

РАСПРОСТРАНЕНИЕ СИЛЬНОГО ВЗРЫВА В НЕОДНОРОДНОЙ АТМОСФЕРЕ

Э. И. Андрианкин, А. М. Коган, А. С. Кожанец,
В. И. Крайнов

(Москва)

В работе произведен гидродинамический расчет сильного взрыва в неоднородной атмосфере. Найдено, что за конечное время происходит уход ударного фронта вверх на бесконечность. Показано, что сколь силен бы не был взрыв, сильная ударная волна не может распространяться вниз на расстояние, большее 16,5 км. Определены скорость, давление в распространяющейся ударной волне в зависимости от времени. Даны формулы пересчета на различные энергии и высоты взрыва; указана область применимости пересчета.

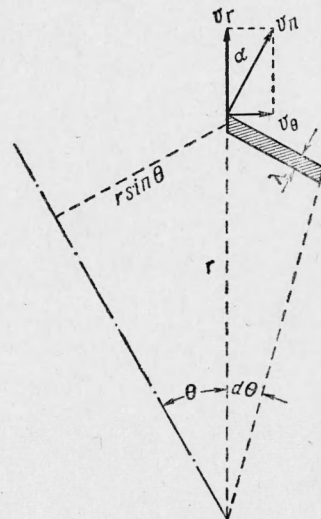
Задача о сильном взрыве в однородной атмосфере решается аналитически [1]. Автомодельное решение [1,2] годится до тех пор, пока можно пренебречь противодействием по сравнению с давлением в ударной волне. Из него следует, что почти вся масса газа, захваченная ударной волной, расположена непосредственно за ее фронтом в узкой зоне. Во всей остальной области плотность весьма мала и давление почти не меняется по частицам. Поэтому можно найти закон движения ударной волны, считая, что вся масса газа в возмущенной области движется вместе с ее фронтом [3]. Физически ясно, что такое приближение справедливо также при взрыве в неоднородной атмосфере.

Точная задача о сильном взрыве в неоднородной атмосфере содержит три независимых переменных; решить ее даже при помощи быстродействующей электронной машины затруднительно. Поэтому в этом случае целесообразно воспользоваться приближенным методом [3].

Упрощенный подход к решению этой задачи содержится в работе [4], где предполагается постоянство давления на фронте по всем точкам ударной волны; это позволяет получить решение в аналитическом виде.

В настоящей работе этого предположения нет. Гидродинамические уравнения за фронтом волны, где предполагается, что отсутствует масса, выполняются тривиальным образом, а распространение фронта волны описывается уравнениями, зависящими от двух независимых переменных: времени и полярного угла.

Для элемента фронта волны, изображенного на фиг. 1, получим сначала уравнение непрерывности (в составлении уравнения принимал участие А. А. Лушников). Каждая частица газа на фронте движется нормально к его поверхности. Обозначим скорость этой частицы через v_n и разложим последнюю на радиальную и тангенциальные состав-



Фиг. 1

ляющие v_r и v_θ . Угол между v_n и v_r обозначим α . Следовательно, масса элемента фронта

$$dm = \int \rho d\lambda 2\pi r \sin \theta \frac{r d\theta}{\cos \alpha} \quad (1)$$

Введем обозначение

$$\rho_* \equiv \frac{1}{\cos \alpha} \int \rho d\lambda$$

Эта величина имеет смысл поверхностной плотности (множитель $1/\cos \alpha$ введен для удобства). Уравнение непрерывности для рассматриваемого элемента напишем в виде

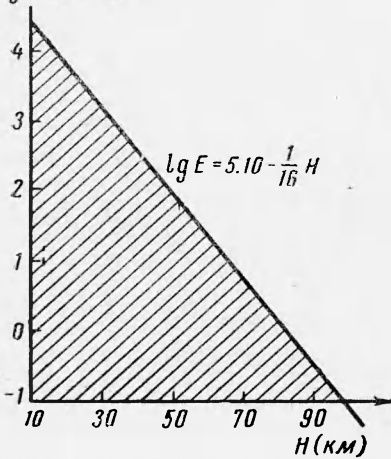
$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_* r^2) = \rho_0 D_n \frac{r^2}{\cos \alpha} - \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\rho_* v_\theta r \sin \theta) \quad (2)$$

Здесь D — скорость фронта волны

$$D_n = \frac{\partial r / \partial t}{\sqrt{1 + r^{-2} (\partial r / \partial \theta)^2}} \quad (3)$$

Так как $\operatorname{tg} \alpha = -r^{-1} \partial r / \partial \theta$, то окончательно уравнение непрерывности напишем в следующей форме:

$$\operatorname{lg} E \text{ [МГТ]} \quad \frac{\partial}{\partial t} (\rho_* r^2) = \quad (4)$$



Фиг. 2

$$= \rho_0 r^2 \frac{\partial r}{\partial t} + \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\rho_* r \frac{\partial r}{\partial \theta} \sin \theta)$$

Здесь

$$\rho_0 = \rho_{00} \exp \left[-\frac{r \cos \theta}{z_0} \right]$$

причем ρ_{00} — плотность газа в точке взрыва. Следующее уравнение получим из условия непрерывности потока газа через фронт сильной ударной волны

$$v_n - D_n = -D_n \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} \quad (5)$$

Отсюда, используя (3), имеем

$$\frac{\partial r}{\partial t} = \frac{\gamma + 1}{2} v_r \left[1 + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial r}{\partial \theta} \right)^2 \right] \quad (6)$$

Уравнение сохранения импульса для рассматриваемого элемента фронта волны в проекции на радиальное направление имеет вид

$$\frac{\partial}{\partial t} \int \rho v_r dV + \oint \rho v_r v ds + \int \left(\frac{\partial p}{\partial r} - \frac{\rho v_\theta^2}{r} \right) dV = 0 \quad (7)$$

или

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_* v_r r^2) = p_0 r^2 + \rho_* \frac{v_r^2}{r} \left(\frac{\partial r}{\partial \theta} \right)^2 + \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\rho_* v_r^2 \frac{\partial r}{\partial \theta} \sin \theta) \quad (8)$$

Здесь $p_0(t)$ — внутреннее давление. К полученным уравнениям нужно добавить еще закон сохранения энергии

$$E = \frac{2\pi p_0}{3(\gamma - 1)} \int_0^\pi r^3 \sin \theta d\theta + \pi \int_0^\pi \rho_* r^2 v_r^2 \left[1 + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial r}{\partial \theta} \right)^2 \right] \sin \theta d\theta \quad (9)$$

Идея метода, на котором основана настоящая работа, состоит в том, что члены порядка $(\gamma-1)/(\gamma+1)$ рассматриваются как малые. В уравнении (9) этот порядок величины имеет как полная кинетическая энергия вещества, так и внутренняя энергия, заключенная в поверхностном слое. Нулевой порядок имеет только полная внутренняя энергия вещества. Однако можно показать, что избыточная внутренняя энергия поверхностного слоя приблизительно в четыре раза меньше кинетической. Если задача о сферическом точечном взрыве решается с таким приближением, то численное значение коэффициента ξ практически совпадает с точным. Поэтому некоторая непоследовательность в написании уравнения (9) в известной мере оправдана.

Заметим, что уравнение сохранения импульса в проекции на тангенциальное направление может служить для определения новой переменной — толщины слоя, — которая не содержится в других уравнениях.

Граничные условия к системе (4), (6), (8), (9), содержащей четыре неизвестные величины $r(\theta, t)$, $\rho_*(\theta, t)$, $v_r(\theta, t)$ и $p_0(t)$, следуют из соображений симметрии

$$\frac{\partial r}{\partial \theta} \Big|_{\theta=0} = \frac{\partial r}{\partial \theta} \Big|_{\theta=\pi} = 0 \quad (10)$$

Система (4), (6), (8) является гиперболической, причем из трех корней характеристических уравнений два совпадают.

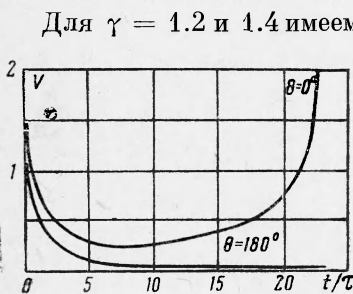
В случае сферического взрыва система (4), (6), (8), (9) имеет простое решение

$$r = r^0 = \xi \left(\frac{Et^2}{\rho_{00}} \right)^{1/3}, \quad \xi^3 = \frac{75(\gamma-1)(\gamma+1)^2}{16\pi(3\gamma-1)} \quad (11)$$

Для $\gamma = 1, 2$ вычисления дают $\xi = 0.89$. Это совпадает с результатами [3]. При этом, как и в работе [3], давление на фронте в два раза превышает внутреннее давление.

Линеаризация системы (4), (6), (8), (9) для начальных моментов времени дает решение

$$r = r^0 \left(1 + K \frac{r^0}{z_0} \cos \theta \right), \quad K = \frac{15}{76(1 + 3/19(\gamma + 1))} \quad (12)$$



Фиг. 4

Для $\gamma = 1.2$ и 1.4 имеем соответственно $K=0.184$ и 0.185 . Эти значения K , слабо зависящие от γ , всего лишь на 3% меньше значения K , полученного в следующем приближении по $(\gamma-1)/(\gamma+1)$ для начальных моментов времени, когда несферичность взрыва мала [5,6].

Система (4), (6), (8), (9) решалась на электронной машине ИХФ АН СССР. Начальные данные задавались по сферическому решению для двух радиусов 100 и 102 м. Разностная схема, построенная для системы (4), (6), (8), (9), по двум предыдущим слоям (по времени) давала значения в одном следующем слое.

Важно отметить, что задача допускает простой пересчет полученных результатов на произвольные энергии, высоты взрыва и z_0 , предполагая,



Фиг. 3

конечно, что взрыв является сильным. Единственная величина с размерностью времени, составленная из E , ρ_{00} и z_0 , будет иметь вид

$$\tau = \left(\frac{\rho_{00} z_0^5}{E} \right)^{\frac{1}{2}}$$

Следовательно, безразмерные величины

$$\frac{r}{z_0} = \xi \left(\frac{t}{\tau}, \theta \right), \quad v_r \frac{\tau}{z_0} = V_r \left(\frac{t}{\tau}, \theta \right)$$

$$v_\theta \frac{\tau}{z_0} = V_\theta \left(\frac{t}{\tau}, \theta \right), \quad p_0 \frac{\tau^2}{\rho_{00} z_0^2} = P \left(\frac{t}{\tau}, \theta \right)$$

будут универсальными функциями.

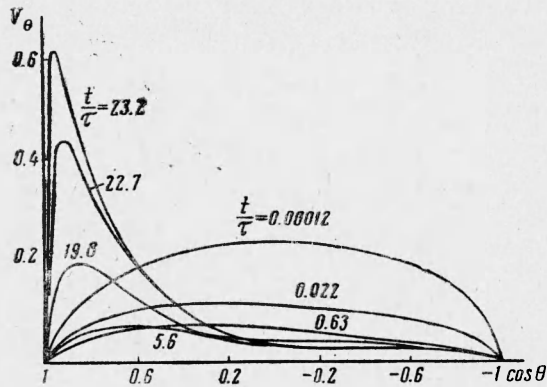
На фиг. 2 заштрихованная часть графика означает область энергий

и высот, где пересчет недопустим, так как там взрыв нельзя считать сильным. Граничную прямую на фиг. 2 условно определим так:

$$p_2 = 10p_1 (\gamma + 1) / (\gamma - 1)$$

где p_2 — давление на фронте, p_1 — наружное давление, причем p_1 и p_2 вычислялись для радиуса волны в 10 км в предположении сферичности взрыва.

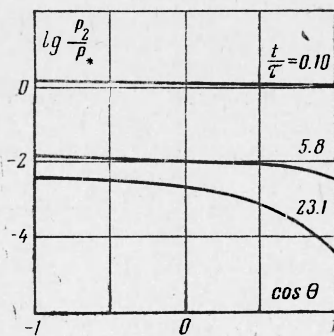
Результаты счета для случая $\gamma = 1.2$ графически представлены на фиг. 3—7. Фиг. 3 дает форму волны в моменты времени $t/\tau = 12.2$,



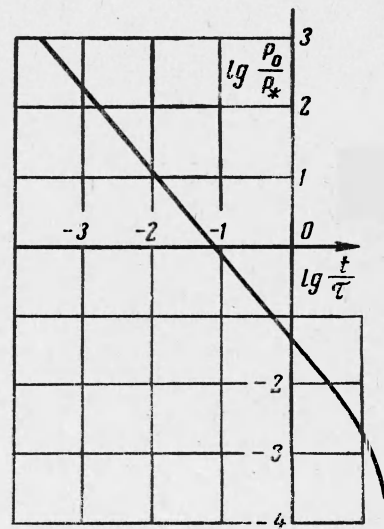
Фиг. 5

18.0, 21.4, 23.1. Видно, что независимо от высоты и энергии взрыва при $z_0 = 8.3$ км сильная волна не может распространиться вниз на расстояние, большее примерно 16.5 км.

На фиг. 4 дана зависимость скорости газа в верхней и нижней точках волны от времени. Видно, что за конечное время происходит уход верхней части фронта волны на бесконечность, что имело место также и в приближенном расчете [4] (хотя для времени примерно вдвое меньшего). В момент ухода волны на бесконечность скорость в нижней точке фронта мала.



Фиг. 6



Фиг. 7

На фиг. 5 дано распределение тангенциальной скорости для моментов времени $t/\tau = 0.00012, 0.022, 0.63, 5.6, 19.8, 22.7, 23.2$. Видно, что в последние моменты времени происходит интенсивный отсос массы из верхней точки вниз, вследствие чего волна и уходит на бесконечность. На фиг. 6 дано распределение давления на фронте волны при значениях $t/\tau = 0.10, 5.8, 23.1$,

$$p_* = \rho_{00} z_0^2 / \tau^2$$

На фиг. 7 представлена зависимость внутреннего давления от времени. Вначале оно падает как $t^{-1.2}$ в соответствии с [1], но при усилении несферичности падает круче. Так как ослабление волны происходит очень резко, то решение остается справедливым практически до момента раскрытия. Однако в моменты, непосредственно предшествующие уходу волны на бесконечность, внутреннее давление приближается уже к внешнему давлению в нижней точке фронта. Следовательно, ударная волна в нижних точках фронта уже перестает быть сильной и ее дальнейшее распространение вниз не может быть описано нашими уравнениями, в которых не учитывалось начальное давление воздуха. Поэтому продолжать решение за этот момент можно только при условии, что в уравнении движения, балансе энергии и граничных условиях на ударной волне будут учтены члены с противодействием. При этом в некоторый переходный период времени (пока противодействие еще незначительно расширяет прифронтную зону) каждый участок фронта волны можно приближенно считать плоским.

Институт химической физики
Академии наук СССР

Поступила 3 III 1962

ЛИТЕРАТУРА

1. С е д о в Л. И. Методы подобия и размерности в механике. М., Гостехиздат, 1957.
2. С т а н ю к о в и ч К. П. Неустановившиеся движения сплошной среды. М., Гостехиздат, 1955.
3. Ч е р н ы й Г. Г. Адиабатические движения совершенного газа с ударными волнами большой интенсивности. Изв. АН СССР, ОТН, 1957, № 3.
4. К о м п а н е ц А. С. Точечный взрыв в неоднородной атмосфере. ДАН СССР, 1960, т. 130, № 5.
5. К а р л и к о в В. П. Решение линеаризованной осесимметричной задачи о сильном взрыве в среде с переменной плотностью. ДАН СССР, 1955, т. 101, № 6.
6. А н д р и а н к и н Э. И. Метод возмущений для задачи о сильном взрыве. Изв. АН СССР, ОТН, 1958, № 12.