ м}^{-2/3}$, $\beta_0^2 = 0,663$, $r_0 = 0,0834$ м

в среде с $C_n^2 = 6,04 \cdot 10^{-16} \text{ м}^{-2/3}$, что соответствует $\beta_0^2 = 0,663$. Для этой ситуации значение β_0^2 меньше, чем в случае результатов на рис. 1, и можно наблюдать, что доля мощности, которая из основной гармоники перераспределяется в соседние, уменьшается. При таких параметрах распространения основная гармоника содержит в среднем ~40% перхватываемой приемником мощности.

Современные линии связи предполагают высокую скорость передачи данных (частота $f > 10^6$ Гц). Это означает, что отправка и прием закодированного сигнала (цифры) происходят для фиксированной «замороженной» турбулентности. Результаты, приведенные на рис. 1, а, в и 3, а, в, являются случайными реализациями вихревого спектра. На рис. 3, а, в спектр принимаемого сигнала имеет максимум на основной частоте ($m_{\max} = n$). Для ситуации, представленной на рис. 1, а, в, максимум спектра оказывается смещенным относительно основной частоты ($m_{\max} \neq n$). Следовательно, мы можем сформулировать алгоритм нахождения ОУМ пучка по индексу гармоники с максимальной мощностью. Суть его заключается в следующем: в качестве оценки ОУМ принятого пучка \tilde{n}_{11} выбираем порядок гармоники с максимальной мощностью (т.е. $\tilde{n}_{11} = m_{\max}$); для ситуаций, для которых выполнено условие $m_{\max} = n$, считаем, что сигнал оценен верно, а для ситуаций $m_{\max} \neq n$ считаем, что сигнал передан с ошибкой.

Пример четырех выборок оценок удельного ОУМ \tilde{n}_{11} , выполненных на основе алгоритма № 2, приведен на рис. 4.

Анализ надежности (устойчивости) линии связи

Выполненные нами расчеты для 5000 реализаций позволяют оценить надежность (устойчивость) линии связи. Надежность системы передачи информации характеризуется частотой ошибочных битов BER (bit error rate)

$$\text{BER} = \frac{\text{число ошибочно принятых битов}}{\text{общее число принятых битов}}, \quad (11)$$

где общее число принятых битов равно числу реализаций, число ошибочных битов равно числу ситуаций, для которых наблюдается ошибка передачи сигнала. Правда, наименование «бит» здесь не совсем уместно, поскольку изначально русское слово «бит» берет начало от международного bit, а оно, в свою очередь, от английского binary digit — двоичное число. У нас же кодирование, передача через атмосферу и прием осуществляются посредством десятичных чисел. Однако ввиду отсутствия другого термина частоту приема ошибочно зарегистрированных значений ОУМ по-прежнему будем именовать BER.

На рис. 5 приведены результаты расчетов коэффициента ошибок (BER) обоими алгоритмами в зависимости от турбулентных условий для пучков LG_1^0 и LG_4^0 и разных длин линий передачи данных.

Расчеты выполнены для значения $M = 10$. С одной стороны, такой выбор числа каналов не кажется технически нереализуемым. С другой стороны, представленные выше расчеты показывают, что при таком числе каналов система будет практически полностью охватывать диапазон уширения спектра пучков с начальным топологическим зарядом, по модулю не превышающим 4.

Как и ранее, воспользуемся результатами расчетов для пучков с начальным топологическим зарядом $n = 1$ и 4. Рассмотрим, как увеличится скорость передачи двоичных данных, если использовать для кодирования вихревые пучки с начальным нормированным ОУМ в диапазоне от -4 до 4.

Действительно, будем считать, что в нашем распоряжении 8 типов пучков, которые позволят задать нашей системе 8 различных состояний (кодов). Пусть мы имеем последовательность данных, закодированных в битах, т.е. в нулях и единицах. Количество возможных состояний кодов, которые может принимать совокупность из q битов, является предметом комбинаторики и равно количеству

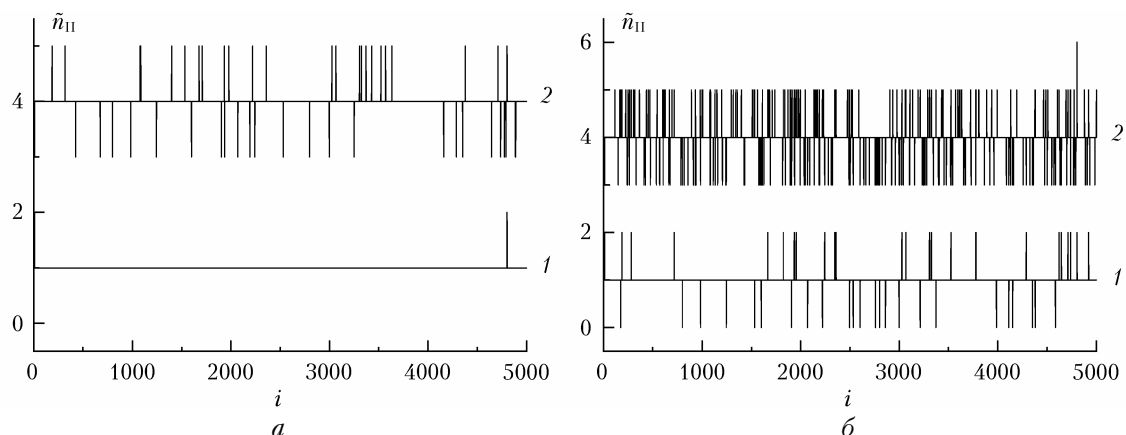


Рис. 4. Оценка удельного ОУМ LG_n^0 пучков по алгоритму № 2 (выборка из 5000 реализаций): а — $C_n^2 = 3,94 \cdot 10^{-16} \text{ м}^{-2/3}$, $\beta_0^2 = 0,043$, $r_0 = 0,228 \text{ м}$; б — $C_n^2 = 6,13 \cdot 10^{-16} \text{ м}^{-2/3}$, $\beta_0^2 = 0,068$, $r_0 = 0,175 \text{ м}$; $z = 2000 \text{ м}$; кривая 1 — $n = 1$; кривая 2 — $n = 4$

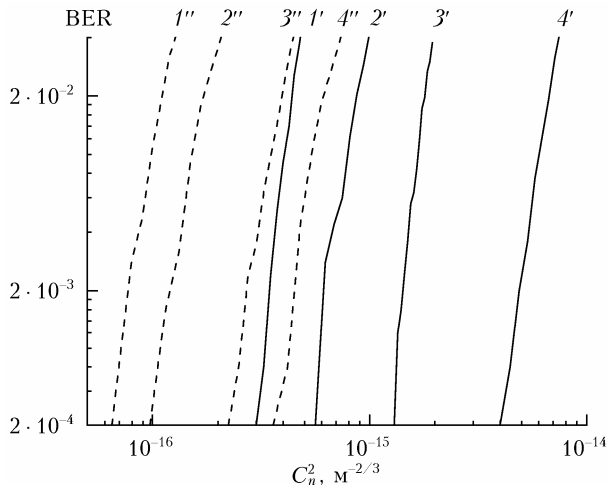


Рис. 5. Коэффициент ошибок определения удельного ОУМ LG_n^0 пучков в зависимости от турбулентных условий на трассе распространения, полученный по выборке из 5000 реализаций. Непрерывные кривые – результат для алгоритма № 1 при ограничении числа принятых гармоник величиной $M = 10$: $1' - n = 4, z = 7000$ м; $2' - n = 1, z = 7000$ м; $3' - n = 4, z = 2000$ м; $4' - n = 1, z = 2000$ м; штриховые кривые – результат для алгоритма № 2: $1'' - n = 4, z = 7000$ м; $2'' - n = 1, z = 7000$ м; $3'' - n = 4, z = 2000$ м; $4'' - n = 1, z = 2000$ м

размещений с повторениями, которое определяется по формуле

$$2^q = N, \quad (12)$$

где N – число кодов [24]. Исходя из имеющегося в нашем распоряжении числа кодов (состояний пучков), будем иметь $2^q = 8$, откуда находим $q = 3$. Таким образом, с помощью передающей лазерной системы, способной оперативно генерировать вихревые пучки с 8 исходными ОУМ, мы можем одновременно передавать порцию данных из 3 битов или осуществлять передачу данных не битами, а триадами. Для того, чтобы передавать данные байтами, т.е. одновременно по 8 бит, в соответствии с формулой (12) нам надо иметь 256 кодов или гене-

рировать вихревые пучки с исходным ОУМ в диапазоне $-128 \leq n \leq 128$, исключая 0.

Результаты, представленные на рис. 5, указывают на то, что алгоритм № 1 (сплошные кривые) оказывается более устойчив к неоднородностям турбулентной среды по сравнению с алгоритмом № 2 (штриховые кривые). Для алгоритма № 1 тот же уровень устойчивости системы связи сохраняется для значений структурной постоянной турбулентности, на порядок превышающей соответствующие значения для алгоритма № 2. Это обстоятельство указывает на возможность практического использования данного алгоритма.

Из рис. 5 следует, что при использовании алгоритма № 1 на дистанциях два и более километров устойчивость системы связи на уровне $BER \approx 10^{-3}$ может быть реализована только для средней турбулентности ($C_n^2 < 10^{-14} \text{ м}^{-2/3}$), в то время как при использовании алгоритма № 2 устойчивость на уровне $BER \approx 10^{-3}$ может быть реализована только для слабой турбулентности ($C_n^2 < 10^{-15} \text{ м}^{-2/3}$).

На рис. 6 приведены коэффициенты ошибок регистрации ОУМ для пучка LG_1^0 в зависимости от силы атмосферной турбулентности, вычисленные на основе алгоритма № 1 при постоянной дистанции или при постоянном значении C_n^2 . Видно, что в обоих случаях коэффициент ошибок монотонно возрастает с ростом параметра Рытова.

Зависимость BER от числа приемных каналов

Предыдущие расчеты были выполнены, когда мы ограничивали спектр угловых гармоник значением $M = 10$ ($-10 \leq m \leq 10$). Эти границы были выбраны достаточно произвольно. В настоящем разделе рассматривается влияние величины диапазона на BER. На рис. 7 приведены результаты расчетов коэффициента ошибок на основе алгоритма № 1, а также значения отношения мощности в ограниченном числе $(2M + 1)$ каналов к мощности в бесконечном

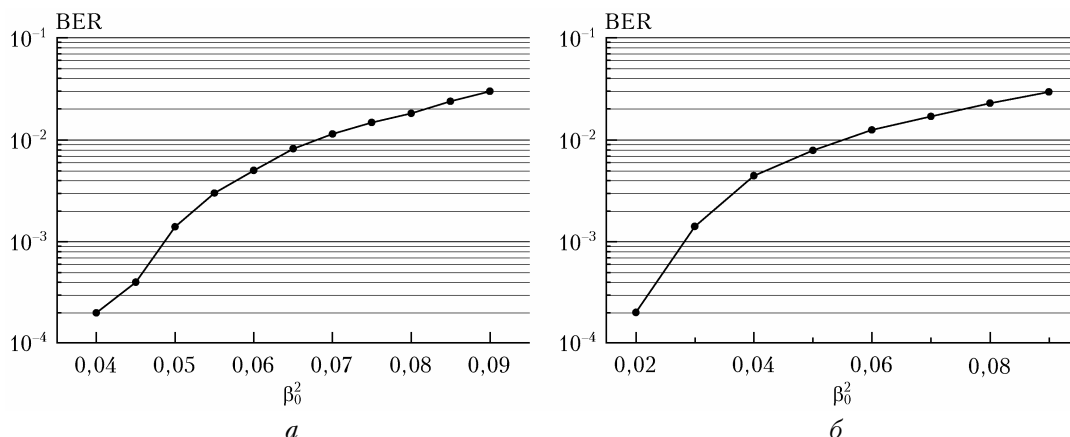


Рис. 6. Коэффициенты ошибок регистрации ОУМ LG_1^0 пучка в зависимости от параметра Рытова. Оценки на основе алгоритма № 1: a – при постоянной дистанции 2000 м; b – при постоянном значении $C_n^2 = 8 \cdot 10^{-16} \text{ м}^{-2/3}$. Значения коэффициента получены по выборке из 5000 реализаций

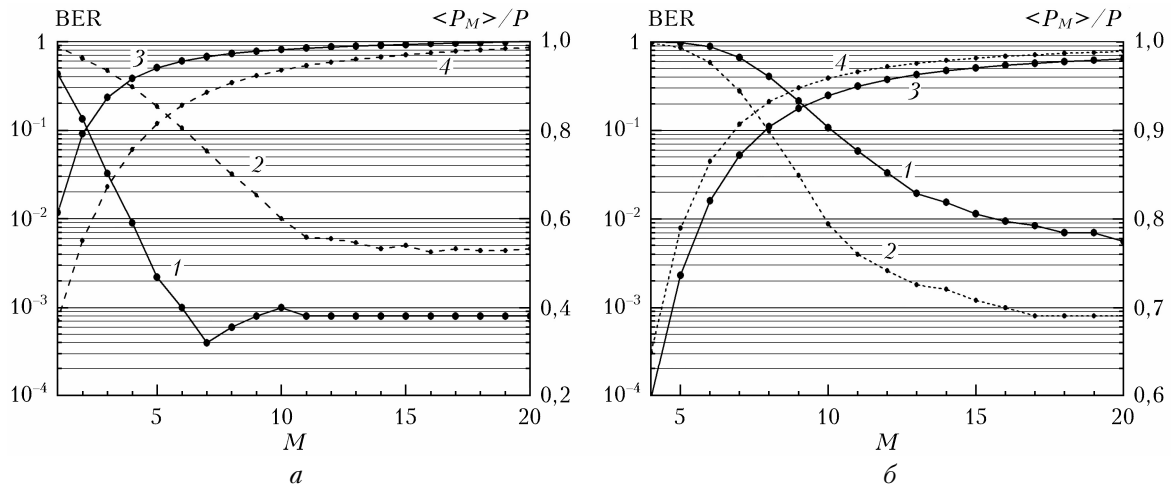


Рис. 7. Коэффициент ошибок (кривые 1 и 2) и средняя сумма парциальных мощностей угловых гармоник, нормированная на полную мощность LG_n^0 пучка (кривые 3 и 4) в зависимости от величины границ приемного диапазона M , вычисленные по алгоритму № 1: $a - n = 1$, кривые 1 и 3 - $C_n^2 = 6,04 \cdot 10^{-16} \text{ м}^{-2/3}$, $\beta_0^2 = 0,663$, $r_0 = 0,083 \text{ м}$, кривые 2 и 4 - $C_n^2 = 8,72 \cdot 10^{-16} \text{ м}^{-2/3}$, $\beta_0^2 = 0,956$, $r_0 = 0,067 \text{ м}$; $b - n = 4$, кривые 1 и 3 - $C_n^2 = 6,04 \cdot 10^{-16} \text{ м}^{-2/3}$, $\beta_0^2 = 0,663$, $r_0 = 0,083 \text{ м}$, кривые 2 и 4 - $C_n^2 = 4,38 \cdot 10^{-16} \text{ м}^{-2/3}$, $\beta_0^2 = 0,48$, $r_0 = 0,101 \text{ м}$; $z = 7000 \text{ м}$

числе каналов (штриховые кривые). Полученные результаты для алгоритма № 1 указывают, что с ростом числа каналов коэффициент ошибки уменьшается, достигает определенного уровня и дальнейшее увеличение числа каналов не изменяет ситуацию к лучшему. При этом коэффициент ошибки насыщается на более низком уровне для пучков с большим топологическим зарядом, так как у таких пучков дисперсия оценки ОУМ оказывается меньше (см. рис. 2).

Результаты для алгоритма № 2, приведенные на рис. 8, свидетельствуют, что минимальный коэффициент ошибки наблюдается, если $-n \leq m \leq n$.

Несмотря на то, что алгоритм № 2 оказывается менее помехоустойчивым, он все же обладает пре-

имуществом над алгоритмом № 1, заключающемся в более простом и экономичном (за счет минимального числа необходимых приемных каналов) устройстве приемной системы, требуемой для его реализации.

На рис. 8 показано, что оптимальное значение BER достигается при $M = n$. При $M > n$ коэффициент ошибок возрастает. Это объясняется тем, что если $M > n$, то существует вероятность появления ошибочных битов для случаев $n < m_{\max} < M$. Данные случаи оказываются исключенными при условии $M = n$. Именно возможность сокращения числа каналов до величины максимального передаваемого ОУМ делает систему на основе данного алгоритма более дешевой в реализации.

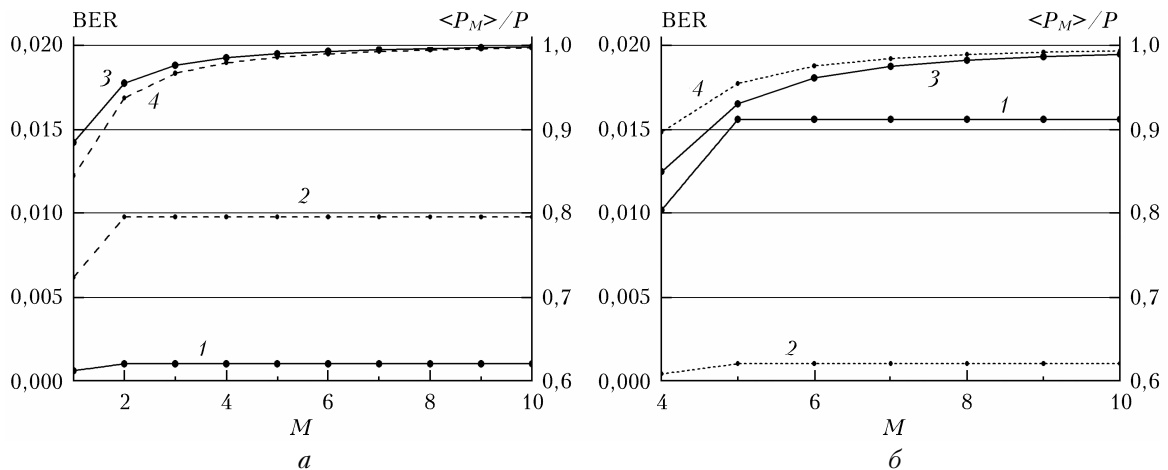


Рис. 8. Коэффициент ошибок (кривые 1 и 2) и средняя сумма парциальных мощностей угловых гармоник, нормированная на полную мощность LG_n^0 пучка (кривые 3 и 4) в зависимости от границ диапазона M , вычисленные по алгоритму № 2: $a - n = 1$, кривые 1 и 3 - $C_n^2 = 1,19 \cdot 10^{-16} \text{ м}^{-2/3}$, $\beta_0^2 = 0,131$, $r_0 = 0,22 \text{ м}$, кривые 2 и 4 - $C_n^2 = 1,72 \cdot 10^{-16} \text{ м}^{-2/3}$, $\beta_0^2 = 0,188$, $r_0 = 0,177 \text{ м}$; $b - n = 4$, кривые 1 и 3 - $C_n^2 = 1,19 \cdot 10^{-16} \text{ м}^{-2/3}$, $\beta_0^2 = 0,131$, $r_0 = 0,22 \text{ м}$, кривые 2 и 4 - $C_n^2 = 7,6 \cdot 10^{-17} \text{ м}^{-2/3}$, $\beta_0^2 = 0,083$, $r_0 = 0,29 \text{ м}$; $z = 7000 \text{ м}$

Коэффициент ошибок в зависимости от размера входной апертуры приемного телескопа

В предыдущих расчетах по умолчанию предполагалось, что размер приемной апертуры заведомо превышает размер пучка в приемной плоскости (режим полного перехвата пучка). Это условие не всегда может быть реализовано на практике. В настоящем разделе приводятся результаты расчетов BER в зависимости от размера приемной апертуры. На рис. 9, 10 приведены результаты расчетов коэффициента ошибок, полученные на основе двух рассмотренных выше алгоритмов, а также расчеты средней доли мощности пучка, перехватываемой приемным телескопом (штриховая кривая). Расчеты выполнены для $M = 10$.

Полученные результаты показывают, что при реализации рассмотренных алгоритмов полный пе-

рехват пучка не является обязательным. Уже при перехвате 50–60% мощности пучка коэффициент ошибки приближается к своему предельному значению. Перехват 80% мощности пучка и более уже практически не влияет на коэффициент ошибки.

Из рис. 9, 10 следует (для алгоритма № 1 – в меньшей степени, для алгоритма № 2 – в большей), что с увеличением радиуса приемного телескопа коэффициент ошибки определения ОУМ уменьшается от единицы до некоторого минимального значения, после чего начинает увеличиваться и затем выходит на уровень насыщения. Это можно объяснить при помощи рис. 11, на котором изображены распределения фаз LG_1^0 и LG_4^0 пучков, прошедших слой турбулентной атмосферы.

Для $n = 1$ (рис. 11, *a*) особая точка сигнального вихря смещена от оси распространения в силу случайного блуждания центра тяжести в турбулентной атмосфере. Поэтому достаточно малая апертура

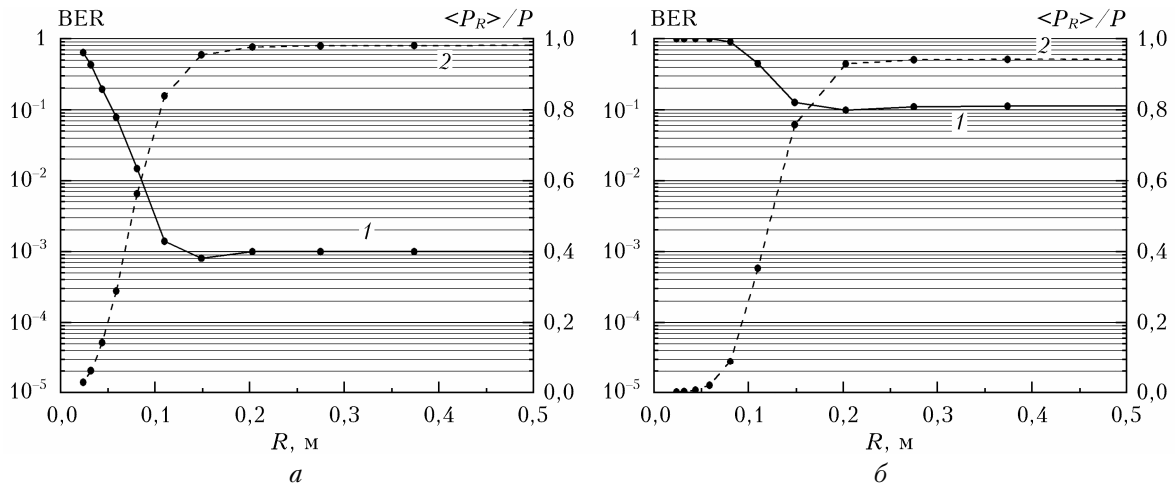


Рис. 9. Коэффициент ошибок BER, вычисленный по алгоритму № 1 (сплошные кривые), и средняя доля мощности LG_n^0 пучка, перехватываемая приемным телескопом (штриховые кривые), в зависимости от радиуса входной апертуры приемного телескопа R ; $z = 7000$ м, $C_n^2 = 6,04 \cdot 10^{-16} \text{ м}^{-2/3}$, $\beta_0^2 = 0,663$, $r_0 = 0,083$ м; *a* – $n = 1$; *б* – $n = 4$

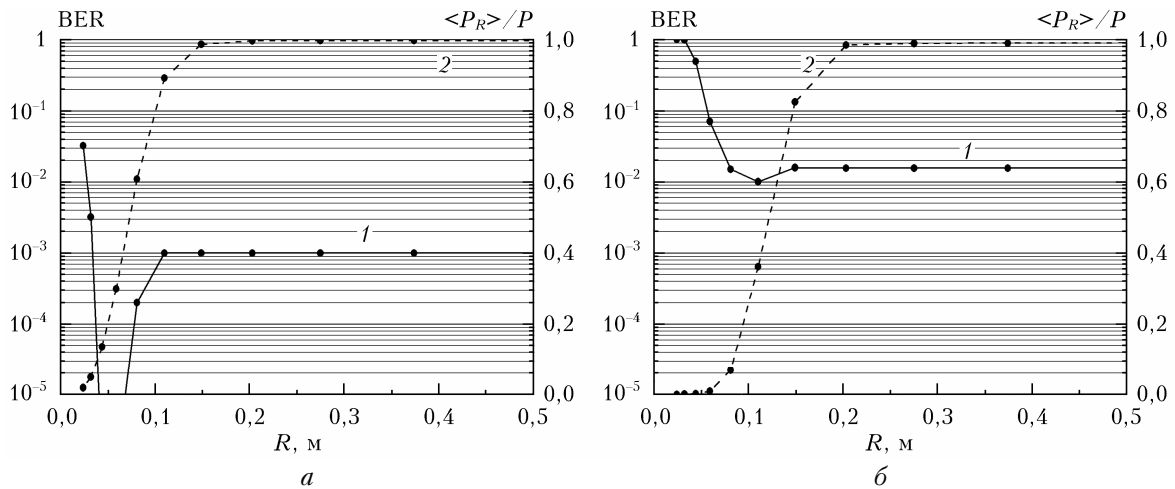
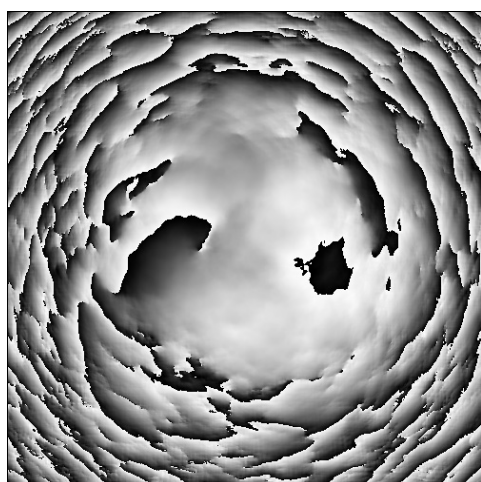
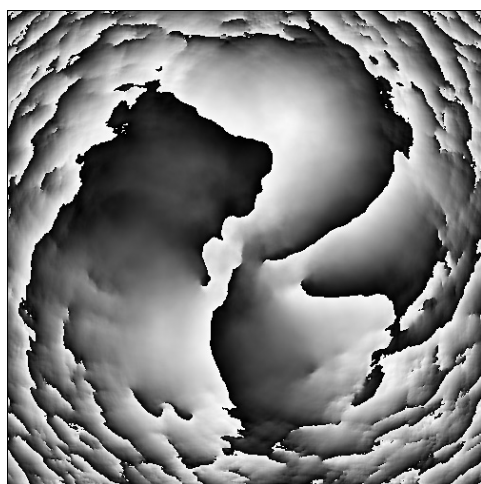


Рис. 10. Коэффициент ошибок BER, вычисленный по алгоритму № 2 (сплошные кривые), и средняя доля мощности LG_n^0 пучка, перехватываемая приемным телескопом (штриховые кривые), в зависимости от радиуса входной апертуры приемного телескопа R ; $z = 7000$ м, $C_n^2 = 1,19 \cdot 10^{-16} \text{ м}^{-2/3}$, $\beta_0^2 = 0,131$, $r_0 = 0,22$ м; *a* – $n = 1$; *б* – $n = 4$



a



б

Рис. 11. Реализация случайного распределения фазы в плоскости приемной апертуры LG_n^0 пучка, прошедшего слой турбулентной среды $z = 7000$ м: *a* – $n = 1$, $C_n^2 = 6,04 \cdot 10^{-16} \text{ м}^{-2/3}$, $\beta_0^2 = 0,663$, $r_0 = 0,083$ м; *б* – $n = 4$, $C_n^2 = 3,44 \cdot 10^{-16} \text{ м}^{-2/3}$, $\beta_0^2 = 0,377$, $r_0 = 0,117$ м; начальный радиус пучка – 5 см

приемного телескопа не может перехватить эту особую точку, и приемная система дает коэффициент ошибки определения ОУМ, близкий к единице. С увеличением приемной апертуры увеличивается и вероятность перехвата этой особой точки, вместе с тем уменьшается коэффициент ошибок. При дальнейшем увеличении приемной апертуры начинают перехватываться оптические вихри, наведенные атмосферной турбулентностью (дислокации волнового фронта), и коэффициент ошибок начинает увеличиваться до определенного значения, так как новые паразитные вихри, перехватываемые вдали от оси распространения, имеют ничтожный энергетический вклад.

Для $n = 4$ (рис. 11, б) механизм возникновения ошибки определения ОУМ сходный, за исключением того, что здесь исходный вихрь с $n = 4$, проходя дистанцию в случайно-неоднородной среде, распадается на четыре вихря с единичными топологиче-

скими зарядами, которые вытесняются из центра пучка. Оптимальный коэффициент ошибки наблюдается при такой апертуре приемного телескопа, при которой она перехватывает все четыре вихря первого порядка и не захватывает вихри (дислокации волнового фронта), созданные за счет турбулентных неоднородностей.

Заключение

Выполнено первое, насколько нам известно, исследование потенциальных возможностей оптической системы передачи данных по открытому атмосферному каналу, с кодированием данных величиной орбитального углового момента (ОУМ). Предполагалось, что на передатчике создана возможность генерировать и последовательно передавать на приемный телескоп N типов вихревых пучков с положительными и отрицательными значениями ОУМ, которые позволят задать передающей системе $2N$ различных состояний (кодов). Детально исследованы вихревые спектры пучков с топологическим зарядом $n = 1$ и 4, а также возможность восстанавливать ОУМ пучка после прохождения им турбулентной трассы по зарегистрированным парциальным мощностям спектральных гармоник. Предложено два метода регистрации ОУМ по этим данным. Выполнен статистический анализ зависимости частоты ошибочных битов (bit error rate – BER) от турбулентных условий. Анализ проводился для выборки из 5000 случайных реализаций распространения излучения на атмосферной трассе при фиксированных турбулентных параметрах. Обсуждаются варианты и потенциальные возможности аппаратной реализации методов. Проведено сравнение предложенных методов.

Финансирование работы осуществлялось грантом РФФИ № 18-19-00437 «Конфиденциальная беспроводная оптическая связь на основе вихревых пучков и криптографии атмосферными помехами».

1. Gibson G., Courtial J., Padgett M.J., Vasnetsov M., Pasko V., Barnett S.M., Franke-Arnold S. Free-space information transfer using light beams carrying orbital angular momentum // Opt. Express. 2004. V. 12. P. 5448–5456.
2. Willner A.E., Huang H., Yan Y., Ren Y., Ahmed N., Xie G., Bao C., Li L., Cao Y., Zhao Z., Wang J., Lavery M.P.J., Tur M., Ramachandran S., Molisch A.F., Ashrafi N., Ashrafi S. Optical communications using orbital angular momentum beams // Adv. Opt. Photon. 2015. V. 7. P. 66–106.
3. Alperin S.N., Niederriter R.D., Gopinath J.T., Siemens M.E. Quantitative measurement of the orbital angular momentum of light with a single, stationary lens // Opt. Lett. 2016. V. 41, iss. 21. P. 5019–5022.
4. Volyar A., Bretsko M., Akimova Ya., Egorov Yu. Measurement of the vortex spectrum in a vortex-beam array without cuts and gluing of the wavefront // Opt. Lett. 2018. V. 43. P. 5635–5638.
5. Kotlyar V.V., Kovalev A.A., Porfirev A.P. Calculation of fractional orbital angular momentum of superpositions of optical vortices by intensity moments // Opt. Express. 2019. V. 27. P. 11236–11251.

6. *Dudley A., Litvin I. A., Forbes A.* Quantitative measurement of the orbital angular momentum density of light // *Appl. Opt.* 2012. V. 51. P. 823–833.
7. *Charnotskii M.I., Brennan T.J.* Shack–Hartmann measurements of the transverse linear and orbital angular momenta after propagation through turbulence // *Proc. SPIE.* 2017. V. 10408. P. 104080L.
8. *Kotlyar V.V., Khonina S.N., Soifer V.A.* Light field decomposition in angular harmonics by means of diffractive optics // *J. Mod. Opt.* 1998. V. 45, N 7. P. 1495–1506.
9. *Khonina S.N., Kotlyar V.V., Soifer V.A., Pääkkönen P., Simonen J., Turunen J.* An analysis of the angular momentum of a light field in terms of angular harmonics // *J. Mod. Opt.* 2001. V. 48, N 10. P. 1543–1557.
10. *Aksenov V.P., Kolosov V.V., Pogutsa C.E.* The influence of the vortex phase on the random wandering of a Laguerre–Gaussian beam propagating in a turbulent atmosphere: A numerical experiment // *J. Opt.* 2013. V. 15. P. 044007.
11. *Yao A.M., Padgett M.J.* Orbital angular momentum: Origins, behavior and applications // *Adv. Opt. Photon.* 2011. V. 3. P. 161–204.
12. *Shen Y., Wang X., Xie Z., Min C., Fu X., Liu Q., Gong M., Yuan X.* Optical vortices 30 years on: OAM manipulation from topological charge to multiple singularities // *Light Sci. Appl.* 2019. V. 8, N 90. DOI: 10.1038/s41377-019-0194-2.
13. *Zhu L., Wang J.* A review of multiple optical vortices generation: Methods and applications // *Front. Optoelectron.* 2019. V. 12. P. 52–68.
14. *Chen M.L.M., Jiang L.J., Sha W.E.I.* Orbital angular momentum generation and detection by geometric-phase based metasurfaces // *Appl. Sci.* 2018. V. 8, N 3. P. 362.
15. *Aksenov V.P., Dudorov V.V., Filimonov G.A., Kolosov V.V., Venediktov V.Yu.* Vortex beams with zero orbital angular momentum and non-zero topological charge // *Opt. Laser Technol.* 2018. V. 104. P. 159–163.
16. *Molina-Terriza G., Torres J.P., Torner L.* Management of the angular momentum of light: Preparation of photons in multidimensional vector states of angular momentum // *Phys. Rev. Lett.* 2002. V. 88, N 1. P. 013601.
17. *Paterson C.* Atmospheric turbulence and orbital angular momentum of single photons for optical communication // *Phys. Rev. Lett.* 2005. V. 94. P. 153901.
18. *Fleck J.A., Morris J.R., Feit M.D.* Time-dependent propagation of high energy laser beams through the atmosphere // *Appl. Phys.* 1976. V. 10. P. 129–160.
19. *Konyaev P.A., Lukin V.P.* Thermal distortions of focused laser beams in the atmosphere // *Appl. Opt.* 1985. V. 24, N 4. P. 415–421.
20. *Andrews L., Phillips R.* *Laser Beam Propagation through Random Media.* Bellingham, WA: SPIE Opt. Eng. Press, 2005. 820 p.
21. *Aksenov V.P.* Fluctuations of orbital angular momentum of vortex laser-beam in turbulent atmosphere // *Proc. SPIE.* 2005. V. 5892, N 58921Y.
22. *Aksenov V.P., Kolosov V.V., Filimonov G.A., Pogutsa C.E.* Orbital angular momentum of a laser beam in a turbulent medium: preservation of the average value and variance of fluctuations // *J. Opt.* 2016. V. 18. 6 pp.
23. *Kendall M.G., Stuart A.* *The Advanced Theory of Statistics, Volume 2: Inference and Relationship.* New York: Hafner Publishing Company, 1961. 676 p.
24. *Корн Г., Корн Т.* Табл. 18.7-2(2.b), 18.7-3(2.b) // *Справочник по математике для научных работников и инженеров.* М.: Наука, 1973. 832 с.

V.P. Aksenov, V.V. Dudorov, V.V. Kolosov, C.E. Pogutsa, E.S. Abramova. Detection of the orbital angular momentum of a laser beam by means of its decomposition into optical vortices and its use in a communication system in the turbulent atmosphere.

The numerical simulation of the operation of an optical data transmission system operating through an open atmospheric channel with information coding by the magnitude of the orbital angular momentum (OAM) has been performed. Two methods for detecting OAM based on representing the complex amplitude of the field of a laser beam transmitted through a layer of a turbulent atmosphere in the form of a superposition of a finite number of azimuthal modes (optical vortices) are considered. A statistical analysis of the dependence of the reception frequency of OAM recorded with errors due to atmospheric turbulence on the turbulence strength is performed. The analysis was carried out for a sample of 5000 random realizations of the complex field amplitude during the propagation of a laser beam along an atmospheric path with fixed turbulent parameters. Options and potential possibilities of hardware implementation of the methods proposed are discussed. Their effectiveness is compared.