РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ РАЗРАБОТКИ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ

2021

№ 2

ОБОГАЩЕНИЕ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ

УДК 622.765.4

КРУПНОСТЬ ФЛОТИРУЕМЫХ ЧАСТИЦ В ИМПЕЛЛЕРНЫХ ФЛОТОМАШИНАХ

С. А. Кондратьев, К. А. Коваленко

Институт горного дела им. Н. А. Чинакала СО РАН, E-mail: kondr@misd.ru, Красный проспект, 54, 630091, г. Новосибирск, Россия

Рассматривается вопрос стабильности флотационного агрегата в зависимости от крупности закрепленных на пузырьке минеральных частиц, заданного конструктивного исполнения флотационной камеры и вносимой в нее энергии. Основной силой отрыва частиц от пузырька принята инерционная сила, обусловленная волновым движением границы раздела "газ – жидкость". Изучается влияние собственных поверхностных пульсаций флотационного пузырька на отрыв минеральных частиц. Амплитуда пульсаций является функцией скорости диссипации энергии. Скорость диссипации энергии определена методами вычислительной гидродинамики в программном пакете ANSYS Fluent. Расчетные значения крупности извлекаемых пенной флотацией частиц с учетом явлений коалесценции в пенном слое согласуются с имеющимися и вновь полученными экспериментальными данными.

Флотация, крупность частиц, модель отрыва частиц, диссипация энергии

DOI: 10.15372/FTPRPI20210212

Эффективность флотационного процесса зависит от ряда переменных факторов. Размер минеральных частиц является одним из важнейших, например скорость флотации максимальна для частиц с размерами, находящимися в диапазоне 10-150 мкм. Увеличение крупности извлекаемых флотацией частиц, допускаемое при переработке ряда руд, может повысить извлечение полезного компонента и позволит сократить расходы на процесс рудоподготовки. Расширение диапазона крупности флотируемых частиц от 10-150 до 10-300 мкм может дать экономию 30-50% энергии, затрачиваемой в наиболее энергоемком переделе обогащения — процессе измельчения [1]. В этой связи изучение стабильности флотационного агрегата в турбулентном потоке пульпы имеет важное практическое значение.

КРУПНОСТЬ ЧАСТИЦ, ИЗВЛЕКАЕМЫХ ПЕННОЙ ФЛОТАЦИЕЙ

Экспериментальные исследования по определению крупности флотируемых частиц выполнялись во многих работах, и в них получены достаточно близкие результаты. В [2] оценивалась крупность извлекаемых частиц в зависимости от краевого угла смачивания. Максимальный размер частиц халькопирита составил около 130 мкм (рис. 1). Как следует из рис. 1*a*, размер краевого угла незначительно влияет на крупность флотируемых частиц и в основном определяет их извлечение в концентрат. На рис. 1*б* приводится зависимость извлечения от крупности флотируемых частиц, показывающая, что в неизменных гидродинамических условиях крупность частиц существенно зависит от краевого угла [2] (график построен по данным [3]). Извлечение в механической флотационной машине частиц халькопирита с контактным углом смачивания 86–90° и крупностью 350 мкм составило 80%; ζ-потенциал оказывает небольшое влияние на извлечение тонких частиц с размером менее 10 мкм (рис. 2) и практически не влияет на извлечение крупных частиц.



Рис. 1. Влияние контактного угла смачивания на крупность извлекаемых частиц халькопирита [2]. Скорость диссипации энергии: *a* — 1.5 кВт/м³; *б* — 14 кВт/м³.

Зависимость извлечения и крупности флотируемого материала от контактного угла исследовалась в [4]. Эксперименты выполнялись с частицами кварца, обработанными триметилхлорсиланом при различных его концентрациях в колонной флотационной машине и камере с крыльчаткой Rushton. Изменение времени обработки поверхности частиц позволило получить требуемое для выполнения экспериментов значение контактного угла смачивания. Флотация кварца различной крупности начиналась при определенном значении критического контактного угла смачивания, находящегося в диапазоне 23–46°. Установлено, что крупность частиц, извлекаемых в колонной машине, может достигать сравнительно больших значений и существенно зависит от наступающего контактного угла. Для частиц, у которых наступающий контактный угол составлял 83°, диаметр флотируемых частиц был 800 мкм.



Рис. 2. Влияние ζ -потенциала на извлечение халькопирита в зависимости от крупности флотируемых частиц. Параметры флотации: скорость диссипации энергии 1.5 кВт/м³; $\Theta_0 = 40^\circ$; пенообразователь 20 мг/л МІВС; четырехкамерная флотационная машина, время нахождения в камере 3 мин [2]: I = -10 мВ; 2 = -15; 3 = -20 мВ

В [5] изучалась флотация апатита, плотность которого составляет 3300 кг/ м³ в зависимости от фракционной крупности. Флотация выполнялась в непрерывном режиме. Показано, что извлечение частиц апатита всех размерных фракций зависит от скорости подачи исходного питания. Максимальная константа скорости флотации найдена для фракции 63–125 мкм. Для частиц с размером более 250 мкм константа скорости флотации снизилась примерно в 3 раза, а извлечение при наименьшей из исследованных скоростей подачи питания (наиболее благоприятный режим) не превышало 35 %.

Анализ результатов приведенных работ показывает, что крупность частиц, сохраняющих контакт с пузырьком в турбулентном потоке импеллерной флотационной машины, для сульфидов не превышает 150 мкм. Диапазон размеров частиц минералов с меньшей плотностью (апатита) увеличивается до ~250-300 мкм. В колонных флотомашинах малого объема и с незначительной стратификацией по плотности пульпы и ее малой турбулизацией крупность извлекаемых частиц возрастает до 800 мкм. Их размер практически не зависит от ζ -потенциала минерала. Сведения о зависимости крупности флотируемых частиц от угла контакта трех агрегатных состояний противоречивы, отмечается сильная зависимость крупности от наступающего контактного угла.

МЕХАНИЗМЫ И СИЛЫ ОТРЫВА МИНЕРАЛЬНЫХ ЧАСТИЦ ОТ ПУЗЫРЬКА

С целью определения силы отрыва частиц от пузырьков исследовано два механизма [6]. В первом сила отрыва обусловлена инерцией массы частицы при ускоренном движении флотационного комплекса "частица – пузырек" в турбулентном потоке. Оценивался краевой угол Θ_0 , необходимый для удержания частицы на пузырьке в центробежном поле турбулентных вихрей.

Во втором механизме отрыв частиц вызван силой "скалывания", возникающей в поле давлений турбулентного потока. Если размер частицы находится в вязкой подобласти спектра турбулентности, то указанная сила обязана появлению касательных напряжений. В обоих механизмах пузырек рассматривался как жесткая сфера, собственные колебания поверхности пузырька и колебания частицы на пузырьке не учитывались. Показано, что в импеллерных флотомашинах процесс деминерализации играет существенную роль, причем сильнее всего сказывается на сравнительно крупных частицах. Согласно расчетам, требуемая для удержания крупных с большой массой частиц краевой угол Θ_0 возрастает. Оба механизма отрыва дают примерно одинаковую величину отрывающего усилия, качественно согласуются с экспериментальными данными, но расчетные значения размеров (~1 мм) извлекаемых зерен значительно превышают крупность, достигаемую в экспериментальных и промышленных машинах подобного типа. Использование концепции недеформированной поверхности пузырька не отражает реальные условия взаимодействия объектов, так как вынужденные колебания частицы на пузырьке могут привести к развитию значительных инерционных сил. Появление силы "скалывания" предполагает отсутствие движения частицы по поверхности пузырька, т. е. ее заторможенность, например поверхностно-активными веществами. В противном случае возможен уход частицы от действия "скалывающей" силы за пузырек. Но и в случае "заторможенности" поверхности пузырька возможен поворот агрегата "частица-пузырек" как единого целого и аналогичный "уход" от действия "скалывающей" силы.

В [7] и [8] механизм разрушения агрегата "частица – пузырек" принят аналогичным разрушению флоккул в турбулентном потоке. Разрушение флоккулы зависит от действующих на нее касательных напряжений. Таким образом, сила отрыва частицы определяется скоростью агрегата "частица – пузырек" относительно окружающей жидкости. Указанная скорость зависит от скорости диссипации энергии в камере флотационной машины. Авторы полагают, что турбулентные образования масштаба, соизмеримого с размером флотационного агрегата, ответственны за его разрушение. Таким образом, предложенный механизм разрушения близок к механизму, рассмотренному в [6], если силу "скалывания" заменить на силу растяжения агрегата касательными напряжениями.

Стабильность флотационного агрегата "частица – пузырек" с учетом упругости поверхности последнего исследована в [9, 10]. Сохранность флотационного агрегата в данных работах рассматривается в предположении попадания агрегата "частица – пузырек" в турбулентный вихрь (турбулентное образование) с размером, соизмеримым с размером агрегата. На воздействие турбулентных образований пузырек отвечает колебаниями с частотой, равной частоте пульсаций окружающей жидкости. Минеральная частица, находящаяся на границе раздела "газ – жидкость", совершает колебательное движение с соответствующей частотой. Амплитуда этих колебаний является функцией скорости диссипации энергии в камере флотационной машины.

В указанных работах не принималось во внимание, что пузырек и частица на пузырьке имеют собственные частоты колебаний, значительно превышающие частоты пульсаций окружающей их жидкости. На пульсационное воздействие окружающей жидкости пузырек отвечает собственными поверхностными колебаниями, что в свою очередь приводит к колебаниям частицы на пузырьке. При наборе минеральной нагрузки в системе "жидкость – пузырек – частица" могут возникнуть резонансные явления, значительно увеличивающие инерционную силу отрыва.

Широкое распространение получил механизм, изложенный в [11]. Согласно этому механизму, разрушение флотационного агрегата происходит, если центробежные силы, действующие на частицу, превышают силы капиллярного прилипания. Центробежные силы обусловлены попаданием флотационного агрегата в турбулентный вихрь с размером, равным сумме диаметров пузырька и частицы. Во-первых, следует отметить, что в турбулентном потоке в инерционном интервале спектра турбулентности вследствие измельчения крупных вихрей более вероятно существование турбулентных пульсаций, а не структур, подобных вихрям. Во-вторых, авторы пренебрегают наиболее значительной инерционной силой отрыва, обусловленной поверхностными колебаниями пузырька, поэтому предложенный механизм не отражает природу физического явления.

В [12] экспериментально изучался сброс минеральной частицы с пульсирующей поверхности пузырька. С этой целью минеральная частица закреплялась на поверхности пузырька. Пузырек фиксировался на нижнем торце державки, представляющей собой вертикально установленный стержень. Державке сообщалось возвратно-поступательное движение вдоль ее оси. Отрыв происходил при определенных значениях амплитуды и частоты движения державки. Максимальная инерционная сила частицы вычислялась по формуле $F = (2\pi f)^2 mA$, где A, f амплитуда и частота возвратно-поступательного движения державки; m — масса частицы. Эксперименты проводились при частотах 30, 50 и 90 Гц.

Критическое значение амплитуды отрыва изменялось в широких пределах. Функция распределения, описывающая экспериментально полученные критические амплитуды, подчинялась гауссовому распределению. Стандартное отклонение определялось как ширина кривой на половине максимальной высоты распределения. Ширина кривой распределения составила 0.25 мм для частиц кварца с контактным углом $46-52^\circ$. Это значение близко к значению амплитуды отрыва минеральной частицы. Для минеральных частиц с большим значением контактного угла $86-92^\circ$ среднее отклонение составило 0.1 мм. Столь значительные вариации амплитуды отрыва частиц авторы [12] связали с возможными изменениями контактного угла для различных частиц в результате неравномерного покрытия их поверхности триметилхлорсиланом. Возможны изменения и в протяженности линии контакта трех агрегатных состояний у различных частиц при их фиксации на пузырьке.

В данной работе пузырек рассматривался как жесткая сфера, колебания частицы относительно пузырька не учитывались. Одной из причин различных значений критической амплитуды отрыва могут быть неучтенные собственные поверхностные колебания закрепленного пузырька, частицы на нем, а также резонансные явления в системе "державка – пузырек – частица". Поверхность пузырька упругая и отклонение частицы от равновесного положения приведет к ее собственным колебаниям на пузырьке. Совпадение собственных и вынуждающих частот колебаний может способствовать увеличению или уменьшению амплитуды колебаний частицы по сравнению с амплитудой возвратно–поступательного движения державки. Частота второй гармоники поверхностных колебаний свободного пузырька диаметром 2 мм составляет ~ 30 Гц и соответствует одной из частот возвратно-поступательного движения державки экспериментальной установки.

Влияние инерционных сил на отрыв от пузырька минеральных частиц в турбулентном потоке пульпы рассмотрено в [13]. Для агрегата "частица – пузырек" в условиях ускоренного движения в турбулентном потоке пульпы флотационной машины предложено уравнение

$$\pi d\sigma_{l-g}\sin\Theta_0 - \frac{\pi d^2}{2R}\sigma_{l-g} - F - mg = 0.$$
⁽¹⁾

Здесь F — сила инерции, H; Θ_0 — краевой угол смачивания; σ_{l-g} — поверхностное натяжение жидкости, H/м; d — размер частицы, м; R — радиус пузырька газа, м; m — масса частицы, кг; g — ускорение свободного падения, м/с².

На минеральную частицу действует сила прилипания (первый член левой части уравнения), сила отрыва, обусловленная капиллярным давлением газа в пузырьке (второй член левой части уравнения), сила инерции массы частицы (третий член левой части уравнения) и сила веса частицы в воде (последний член левой части уравнения). Направления последних двух сил в частном случае совпадают. Автор не раскрывает ключевой фактор — природу сил инерции, действующих на частицу, поэтому величина основной силы, которой обязана деминерализация газовой фазы, остается неизвестной. Ее оценка возможна только после выполнения флотационных экспериментов с узкими размерными фракциями частиц.

В [14, 15] представлен метод расчета крупности минеральной частицы, удерживаемой на поверхности воды, совершающей волнообразное движение с круговой частотой ω и амплитудой A. Предполагается, что частица минерала, имеющая форму цилиндра с радиусом основания r_0 и высотой h, совершает вынужденные колебания. В результате действия сил частица будет перемещаться нормально поверхности. Уравнение движения частицы запишется в виде

$$mx_1'' = -F + F_1 + F_2, (2)$$

где $x_1 = C_1 + A\cos(\omega \cdot t) + x$ — перемещение частицы в системе координат с началом в центре пузырька; x – перемещение частицы относительно поверхности пузырька; C_1 — постоянная; $F = 2\pi r_0 \sigma \cdot \sin \Theta$ — сила, удерживающая частицу на пузырьке; $F_1 = (2\pi r_0^2 \sigma)/R$ — сила, обусловленная избыточным давлением газа в пузырьке; $F_2 = mg$.

Используя преобразования, приведенные в [15], уравнение (2) запишется так:

$$y'' = -L \frac{y}{\sqrt{1+y^2}} + M \cos(\omega t) + N$$
, (3)

где $y = \operatorname{tg}\Theta$; $N = 2\pi r_0 \sigma / (mRK_0) + g / (r_0K_0)$; $K_0 = f(r_0 / a) = \ln(r_0 / 2a) + \gamma$ — функция Макдональда нулевого порядка, γ — постоянная Эйлера; $L = 2\pi\sigma / (K_0 m)$; $M = A\omega^2 / (K_0 r)$.

Решение уравнения (3) позволяет определить изменяющийся во времени контактный угол. Аналогичное решение приводится в [16], где дополнительно к силам, рассмотренным в [14], учтено влияние присоединенной массы частицы и сила Бассе, связанная с ускорением присоединенной массы. Влияние этих сил на отрыв частицы от границы раздела спорно. Во-первых, жидкость, прилегающая к границе раздела "газ – жидкость", испытывает ускорение вне зависимости от того, закреплена частица на данной границе или нет. Во-вторых, минеральная частица частично погружена в атмосферу пузырька и поэтому ее нахождение на поверхности пузырька не внесет существенных изменений в силу отрыва.

Сила *F*, удерживающая частицу на пузырьке, является функцией контактного угла. Если изменение условий механического равновесия мениска приведет к изменению контактного угла Θ и его значение достигнет некоторой критической величины, превышающей предельный статический угол, то произойдет быстрое смещение положения периметра смачивания на поверхности минеральной частицы. Широкий диапазон изменения контактного угла возможен при закреплении линии смачивания на ребрах минеральных частиц. Это наиболее устойчивая и допускающая большой диапазон изменения стационарных контактных углов связь частицы с пузырьком. Но при достижении контактным углом минимального значения наступающего динамического Θ_A^D или максимального отступающего динамического Θ_R^D , происходит смещение периметра контакта трех агрегатных состояний. Перемещение линии смачивания и ее смыкание равносильно отрыву минеральной частицы от границы раздела "газ – жидкость".

В [17] дается расчет колебаний минеральной частицы на поверхности пузырька. Динамические уравнения, описывающие движение механической системы "частица – пузырек" и возникающие в невязкой несжимаемой жидкости, получены с помощью лагранжевой механики. Вычислены потенциальная и кинетическая энергии системы. Первая состоит из энергии, связанной с изменением поверхностного натяжения в результате сокращения или растяжения поверхности пузырька, и потенциальной энергии колебательного движения частицы. Кинетическая энергия представлена безвихревым течением жидкости вокруг пузырька и энергией колебаний частицы на пузырьке. Найден лагранжиан агрегата "пузырек – частица" в терминах кинетической и потенциальной энергий $L = L_f + L_p = (T - U)_f + (T - U)_p$, который использован для записи уравнений Эйлера – Лагранжа:

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial I}{\partial l}, \quad \lambda \frac{\partial g}{\partial b_j}, \quad j = 1, \dots, N+1; \quad g(b_1, \dots, b_N, b_{N+1}, t) = 0.$$
(4)

Решение системы обыкновенных дифференциальных уравнений (4) требует задания начальных данных для функций и их первых производных. В начальный момент можно задавать только возмущения поверхности пузырька — обобщенные координаты b_j и их производные по времени \dot{l}_j , характеризующие скорость перемещения стенок пузырька. Для задания начальной скорости производных по времени обобщенных координат рассмотрен турбулентный поток, в котором находится флотационный агрегат. Средняя скорость турбулентных пульсаций в инерционном интервале спектра турбулентности записывается выражением

$$\overline{u}' = C(\varepsilon l)^{\frac{1}{3}} , \qquad (5)$$

где C=1.37 — постоянная. Таким образом, зная скорость диссипации энергии ε в камере флотомашины, можно дать оценку начальной скорости возмущений поверхности пузырька, т. е. производные по времени обобщенных координат i. Распределение скорости диссипации энергии ε по камере флотационной машины оценивалось методами вычислительной гидродинамики.

Рассмотренные теоретические работы по разрушению агрегата "частица – пузырек" отражают постепенное развитие теории деминерализации газовой фазы в турбулентном потоке. В первых работах не прослеживалась физика процесса — переход кинетической энергии от турбулентных образований в энергию поверхностно-волнового движения пузырьков и далее в энергию колебательного движения частиц. В последних [14, 16, 17] выполнена численная оценка крупности извлекаемых пенной флотацией частиц минералов.

ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ УСЛОВИЯ ФЛОТАЦИИ

В [18] на основе разработанного пъезоэлектрического датчика проведены исследования интенсивности пульсационного движения пульпы в камере флотационной машины Metso RCS объемом 3 м³, перерабатывающей сульфидную медную руду. Выявлен высокий уровень турбулентности (до 7.5 кВт/м³) в приимпеллерной зоне с переходом на сравнительно меньшую интенсивность в верхней зоне камеры флотомашины. Разложение в ряд Фурье снятого сигнала показало наличие в основном низкочастотных колебаний пульпы, что может быть связано с конструктивными особенностями датчика [19]. Для определения влияния турбулентности на крупность извлекаемых зерен необходимо знать частотные характеристики турбулентных образований масштаба, соответствующего размеру пузырьков. На отрыв частицы могут повлиять турбулентные пульсации с частотами, близкими к частотам высших мод поверхностных колебаний пузырьков, а также к частотам собственных колебаний частицы или коллектива частиц на поверхности пузырька.

Использование аппаратуры, разработанной в [18], позволило осуществить экспериментальные работы по определению влияния турбулентности в камере флотационной машины на крупность извлекаемых частиц [1, 20]. В [1] менялись такие параметры, как скорость вращения импеллера, его размеры, плотность пульпы, конструктивное исполнение камеры (отношение высоты к диаметру). Одним из выводов стало утверждение о слабом влиянии турбулентности на извлечение полезного компонента (сульфидов меди). Известно, что турбулентность оказывает существенное влияние на крупность извлекаемых частиц. В [20] получено распределение скорости диссипации энергии по объему камеры (3 м³) флотационной машины Metso RCS. Испытания последовательно проводились с импеллерами RCS3 и RCS5. Общая для камеры скорость диссипации энергии изменялась в пределах от 0.91 до 7.4 кВт/м³. Распределение скорости диссипации энергии в камере лабораторной флотомашины приводится в [9]. На высоте лопаток импеллера и при числе оборотов его вала 650 мин⁻¹ скорость рассеивания энергии составила ~130 м²/с³. В [21] выполнены эксперименты во флотационной камере с размерами 2.25-50 л, оснащенной крыльчаткой Rushton. Средняя скорость диссипации энергии определялась с применением доплеровского эффекта. Ее значения в горизонтальной плоскости на уровне середины лопаток ротора изменяются от 15 до 25 Вт/кг в зависимости от расстояния до импеллера.

ВЛИЯНИЕ ПЕННОГО СЛОЯ

В ряде работ доказывается существенное влияние пенного слоя на крупность извлекаемых частиц. В [22] изучено влияние реагентного режима и гидродинамических условий, включая пенный слой, на флотацию кремнезема. Эксперименты проводились в экспериментальной колонной флотомашине, позволяющей раздельно оценивать крупность частиц, извлекаемых из пульпы и пенного слоя. При расходе додециламина 200 г/т крупность извлекаемых из пульпы частиц достигала ~ 300 мкм, а при прохождении пенного слоя она уменьшилась до ~ 150 мкм. Если в пульпе увеличение расхода додециламина приводило к повышению крупности извлекаемых зерен, то в пенном слое наблюдался обратный эффект.

В [1] установлена зависимость флотируемости от крупности исходного материала. Извлечение максимально для частиц с размером менее 53 мкм и уменьшается с увеличением их крупности. Максимальная крупность минеральных частиц, извлекаемых пенной флотацией, не превышает 150 мкм, но может быть увеличена путем уменьшения глубины пенного слоя. Экспериментальные данные свидетельствуют о линейной зависимости между вероятностью прохождения частицей пенного слоя и глубиной пенной фазы [23]. Влияние пенного слоя в первую очередь связано с переходными процессами коалесценции и поверхностными колебаниями результирующего пузырька. Колебания поверхности пузырька приводят к сбросу закрепившихся частиц. Во вторую очередь — с вымыванием минеральных частиц, не имеющих контакта с пузырьками, из прослоек жидкости. Поведение нагруженных пузырьков при коалесценции изучено в [24, 25]. Скоростной съемкой выявлено колебательное движение пузырьков без минерализации и с нагрузкой твердыми частицами. Частота поверхностных колебаний объединенного пузырька после слияния двух, не содержащих нагрузку пузырьков, превышает частоту колебаний пузырька, полученного после слияния минерализованных. Минеральные частицы выполняют функцию демпфера, уменьшающего амплитуду и частоту колебаний. Пенообразователь значительно снижает амплитуду колебаний объединенного пузырька после коалесценции двух пузырьков меньшего размера. Осыпание частиц в присутствии пенообразователя уменьшается, как это установлено с применением скоростной камеры в [24]. Уменьшение крупности частиц в пенном слое при увеличении расхода додециламина объясняется повышением вероятности коалесценции нагруженных гидрофобными частицами пузырьков [22].

Цель настоящей работы — разработка метода расчета крупности частиц, извлекаемых пенной флотацией, в зависимости от конструктивных особенностей флотационной машины, скорости рассеивания энергии и характеристик минеральной частицы.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РАБОТЫ И ЧИСЛЕННЫЕ РАСЧЕТЫ

Для определения влияния турбулентности на крупность извлекаемых минеральных частиц выполнены флотация апатитовой руды с использованием лабораторной флотационной машины и моделирование процесса диссипации энергии в камере указанной машины.

Осуществлены эксперименты по определению максимальной крупности флотируемых частиц. Апатитовая руда с высоким содержанием полезного компонента (18%) подвергалась рассеву на узкие фракции, мкм: –71; –125 + 71; –250 + 125; –500 + 250. Каждая фракция флотировалась отдельно и определялся ее выход. Если выход полезного компонента составляет менее 10%, то условно принималось, что эта фракция определяет максимальную крупность флотируемых частиц. На рис. 3 приведена зависимость выхода извлекаемых частиц от их крупности.



Рис. 3. Выход флотируемого материала в зависимости от крупности минеральных зерен

Изучение процесса распределения энергии турбулентности и скорости ее диссипации в камере флотационной машины проводилось методом вычислительной гидродинамики Computational Fluid Dynamics (CFD) в программной среде ANSYS Fluent. Расчетная геометрическая модель лабораторной флотационной машины создана в геометрическом препроцессоре Design Modeler. Геометрия модели состоит из прямоугольной камеры, статора (диск с 12 вертикальными лопатками, расположенными под углом 60° к радиусу) и импеллера (диск с радиально расположенными четырьмя вертикальными лопатками) (рис. 4*a*).

Пространственная дискретизация расчетной области выполнялась с помощью модуля Meshing. Для ускорения сходимости решения и экономии вычислительных ресурсов сетка преобразована в Polyhedral mesh (полиэдрическая сетка), количество расчетных ячеек уменьшено с 3 495 114 до 1 720 097. Контроль за качеством элементов сгенерированной расчетной сетки осуществляли с помощью одного из наиболее важных критериев для CFD сеток — Orthogonal Quality [26]. Для большинства элементов построенной сетки значение данного критерия выше 0.2, что говорит об удовлетворительном разбиении модели на конечно-элементную сетку. Основные методы моделирования турбулентности получены путем осреднения уравнений Навье-Стокса по всему спектру турбулентных пульсаций. Наиболее часто используется осреднение по Рейнольдсу. В осредненных по Рейнольдсу (RANS) уравнениях турбулентные пульсации исключены, поэтому решение достаточно гладкое. Тем не менее в процессе осреднения в уравнениях появляются дополнительные неизвестные (напряжения Рейнольдса), для определения которых необходимы дополнительные соотношения (они вводятся с помощью моделей турбулентности).

В настоящей работе использовалась двухпараметрическая модель $k-\varepsilon$. В данной модели решаются два дополнительных транспортных уравнения для турбулентной кинетической энергии k и скорости ее диссипации в тепло ε . По этим параметрам вычисляется турбулентная (вихревая) вязкость, которая затем добавляется в уравнения движения. Для повышения точности предсказания отрывных течений рекомендована модификация модели $k-\varepsilon$ — Realizable и неравновесная пристеночная функция Enhanced Wall Function [27]. В рамках принятой $k-\varepsilon$ модели турбулентности для лучшего разрешения пограничного слоя значение y^+ (безразмерное расстояние от первого узла сетки до неподвижной стенки) должно быть не больше 300. В результате расчетов получено, что y^+ не больше 12.58, т. е. можно говорить о качественном моделиировании пристеночного слоя.

Исследование турбулентного потока проводили при скорости вращения импеллера 2200 об/мин (Re=221610). Рабочей жидкостью служила вода, имеющая вязкость 0.001 кг/(м·с) и плотность 998.2 кг/м³, при температуре 20 °C. Вращение импеллера моделировали в стационарной постановке, используя Multiple Reference Frame (MRF). В MRF подвижная и неподвижная области расчетной сетки имеют общий интерфейс, расположенный на условной "стенке" между ними. Это позволяет имитировать вращение области импеллера, воспринимаемой программной средой ANSYS Fluent замкнутой областью ячеек сетки, избегая пространственного перекрытия и деформации расчетной сетки. Расчетная сетка конечных элементов модели содержит для подвижной области импеллера 550 114 ячеек, а для неподвижной области статора и камеры — 1 169 983 ячеек. Численные значения распределения скорости диссипации энергии приведены на рис. 4*б*.



Рис. 4. Трехмерная геометрическая модель конструкции камеры лабораторной флотационной машины и сечение A, вдоль которого получено распределение энергии (a); поле скорости диссипации энергии в камере лабораторной флотационной машины в плане на уровне середины лопаток импеллера (δ)

Согласно данным [28-30], скорость образования агрегатов "частица-пузырек" максимальна в области с высокой скоростью диссипации энергии. Объем, в котором происходит образование флотационных агрегатов, составляет несколько процентов от общего объема флотационной камеры. Следовательно, разрушение образовавшихся агрегатов наиболее вероятно в этих областях. В нашем расчете скорость диссипации энергии равна 15 м²/с³, что соответствует расчетному значению скорости диссипации в горизонтальной плоскости на уровне середины лопаток импеллера.

Будем считать, что в камере флотационной машины концентрации частиц и пузырьков крайне малы (однофазный поток), гашение интенсивности турбулентного движения дисперсными фазами незначительно. Распределение скоростей диссипации энергии турбулентного движения по камере флотационной машины практически не зависит от содержания пузырьков и минеральных частиц и может быть определено в рамках однофазной среды.

Для решения системы уравнений (4) находились начальные условия в предположении, что образование и разрушение агрегатов "частица-пузырек" происходило на выходе из области статора в приимпеллерной зоне. Наиболее вероятные области разрушения агрегатов обозначены как 3, 4 и 5 со скоростью диссипации энергии от 15 до 25 м²/с³. При скорости диссипации 15 м²/с³ и размере турбулентного образования 0.002 м средняя пульсационная скорость пространственно-изотропных пульсаций, согласно зависимости (5), составит 0.43 м/с. На агрегат "частица – пузырек" могут оказать влияние пульсации большего масштаба. Следует учитывать, что распределение скорости пульсаций жидкости в локально-изотропной области турбулентности подчиняется закону нормального распределения плотности вероятностей [31]. Стандартное отклонение от среднего значения значительно, более того, жидкость в объем камеры из межлопаточного объема поступает в форме струй. Возможно формирование бимодальной функции плотности распределения вероятностей скоростей пульсаций, поэтому их скорость может в 2 раза и более превышать среднее значение, вычисленное по уравнению (5). Предположим, что начальная скорость стенки пузырька равна скорости турбулентного образования, действующего на эту стенку. Решение системы уравнений (4) выполнялось с начальными данными $b_i = 0; i = 0.8; i = 0.4; i = 0.2$ M/c.

На рис. 5 показана амплитуда колебаний минеральной частицы с плотностью 3300 кг/м³, имеющей цилиндрическую форму радиусом 120 мкм и высоту 240 мкм. Колебания происходят на поверхности пузырька с радиусом 650 мкм.



Рис. 5. Амплитуда колебаний частицы на поверхности пузырька (*a*); угол отклонения Θ границы раздела "газ – жидкость" от горизонта по линии контакта с минеральной поверхностью в зависимости от времени (δ); скорость диссипации энергии $\varepsilon = 15 \text{ м}^2/\text{c}^3$

Из рис. 5 следует, что достаточно гидрофобная минеральная частица с максимальным наступающим статическим углом $\Theta_A^{\text{max}} = 62^\circ$, сохранит контакт с пульсирующим пузырьком. Менее гидрофобные частицы с $\Theta_A^{\text{max}} < 62^\circ$ будут сброшены с его поверхности. Отрыв минеральной частицы от пузырька происходит в результате смыкания периметра контакта трех агрегатных состояний при достижении значения контактного угла 62°. Зависимость крупности флотируемых частиц от наступающего контактного угла установлена в [4].

В подпенном слое вследствие природной гидрофобности пузырьков, повышенной гидрофобности частиц, закрепившихся на пузырьке, происходит интенсивная коалесценция. Начальная амплитуда колебаний объединенного пузырька будет превышать радиус исходных пузырьков. На рис. 6 приведена зависимость контактного угла от времени при колебаниях частицы на объединенном пузырьке. Пузырек диаметром 2400 мкм получен в результате слияния двух пузырьков. Начальные значения обобщенных координат пузырька: $b_1 = 300$ мкм, $b_2 = 900$, $b_3 = 500$, $b_4 = 200$ и i = 0 м/с. Скорость возмущения i принята раной нулю, так как в подпенном слое скорость пульсаций пренебрежимо мала.



Рис. 6. Угол отклонения Θ границы раздела "газ-жидкость" от горизонта по линии контакта с минеральной поверхностью в зависимости от времени: $b_1=0$; $b_2=0.0009$; $b_3=0.0005$; $v_1=v_2=v_3=0$

Из приведенного расчета следует, что при гидрофобности поверхности менее 75° цилиндрическая частица с размерами r=140 и h=280 мкм будет сброшена с пузырька, находящегося в подпенном слое в результате коалесценции. Полученное решение позволяет оценить крупность минеральных частиц, сохраняющих контакт с поверхностью пузырька в турбулентном потоке определенной интенсивности и в подпенном слое, при известных их характеристиках.

выводы

Выполнены расчеты по определению крупности минеральных частиц, извлекаемых в механической флотационной машине. Показано, что основная сила отрыва частиц — инерционная, обусловлена поверхностными колебаниями пузырьков. Амплитуда поверхностных колебаний пузырька является функцией скорости диссипации энергии в камере флотационной машины, частота определяется собственной частотой поверхностных колебаний. Инерционная сила отрыва частиц — функция их вынужденных колебаний. Подтверждена ранее установленная зависимость крупности флотируемых частиц от наступающего контактного угла.

Выявлено, что стабильность флотационных агрегатов в турбулентном потоке возможна с частицами апатита до ~300 мкм, а при прохождении пенного слоя размер извлекаемых частиц снижается. В пенном слое рост амплитуды поверхностных колебаний пузырьков обязан переходным процессам, возникающим при коалесценции. Турбулентность оказывает слабое влияние на извлечение крупных частиц полезного компонента в концентрат.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Tabosa E., Runge K., and Duffy K-A. Strategies for increasing coarse particle flotation in conventional flotation cells, Proc. the 6th Int. Flotation Conf., Cape Town, South Africa, 2013, November 18–21.
- Yoon R. H., Kelley K., Do H., Sherrell I., Noble A., Kelles S., and Soni G. Development of a flotation simulator based on a first principles model, Proc. XXVI Int. Miner. Process. Congress (IMPC 2012). New Delhi, India. 24–28 Sept. 2012. — P. 5969–5982.
- **3. Muganda S., Zanin M., and Grano S. R.** Influence of particle size and contact angle on the flotation of chalcopyrite in a laboratory batch flotation cell, Int. J. Miner. Process., 2011, Vol. 98(3–4). P. 150–162.
- Gontijo C., Fornasiero D., and Ralston J. The limits of fine and coarse particle flotation, The Canadian J. of Chem. Eng., 2007, Vol. 85, No. 5. P. 739–747.
- Woodburn E. T., King R. P., and Colborn R. P. The effect of particle size distribution on the performance of a phosphate flotation proc., Metallurgical Transactions, 1971, 3164, Vol. 2. P. 3163-3174.
- **6.** Максимов И. И., Емельянов М. Ф. Влияние турбулентности на процесс отрыва частиц от пузырьков во флотационной пульпе // Обогащение руд. 1983. № 2. С. 16–19.
- Koh P. T. L. and Schwarz M. P. CFD modelling of bubble–particle attachments in flotation cells, Miner. Eng., 2006, Vol. 19. — P. 619–626.
- **8.** Bloom F. and Heindel T. On the structure of collision and detachment frequencies inflotation models, Chem. Eng. Sci., 2002, Vol. 57. P. 2467–2473.
- Pyke B., Fornasiero D., and Ralston J. Bubble particle heterocoagulation under turbulent conditions, J. of Colloid and Interface Sci., 2003, Vol. 265. — P. 141–151.
- Nguyen A. New method and equations for determining attachment tenacity and particle size limit in flotation, Int. J. of Miner. Process., 2003, Vol. 68. — P. 167–182.
- 11. Goel S. and Jameson G. J. Detachment of particles from bubbles in an agitated vessel, Miner. Eng., 2012, Vol. 36–38. P. 324–330.

- Xu D., Ametov I., Grano S.R. Detachment of coarse particles from oscillating bubbles. The effect of particle contact angle, shape and medium viscosity, Int. J. of Miner. Process., 2011, Vol. 101, is.1/4. P. 50–57.
- **13.** Матвеенко Н. В. Равновесие сил при флотационном контакте // Цв. металлы. 1981. № 8. С. 107–109.
- 14. Kondrat'ev S. A., Izotov A. S. Influence of bubble oscillations on the strength of particle adhesion, with an accounting for the physical and chemical conditions of flotation, J. Min. Sci., 1998, Vol. 34. P. 459–465.
- **15.** Kondratyev S. A. and Izotov A. S. Interaction of a "gas-liquid" phase interface with a mineral particle, J. Min. Sci., 1999, Vol. 35, P. 439–444.
- 16. Stevenson P., Ata S., Evans G. M. The behavior of an oscillating particle attached to a gas-liquid surface, Ind. Eng. Chem. Res., 2009, Vol. 48. P. 8024–8029.
- 17. Кондратьев С. А., Мошкин Н. П. Взаимодействие минеральной частицы со свободным пузырьком воздуха в жидкости // ФТПРПИ. 2020. № 6. С. 125–135.
- Tabosa E., Runge K., and Holtham, P. Development and application of a technique for evaluating turbulence in a flotation cell, Proc. XXVI Int. Miner. Proc. Congress (IMPC 2012), New Delhi, India. 24–28 Sept. 2012. P. 5377–5390.
- 19. Xie W., Meng J., Nguyen A. V. Experimental quantification of turbulence and applications in the study of multiphase flotation pulps, Int. J. of Miner. Process., 2016, Vol. 156. P. 87–98.
- **20.** Tabosa E., Runge K., Holtham P., and Duffy K. Improving flotation energy efficiency by optimizing cell hydrodynamics, Miner. Eng., 2016, Vol. 96–97. P. 194–202.
- **21.** Newell R., Grano S. Hydrodynamics and scale up in Rushton turbine flotation cells: P. 1, Cell hydrodynamics, Int. J. Miner. Process, 2007, Vol. 81. P. 224–236.
- 22. Rahman R. M., Ata S., and Jameson G. J. The effect of flotation variables on the recovery of different particle size fractions in the froth and the pulp, Int. J. of Miner. Process., 2012, Vol. 106–109. P. 70–77.
- **23.** Feteris S. M., Frew J. A., and Jowett A. Modelling the effect of froth depth in flotation, Int. J. Miner. Process, 1987, Vol. 20. P. 121–135.
- 24. Ata S. Coalescence of Bubbles Covered by Particles, Langmuir, 2008, Vol. 24. P. 6085-6091.
- **25.** Ata S. The role of frother on the detachment of particles from bubbles, Miner. Eng., 2011, Vol. 24. P. 476–478.
- **26.** Федорова Н. Н., Вальгер С. А., Данилов М. Н., Захарова Ю. В. Основы работы в ANSYS 17. М.: ДМК Пресс, 2017. С. 210.
- **27.** Миньков Л. Л., Моисеева К. М. Численное решение задач гидродинамики с помощью вычислительного пакета Ansys Fluent: учеб. пособие. — Томск: STT, 2017. — С. 122.
- Schubert H. and Bischofberger C. On the microprocesses air dispersion and particle-bubble attachment in flotation machines as well as consequences for the scale-up of macroprocesses, Int. J. Miner. Process., 1998, Vol. 52, No. 4. — P. 245–259.
- **29.** Schubert H. Nanobubbles, hydrophobic effect, heterocoagulation and hydrodynamics in flotation, Int. J. Miner. Process., 2005, Vol. 78, No. 1. P. 11–21.
- **30.** Rodrigues W. J., Leal Filho L. S., and Masini E. A. Hydrodynamic dimensionless parameters and their influence on flotation performance of coarse particles, Miner. Eng., 2001, Vol. 14, No. 9. P. 1047–1054.
- **31.** Batchelor G. K. The theory of homogeneous turbulence, Cambridge University Press, Cambridge. 1960. P. 210.

Поступила в редакцию 20/II 2021 После доработки 28/II 2021 Принята к публикации 15/III 2021