

УДК 532.546

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ЦЕНТРОБЕЖНОЙ КОНВЕКЦИИ ПРИ БЫСТРОМ ВРАЩЕНИИ ТЕЛ ИЗ ЯЧЕИСТО-ПОРИСТЫХ МАТЕРИАЛОВ

В. К. Баев, А. В. Федоров, В. М. Фомин, Т. А. Хмель

Институт теоретической и прикладной механики СО РАН, 630090 Новосибирск
E-mails: fedorov@itam.nsc.ru, khmel@itam.nsc.ru

Проведено численное и экспериментальное исследование течений газа внутри и вокруг быстро вращающихся тел из ячеисто-пористых материалов. В рамках развитой ранее физико-математической модели разработан и протестирован соответствующий численный алгоритм. Рассмотрены внутренние течения и сопряженная задача совместно с внешним течением. Результаты расчетов значений момента и скоростного напора хорошо согласуются с данными экспериментальных измерений характеристик вращающегося пористого диска на сплошной подложке.

Ключевые слова: ячеисто-пористые материалы, вращение, внутренние и внешние течения, эксперимент, численное моделирование.

Введение. Высокопроницаемые ячеисто-пористые материалы (ЯПМ) нашли применение в качестве фильтрующих элементов и тепло- и массообменных устройств в различных областях техники.

Идея использования таких материалов и их аналогов для изготовления роторов многофункциональных энергопреобразующих устройств была впервые высказана в Институте теоретической и прикладной механики (ИТПМ) СО РАН в 2002 г. и послужила основой для формирования интеграционного проекта фундаментальных исследований [1, 2]. В [3] было проведено расчетно-теоретическое описание внешней и внутренней аэродинамики при вращении проницаемых тел.

В работе [4] развита физико-математическая модель, основанная на принципах механики гетерогенных сред, и получены некоторые новые точные и приближенные (асимптотические и численные) решения для одномерных и двумерных закрученных течений внутри вращающихся пористых тел. В общем случае, когда сопротивление пористой структуры может быть представлено в форме квадратичной или двучленной (линейно-квадратичной) зависимости от скорости протекания, анализ двумерных закрученных течений может быть проведен только методами численного моделирования. Причем для решения полной задачи о движении газа при вращении пористого тела необходимо рассматривать внутреннее и внешнее течения совместно, в сопряженной постановке.

Целью настоящей работы является:

- численное и экспериментальное определение поля течения внутри/вблизи вращающегося твердого тела из ЯПМ;
- анализ полученных численных решений, определение их устойчивости;

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 03-01-00453) в рамках интеграционного проекта № 83 СО РАН.

— определение влияния физических параметров (относительной длины цилиндра, закона и коэффициентов сопротивления) на типы и характер течений;

— верификация предложенной математической модели путем сравнения полученных численных результатов с экспериментальными данными.

Физическая и математическая постановка задачи. Рассматривается цилиндрическое тело из ЯПМ, приведенное во вращение вокруг своей оси с некоторой угловой скоростью. При вращении внутри тела формируется вынужденное течение, обусловленное действием сил центробежной конвекции. Математическая модель, описывающая стационарное изотермическое течение невязкого несжимаемого газа внутри такого тела, приведена в [4]. В дальнейшем удобно использовать систему нестационарных уравнений в терминах вихрь — функция тока. С учетом вязких членов в лабораторной (относительно неподвижного наблюдателя) цилиндрической системе координат (r, z, θ) , связанной с осью вращения, уравнения в безразмерных переменных имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial \chi}{\partial t} - \frac{1}{r} \frac{D(\chi, \psi)}{D(r, z)} &= -\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial z} w^2 - \frac{1}{r} \left(\frac{\partial f_z}{\partial r} - \frac{\partial f_r}{\partial z} \right) + \frac{1}{r^2 \text{Re}} \left\{ r \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial (r^2 \chi)}{\partial r} \right] + \frac{\partial^2 (r^2 \chi)}{\partial z^2} \right\}, \\ \frac{\partial r w}{\partial t} - \frac{1}{r} \frac{D(r w, \psi)}{D(r, z)} &= -r f_\theta + \frac{1}{\text{Re}} \left\{ r \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial (r w)}{\partial r} \right] + \frac{\partial^2 (r w)}{\partial z^2} \right\}, \\ r^2 \chi &= \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2}, \quad \frac{D(\chi, \psi)}{D(r, z)} = \frac{\partial \chi}{\partial r} \frac{\partial \psi}{\partial z} - \frac{\partial \psi}{\partial r} \frac{\partial \chi}{\partial z}, \\ u &= -\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z}, \quad v = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r}, \quad \chi = \frac{1}{r} \left(\frac{\partial v}{\partial r} - \frac{\partial u}{\partial z} \right). \end{aligned} \tag{1}$$

Здесь u, v, w — соответственно радиальная, осевая и азимутальная компоненты скорости; \mathbf{f} — объемная сила; χ — модифицированный вихрь; ψ — функция тока. Характерные масштабы задачи: угловая скорость вращения тела Ω , характерная длина — внешний радиус цилиндра R , характерная скорость — $R\Omega$, плотность газа при нормальных условиях ρ_0 , масштаб времени $1/\Omega$, число Рейнольдса $\text{Re} = R^2 \Omega / \nu$, ν — кинематическая вязкость. В общем случае сила взаимодействия между газом и пористым скелетом может быть представлена в виде $\mathbf{f} = K|\mathbf{v} - \mathbf{v}_s|(\mathbf{v} - \mathbf{v}_s) + L(\mathbf{v} - \mathbf{v}_s)$, где $\mathbf{v}_s = r\mathbf{i}_\theta$ — безразмерная скорость движения элемента объема твердого скелета. Размерные параметры сопротивления $k = K/R$, $\lambda = L\Omega$ зависят от свойств материала, пористости структуры, вязкости газа [5]. Внешнее течение также описывается уравнениями (1) при $\mathbf{f} = 0$.

Численное моделирование внутренних течений. Численный алгоритм решения краевых задач для подобных уравнений разрабатывался и успешно применялся одним из авторов для решения задач внешнего МГД-обтекания тел проводящей жидкостью при воздействии электромагнитных полей [6]. Метод основан на применении консервативной схемы Аракавы [7] для аппроксимации конвективных членов и решения эллиптического уравнения для функции тока методом итераций. Стационарное (установившееся) решение определяется при решении нестационарной задачи методом установления с применением процедуры вложенных усреднений. Устойчивость и аппроксимирующие свойства метода вложенных усреднений, предохраняющего от слабой нелинейной неустойчивости Хенричи, проанализированы в [8]. Для тестирования численного метода применительно к данной математической модели рассмотрены следующие две задачи.

Задача 1. *Определение устойчивости течения в пористом диске с внутренней полостью в рамках численного подхода.* Рассмотрим вращающийся цилиндр из пористого материала с непроницаемыми торцевыми поверхностями $z = 0$ и $z = z_0$ и внутренней полостью радиуса r_0 , как и в [3, 4]. В выражении для силы сопротивления принимается

$L = 0$, значения K варьируются. В задаче пренебрегается пограничным слоем на торцевых плоскостях, а течение на входе считается незакрученным. Тогда граничные условия для системы уравнений (1) имеют вид

$$\begin{aligned} r = r_0: \quad & \frac{\partial \psi}{\partial r} = 0, \quad w = 0, \quad \chi = 0, \\ r = 1: \quad & \frac{\partial \psi}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} = 0, \quad \frac{\partial \chi}{\partial r} = 0, \\ z = 0: \quad & \psi = 0, \quad \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial \chi}{\partial z} = 0, \\ z = z_0: \quad & \psi = \Psi, \quad \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial \chi}{\partial z} = 0. \end{aligned}$$

Если пренебречь вязкими членами и предположить, что решение не зависит от z , его можно определить из системы обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ), вытекающих из (1) [4]. Для численного решения задачи методом установления зададим в качестве начальных данных также полученное в [4] асимптотическое приближение

$$u = \frac{q}{r}, \quad w = r - \frac{2}{K} + \frac{2}{K^2 r} - \frac{r_0}{r} \left(r_0 - \frac{2}{K} + \frac{2}{K^2 r_0} \right) \exp[-K(r - r_0)].$$

Точное значение расхода q получается методом итераций из соотношения

$$-w_1^2 = 2 \int_{r_0}^1 \left(\frac{w^2}{r} - f_r \right) dr, \quad (2)$$

вытекающего из интеграла Бернулли на входе и выходе [4]. Аналогичная итерационная процедура позволяет определить значение ψ в процессе решения задачи на установление в двумерной области. Используя представление $u_{n+1} = u_n(1 + \sigma)$ (предполагается, что σ мало) и линеаризацию условия (2) относительно малой добавки σu_n , можно определить

$$\begin{aligned} \sigma = & \left[\int_0^{z_0} w(1, z)^2 dz + 2 \int_{r_0}^1 \int_0^{z_0} \left[\frac{w^2}{r} - K u_n \sqrt{u_n^2 + (w - r)^2} \right] dr dz \right] / \\ & / \left[2 \int_{r_0}^1 \int_0^{z_0} \frac{K [2u_n^2 + (w - r)^2]}{\sqrt{u_n^2 + (w - r)^2}} dr dz \right], \quad (3) \end{aligned}$$

соответственно, $\psi_{n+1} = (1 + \sigma)\psi_n$. Процедура повторяется на каждом шаге по времени и позволяет обеспечить выполнение условия (2) при выходе на установившееся решение.

Численные решения, полученные с применением вышеописанного алгоритма, представлены на рис. 1, *a* при $r_0 = 0,2$ и различных K в виде профилей азимутальной скорости с некоторым шагом по времени. Штриховыми линиями показаны начальные профили (асимптотическое решение), предельные линии сливаются на графике с решениями системы ОДУ [4]. Видно, что как при заданных значениях q ($K = 0,1$, $q = 0,1$ и $K = 0,5$, $q = 0,5$), так и с учетом соотношения (2) ($K = 2$) численное решение монотонно приближается к решению системы ОДУ. При использовании процедуры (3) величина расхода q в установившемся течении составляет 0,171, что совпадает с данными, приведенными в [4] при том же значении $K = 2$.

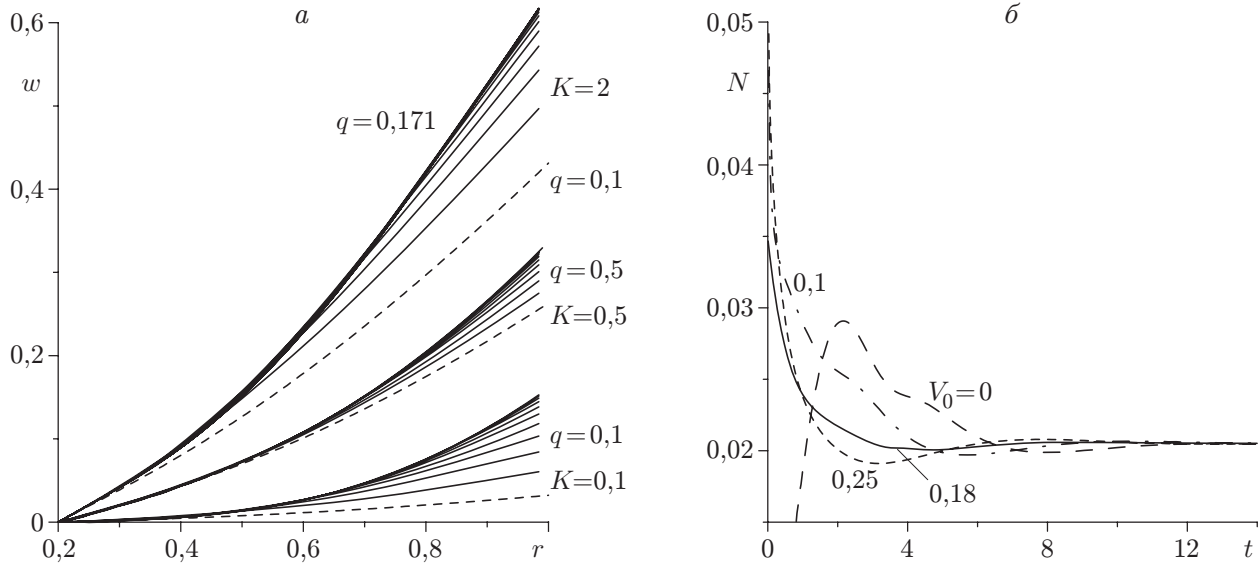


Рис. 1. Сходимость численного решения:
 а — задача 1, переход от асимптотического к предельному решению; б — задача 2, поведение интеграла полного давления при различных начальных данных

Удержание стационарного решения в нестационарной задаче и сходимость к нему в задаче на установление при близких начальных данных свидетельствуют об устойчивости решения по отношению к бесконечно малым возмущениям и конечным возмущениям малой амплитуды. При расчете с произвольными начальными данными обнаружено следующее свойство. Если начальное значение расхода выше истинного, то итерационная процедура (3) является расходящейся. При начальных данных с малым расходом, включая нулевые (с нулевым начальным значением q), итерации сходятся, а полученное в процессе установления решение также соответствует решению системы ОДУ.

Задача 2. *Внутреннее двумерное течение во вращающемся цилиндре.* Численно моделируется двумерное осесимметричное закрученное течение внутри цилиндра, вращающегося в свободном пространстве. Рассматривается область $0 \leq r \leq 1$, $0 \leq z \leq z_0$, граничные условия имеют вид

$$\begin{aligned}
 r = 0: \quad & \psi = 0, \quad w = 0, \quad \chi = 0, \\
 r = 1: \quad & \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} = 0, \quad \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} = 0, \quad \frac{\partial^2 \chi}{\partial r^2} = 0, \\
 z = 0: \quad & \frac{\partial \psi}{\partial z} = -r^2 U_0, \quad w = 0, \quad \chi = 0, \\
 z = z_0: \quad & \psi = 0, \quad \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial \chi}{\partial z} = 0.
 \end{aligned}$$

При $K = 0$ решение также можно получить из соответствующей системы ОДУ [4]. Начальные условия варьировались от распределения, соответствующего решению системы ОДУ для линейного закона сопротивления, до нулевых значений всех функций. Контроль точности проводился по оценке численного функционала $N = \Delta_r \Delta_z \sum_i \sum_j [p_{ij} + 0,5(u_{ij}^2 + v_{ij}^2 + w_{ij}^2)]r_i$ и определению невязки $\Delta N = N - N_*$, где N_* вычисляется на решении системы ОДУ [4]. Установлена сходимость решения при сгущении сетки, в частности, при $K = 0$, $L = 1$, $z_0 = 0,5$, $U_0 = 0$ величина невязки $\Delta N = N - N_*$ на последовательности сеток 21×21 ,

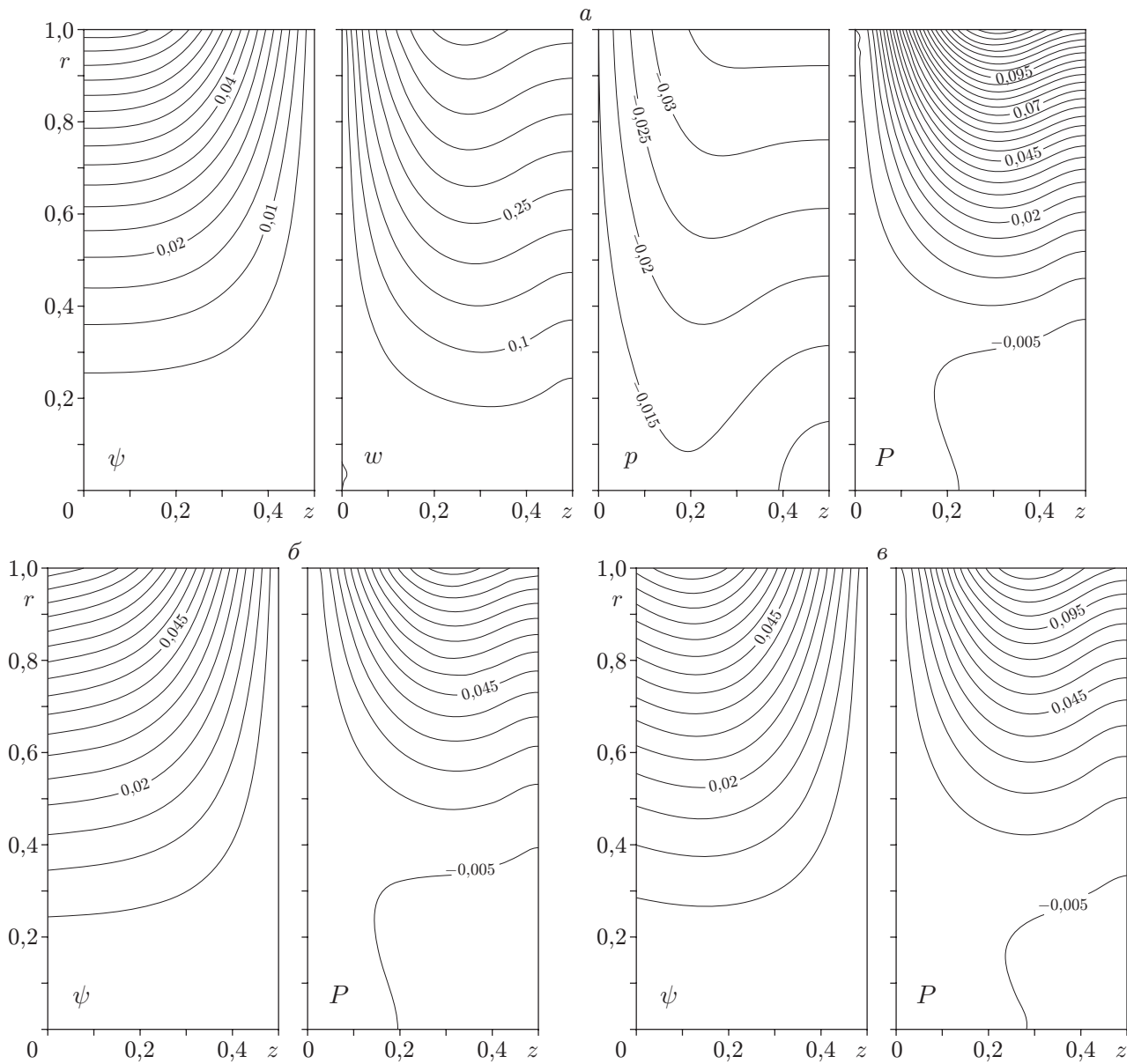


Рис. 2. Двумерные картины внутреннего течения:
 $U_0 = 0$ (а), $U_0 = 0,04$ (б), $U_0 = -0,1$ (в)

41×41 , 81×81 составляет соответственно 0,000 32, 0,000 084, 0,000 022. Установившееся решение также не зависит от начального приближения, что можно видеть на рис. 1,б, где приведены зависимости функционала N от времени при расчете задачи на установление с $K = 1$, $L = 0$, $z_0 = 0,5$, $U_0 = 0$. Здесь в качестве начальных данных принимались решения системы ОДУ [4], определенные при $K = 0$ и различных значениях L (соответствующие значения $V_0 = v(0, r)$ показаны на рис. 1,б).

Двумерные картины течения приведены на рис. 2,а в виде линий тока, изолиний азимутальной скорости, давления и полного давления $P = p + 0,5(u^2 + v^2 + w^2)$. Давление в установившемся течении определялось из интегрирования уравнений движения в обычной форме и условия выполнения интеграла Бернулли входного течения $p(0, 0) + v(0, 0)^2/2 = 0$,

что с учетом $\chi(r, 0) = 0$ приводит к выражению

$$p(r, z) = -\frac{v(r, z)^2}{2} - \frac{u(r, 0)^2}{2} - \int_0^z f_z(r, z) dz - \int_0^r f_r(r, 0) dr.$$

Как видно, давление во всей области принимает отрицательные значения, достигая минимума на выходной границе $r = 1$. При этом полное давление отрицательно в области, примыкающей к оси симметрии и плоскости симметрии, а при $r > 0,5$ и $z > 0,1$ положительно и на выходе существенно больше нуля.

На рис. 2, б, в показано влияние отклонения направления входного потока на решение ($U_0 \neq 0$), приведены линии тока и распределения давления при положительном и отрицательном значениях U_0 . Сравнивая рисунки 2, а, б, в, можно отметить, что значение и знак U_0 влияют на распределение участков втекания и вытекания. Максимальные значения ψ , определяющие расход, составляют 0,083 при $U_0 = 0$; 0,088 при $U_0 = 0,04$ и 0,079 при $U_0 = -0,1$. При отрицательных значениях U_0 , таким образом, расход меньше, а втекание частично происходит через боковую поверхность цилиндра. Распределения азимутальной скорости при $U_0 = 0,04$ и $U_0 = -0,1$ практически совпадают с представленными на рис. 2, а для $U_0 = 0$. Что касается полного давления, то, как видно, изменение U_0 сказывается на форме и положении нулевой изолинии, а также на величине давления на выходе ($r = 1$). Это указывает, что для получения достоверной информации о внутреннем распределении параметров и интегральных характеристиках, таких как напор и расход, которые сильно зависят от картины протекания, необходимо рассмотреть внутреннее и внешнее течения совместно.

Решение сопряженной задачи для внутреннего и внешнего течений. Расчет сопряженной задачи проводится сквозным методом с применением вышеописанного численного алгоритма как к внутреннему, так и к внешнему течению. Постановка граничных условий зависит от того, считается ли объем, в котором находится вращающееся тело, замкнутым или открытым. Расчеты проводились как в замкнутой области с условиями непротекания на поверхностях $z = 0$, $z = z_1$ и $r = r_1$, так и в открытой области с “мягкими” условиями на входе и выходе вида

$$\begin{aligned} \frac{\partial \psi(r, z)}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0, \quad \chi(r, 0) = 0, \quad w(r, 0) = 0, \\ \frac{\partial^2 \psi(r, z)}{\partial r^2} \Big|_{r=r_1} = 0, \quad \frac{\partial^2 \chi(r, z)}{\partial r^2} \Big|_{r=r_1} = 0, \quad \frac{\partial^2 w(r, z)}{\partial r^2} \Big|_{r=r_1} = 0 \quad \text{при } u(r_1, z) > 0, \quad (4) \\ \chi = 0, \quad w = 0 \quad \text{при } u(r_1, z) \leq 0. \end{aligned}$$

Условия на оси симметрии и в плоскости симметрии $z = z_1$ ставились, как в задаче 2. Картины течения внутри вращающегося диска при $z_0 = 0,5$, $K = 1$, $L = 0$, $\Delta z = 0,0125$, $\Delta r = 0,025$ представлены на рис. 3, а ($z_1 = 5$, $r_1 = 10$, замкнутая область) и на рис. 3, б ($z_1 = 1$, $r_1 = 3$, открытая область). На поверхности пористого тела $\psi_{\max} = 0,0673$ (рис. 3, а) и 0,0671 (рис. 3, б). Совпадение решений и близкие значения расхода позволили в дальнейшем ограничиться расчетами в открытой области с “мягкими” граничными условиями (4). Расчеты проводились для различных значений K (от 1 до 50) и трех значений z_0 : 0,1, 0,2 и 0,5.

Характер течения при $K = 1$, $z_0 = 0,5$ (рис. 3) отвечает решению задачи 2 (для внутреннего течения) при условии на втекающий поток $U_0 < 0$ (см. рис. 2, в). Здесь также втекание происходит как через торцевую, так и частично через боковую поверхность цилиндра. При этом изолинии азимутальной компоненты скорости отличаются от представленных на рис. 2, а, хотя и здесь максимальные значения w достигаются на поверхности.

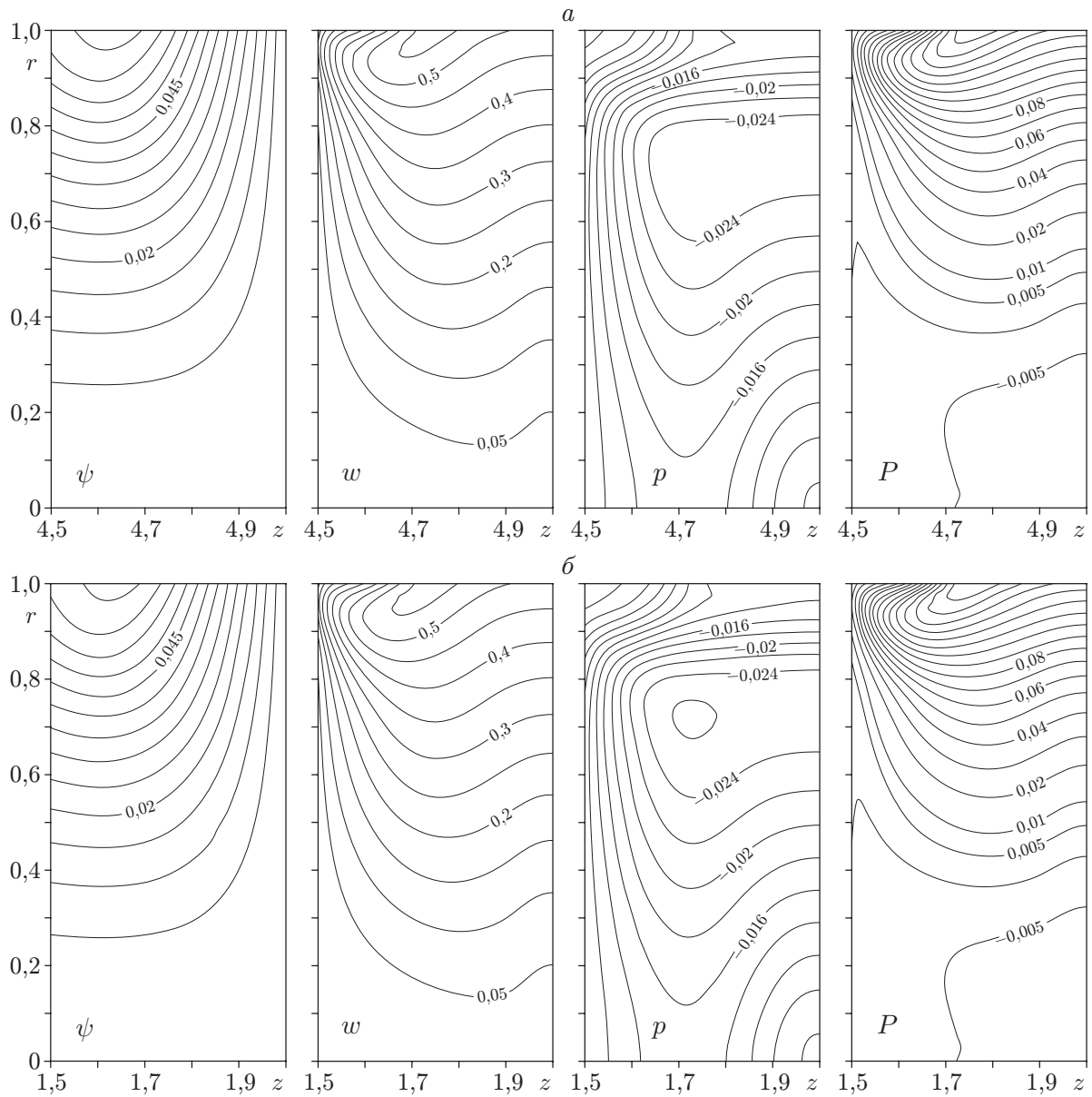


Рис. 3. Внутренние течения при решении сопряженной задачи:
 а — в большой замкнутой области; б — в небольшом открытом объеме

При уменьшении z_0 область втекания переходит на торцевую поверхность, а при $z_0 = 0,1$ картина течения аналогична приведенной на рис. 2, б при $U_0 > 0$.

Значения расхода (ψ_{\max} на поверхности пористого тела) при различных параметрах сопротивления K и относительной длины цилиндра z_0 приведены в первых трех столбцах таблицы. Видно, что зависимость расхода от z_0 монотонно возрастающая и нелинейная с тенденцией к выходу на насыщение (при $K = 50$ и $z_0 = 1$ $\psi_{\max} = 0,0607$). Можно предположить, что существует предельное значение расхода при $z_0 \rightarrow \infty$. Зависимость расхода от параметра сопротивления K немонотонная, для каждого z_0 можно определить значение K , при котором достигается максимум расхода.

Момент силы, необходимый для поддержания вращения пористого диска с заданной постоянной угловой скоростью, уравнивается интегральным моментом окружной си-

Зависимость расхода и момента вращения диска
от относительной толщины и параметра сопротивления

K	ψ_{\max} при z_0			M при z_0		
	0,1	0,2	0,5	0,1	0,2	0,5
1	0,0155	0,0304	0,0671	0,0525	0,104	0,235
5	0,0201	0,0392	0,0827	0,103	0,202	0,426
10	0,0195	0,0383	0,0779	0,113	0,222	0,430
25	0,0166	0,0321	0,0643	0,102	0,195	0,389
50	0,0133	0,0255	0,0508	0,0868	0,163	0,318

лы сопротивления и определяется как $M = \iiint_V 2\pi r^2 f_\theta dr dz$. В последних трех столбцах

таблицы приведены значения момента M при различных значениях z_0 и K . Видно, что точки максимума в зависимости $M(K)$ не совпадают с точками максимума для $\psi_{\max}(K)$. Таким образом, можно определить значение K , при котором достигается максимум отношения расхода к моменту (как и для диска с внутренней полостью, закрытого с торцов [4]). В то же время зависимость момента от z_0 также является монотонно возрастающей, а отношение ψ_{\max}/M возрастает при $K < 5$ и убывает при $K > 5$, изменяясь очень незначительно. Такое поведение не позволяет установить оптимальные по ψ_{\max}/M геометрические соотношения при фиксированном значении K . При этом как M , так и ψ_{\max}/M также имеют тенденцию к выходу на “полочку” при увеличении z_0 (при $K = 50$ и $z_0 = 0,5$ $\psi_{\max}/M = 0,0160$, а при $z_0 = 1$ $\psi_{\max}/M = 0,0161$). Выявленные свойства могут оказаться полезными при проектировании устройств, основанных на использовании вращающихся тел из ЯПМ.

Расчет экспериментальной модели. В ИТПМ СО РАН были проведены экспериментальные исследования с вращающимся диском из ячеисто-пористой меди диаметром 150 мм и толщиной 20 мм в открытом пространстве. Одна сторона диска была закрыта сплошным медным тонкостенным диском, сплавленным с ячеисто-пористой структурой при изготовлении.

Фотография и схема установки приведены на рис. 4. Для измерения момента сопротивления вращения диск устанавливался на ось электромотора, которая опиралась на две шарикоподшипниковые опоры (рис. 4, б), а статор (корпус двигателя) удерживался от вращения рычагом, опиравшимся на силоизмерительное тензометрическое устройство, тарированное при статическом нагружении рычага. Скоростной напор измерялся насадком полного давления, перемещавшимся координатным устройством относительно диска.

Предварительная визуализация течения вблизи диска осуществлялась методом дымящей проволоочки. Показано, что на условия втекания в диск заметное влияние оказывают предметы, расположенные на расстоянии, меньшем радиуса диска. Поэтому за исключением измерительного насадка с открытой стороны свободное пространство не было чем-либо ограничено.

На рис. 5 представлены результаты измерений момента при различных значениях угловой скорости вращения и касательной скорости в средней части боковой поверхности диска.

Расчет диска проводился в рамках вышеописанной модели. Отметим, что характеристики сопротивления используемого материала достоверно неизвестны. Ячеисто-пористая структура неравномерна, но по средним значениям размера пор, характеру шероховатости проволоочки и вычисленному значению пористости материал близок к одному из рассмотренных в работе [5] (к образцу № 38). Соответственно, для закона сопротивления

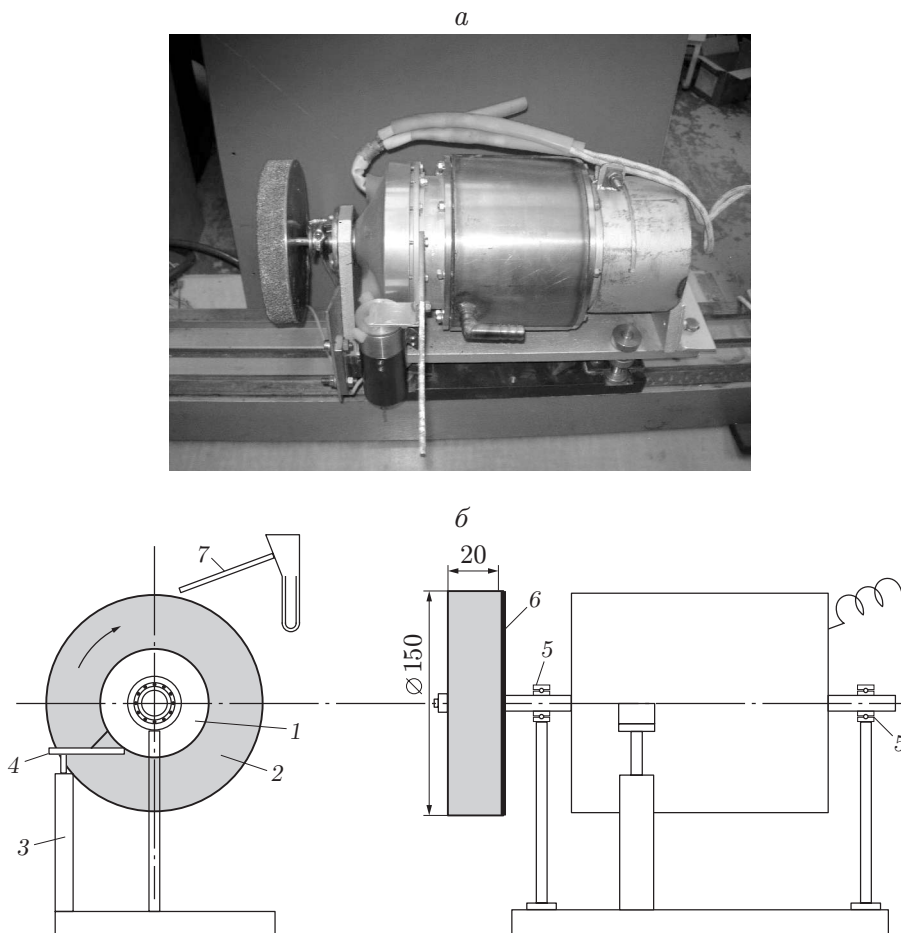


Рис. 4. Экспериментальная установка для исследования вращающихся тел из ЯПМ: *a* — внешний вид; *б* — схема установки: 1 — электродвигатель; 2 — ячейисто-пористый диск; 3 — силоизмерительный элемент; 4 — рычаг; 5 — шарикоподшипниковые опоры; 6 — непроницаемая стенка; 7 — насадок полного давления

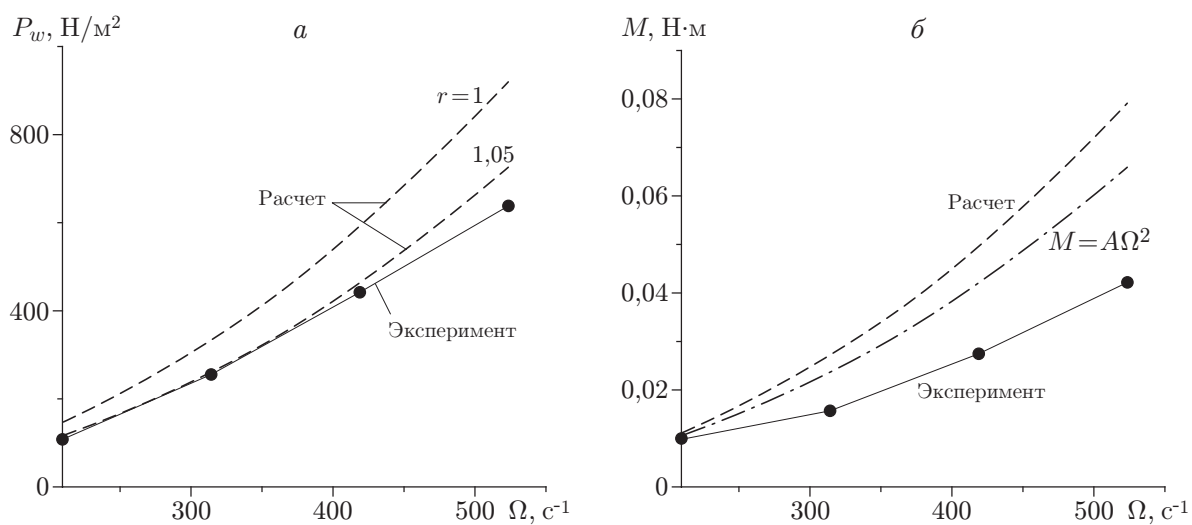


Рис. 5. Зависимости скоростного напора в азимутальном направлении (*a*) и момента сил вращения (*б*) от угловой скорости вращения диска

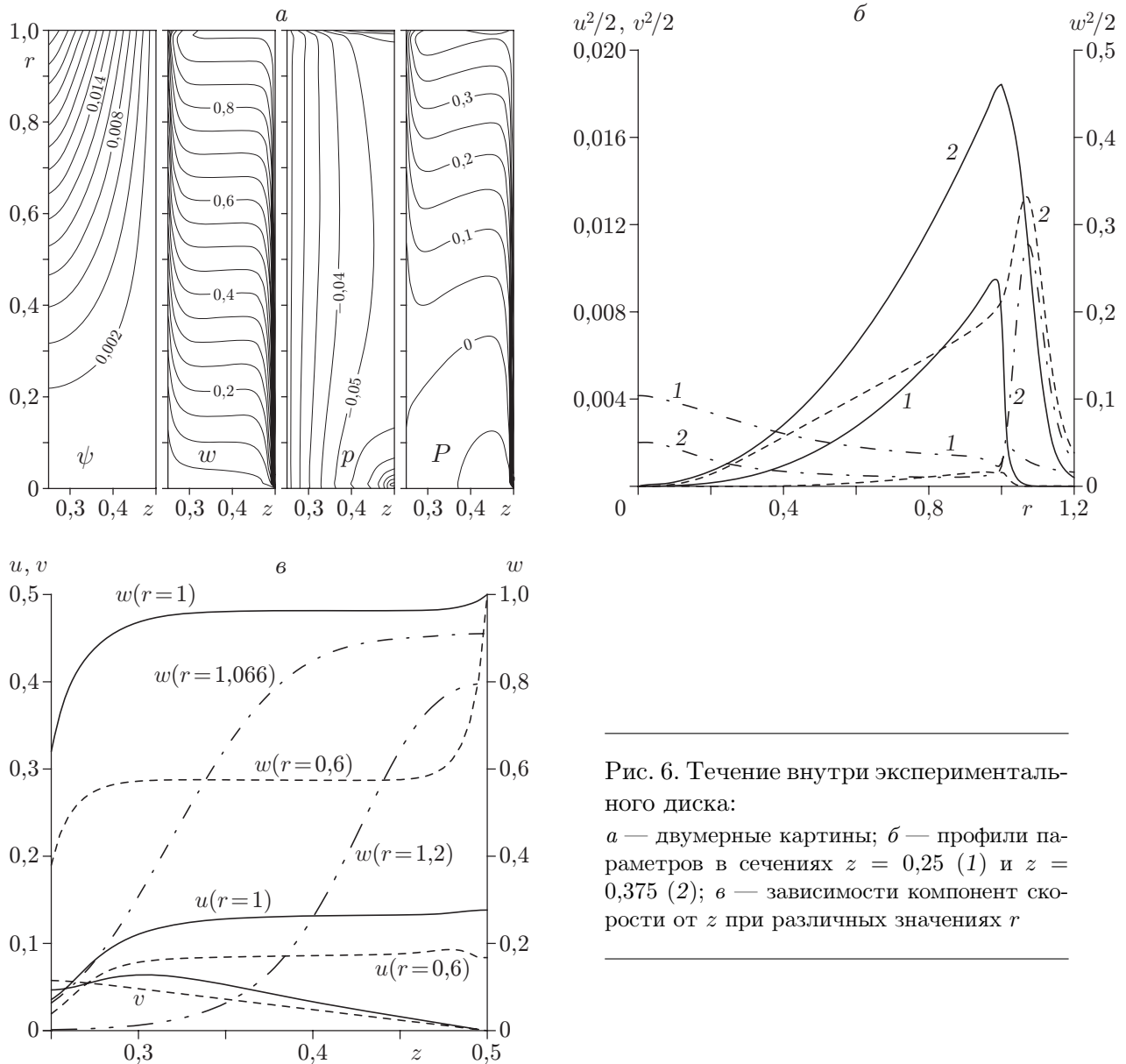


Рис. 6. Течение внутри экспериментального диска:
 а — двумерные картины; б — профили параметров в сечениях $z = 0,25$ (1) и $z = 0,375$ (2); в — зависимости компонент скорости от z при различных значениях r

принимается двучленная формула [5] $\Delta p/h = \alpha_0 u + \beta_0 u^2$, а приведенные в [5] экспериментальные значения коэффициентов образца № 38 $\alpha_0 = 2 \cdot 10^7 \text{ м}^{-2}$, $\beta_0 = 690 \text{ м}^{-1}$ позволяют определить значения $L = \alpha_0 \nu / \Omega = 1,5\omega$, где ν — кинематическая вязкость газа, $\omega = \Omega_0 / \Omega$, $\Omega_0 = 2000 \text{ об/мин}$, $K = \beta_0 R = 51,5$. Другие параметры расчетов принимались в соответствии с данными эксперимента: $R = 0,075 \text{ м}$, $z_0 = z/R = 0,25$, $\rho_0 = 1,3 \text{ кг/м}^3$. Расчет проводился в открытой области $0 \leq z \leq 0,5$, $0 \leq r \leq 1,5$ с граничными условиями (4), пористое тело размером $0,25 \leq z \leq 0,5$, $0 \leq r \leq 1$. На твердой непроницаемой подложке ставились условия: $w = r$, $\partial u / \partial z = 0$.

Результаты расчетов приведены на рис. 6. На рис. 6,а показаны двумерные картины течения в виде изолиний основных параметров, а на рис. 6,б,в — профили скоростного напора в различных направлениях и компонент скорости в различных сечениях внутри и в окрестности вращающегося тела при $\omega = 1$ ($\Omega = 2000 \text{ об/мин}$). На рис. 6,б видно, что основной вклад в полный скоростной напор вносит азимутальная составляющая w , а две

остальные компоненты скорости (отнесенные на графике к левой оси) относительно малы. Также на рис. 6, б, в видно, что в среднем сечении ($z = 0,25$) максимальные значения азимутальных компонент скорости и скоростного напора достигаются на боковой поверхности цилиндра, а при удалении от поверхности ($r > 1$) их значения быстро убывают. При этом также резко увеличивается диапазон изменения w вдоль оси (см. рис. 6, в). Сравнение расчетных значений азимутальной составляющей скоростного напора $P_w = 0,5\rho_0 R^2 \Omega^2 w^2$ и измеренных вблизи боковой поверхности в средней части диска представлено на рис. 5, а. Расчетные данные (штриховые линии) приведены для значений $r = 1$ и $r = 1,05$ (что соответствует расстоянию от поверхности в 3,75 мм) и отвечают квадратичной зависимости от угловой скорости вращения. Экспериментальная кривая близка к расчетной при $r = 1,05$ и $\Omega < 400 \text{ с}^{-1}$ (до 4000 об/мин), но при увеличении числа оборотов несколько отклоняется от нее.

Расчетные значения момента $M = \rho_0 R^5 \Omega^2 \int_{0,25}^{0,5} \int_0^1 2\pi r^2 f_\theta dr dz$ хорошо согласуются с

экспериментальными при $\Omega = 2000$ об/мин (около 200 с^{-1} , см. рис. 5, б), но с увеличением Ω данные несколько расходятся. Анализ формулы сопротивления также приводит к степенной зависимости силы и момента от Ω с показателем 2 при больших значениях Ω . Соответствующая кривая $M = A\Omega^2$, проходящая через первую экспериментальную точку, показана штрихпунктирной линией на рис. 5, б. Расхождение при больших Ω может быть обусловлено как погрешностью экспериментов, так и недостаточным учетом всех факторов в расчетах (в частности, пренебрегалось объемом гайки, частично перекрывающей входное сечение). В рамках принятых допущений согласование экспериментальных и расчетных данных можно считать удовлетворительным.

Заключение. В работе проведено теоретическое и экспериментальное исследование течений внутри тел из ячеисто-пористых материалов при их вращении с высокими угловыми скоростями.

В рамках теоретической модели, основанной на принципах механики сплошной среды, развита численная технология исследования сопряженных внутренних и внешних течений несжимаемого газа внутри и вблизи быстро вращающихся тел из ячеисто-пористых материалов. Численный алгоритм основан на применении явной конечно-разностной схемы Аракавы, итерационного метода для функции тока и процедуры вложенных усреднений для получения устойчивых решений методом установления. Численный метод протестирован на двух задачах, где установлены сходимость и устойчивость численного решения. Показана достоверность результатов расчетов в сравнительно небольшом открытом объеме с подходящими “мягкими” условиями на входе и выходе.

Проведен анализ влияния управляющих параметров задачи на картины и типы течения. Выявлено влияние направления скорости входного потока и относительной длины цилиндра на характер внутреннего течения. Показана возможность реализации течений с участком втекания на боковой поверхности вращающегося цилиндрического тела. Установлено влияние параметра сопротивления и геометрических соотношений на расход жидкости через пористое тело и момент силы вращения.

Приведены данные экспериментальных исследований: измерения момента и скоростного напора для вращающегося диска из ячеисто-пористого материала на твердой подложке. Расчет на основе численного моделирования картины течения внутри и вне аналогичного образца в рамках предложенных модели и численного алгоритма показал удовлетворительное соответствие по зависимости локальных и интегральных характеристик от угловой скорости вращения.

Математическую модель и численный метод можно развить для исследования неизотермических течений. Учитывая, что уравнение для температуры в приближении Буссинеска подобно уравнению для вихря, оно также может решаться в рамках разработанного численного алгоритма.

Авторы выражают благодарность А. Д. Фролову и А. Я. Коротких за получение экспериментальных данных и З. Р. Исмагилову за предоставленный диск из ячеисто-пористого материала.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Baev V. K., Fomin V. M.** Main ideas of interdisciplinary projects of new types of energy-transducing facilities // Proc. of the Intern. conf. on methods of aerodynamic research, Novosibirsk, Russia, 28 June — 3 July, 2004. Novosibirsk: Publishing House “Nonparallel”, 2004. Pt I. P. 26–29.
2. **Баев В. К., Фомин В. М.** Многофункциональные машины с дисковыми роторами // Науч.-практ. конф. “Энергосбережение и обеспечение экологической безопасности на промышленных предприятиях”, С.-Петербург, Россия, 26–28 мая 2004. СПб.: С.-Петерб. электротехн. компания, 2004. С. 7–9.
3. **Baev V. K., Minaev S. S.** Characteristics of the flow around and inside of the rotating porous disk // Book of abstracts of advanced fluid information and transdisciplinary fluid integration. Sendai (Japan): Tohoku University, 2004. P. 238–241.
4. **Федоров А. В., Фомин В. М., Хмель Т. А.** Математическое моделирование течений внутри вращающихся тел из ячеисто-пористых материалов // ПМТФ. 2005. Т. 46, № 6. С. 78–85.
5. **Беклемышев А. М.** Особенности закона сопротивления высокопористых ячеистых материалов // Республиканский инж.-техн. центр порошковой металлургии с НИИ проблем порошковой технологии и покрытий и опытным производством. Пермь, 1996. Деп. в ВИНТИ 09.07.96, № 2265-В96.
6. **Пупыкина Т. А.** Численный расчет невязкого МГД-обтекания тел сложной формы // Численные методы механики сплошной среды. 1985. Т. 16, № 4. С. 95–110.
7. **Роуч П.** Вычислительная гидродинамика. М.: Мир, 1980.
8. **Жиляев М. И., Пупыкина Т. А.** Модификация схемы центральных разностей для расчета двумерных невязких течений в силовых полях // Численные методы механики сплошной среды. 1983. Т. 14, № 3. С. 65–75.

*Поступила в редакцию 9/II 2005 г.,
в окончательном варианте — 24/III 2005 г.*