

## О НАНЕСЕНИИ ВЫСОКОВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ НА ДВИЖУЩУЮСЯ ПОДЛОЖКУ

УДК 678.027:532.522

В. М. Шаповалов

Волжский политехнический институт Волгоградского государственного  
технического университета, 404121 Волгоград

Проблеме статического равновесия нерастяжимой тяжелой нити посвящена задача о форме, принимаемой тросом змейкового аэростата под действием ветра [1]. В [2] рассмотрена задача об условиях равновесия шаровой мины, поставленной на течении. Анализ широкого спектра физических явлений, характерных для динамики свободных струй и пленок капельных жидкостей, дан в [3]. Из последних работ, посвященных динамическим явлениям в прямолинейных струях, можно отметить [4]. Статическое равновесие изогнутой струи вязкоупругой жидкости впервые было проанализировано в [5]. Характерные для этого течения физические эффекты исследованы в [6–8].

В данной работе в длинноволновом приближении изучается влияние условий течения на кинематические характеристики стационарной гравитационно изогнутой струи. В результате численного анализа линеаризованной задачи о малых возмущениях струи определена область устойчивого течения. Полученные результаты можно использовать при формировании пленок из расплавов [9] и растворов [10] полимеров методом «полива» на движущуюся подложку или вращающийся барабан. Кроме того, рассматриваемое течение имеет место в технологии светочувствительных материалов. Интенсификация этих процессов, а также повышение качества получаемых пленок (например, устранение продольной разнотолщинности) требуют понимания закономерностей при течении гравитационно изогнутой натянутой струи.

**1. Постановка задачи.** Схема течения и система координат представлены на рис. 1. Из плоской щели 1 непрерывно выдавливается струя высоковязкой жидкости с начальной скоростью, однородной по ширине щели. Ниже формирующего устройства в горизонтальном направлении (неровностью поверхности и кривизной барабана пренебрегаем) с постоянной скоростью  $v_1$  перемещается плоская подложка 2. В момент касания струей поверхности деформации в струе прекращаются и жидкость приобретает скорость  $v_1$ . Затягиванием воздуха в зазор между жидкостью и подложкой [11] пренебрегаем.

Начало декартовой системы координат помещено в центре сечения струи, где закончился процесс перестройки профиля скорости. Ось  $x$  горизонтальна,  $y$  вертикальна. Координаты  $x$  и  $y$  характеризуют положение срединной поверхности. Штрихпунктирной линией обозначена срединная поверхность, протяженность которой характеризует  $s$ . Изгиб происходит в плоскости  $xy$ . Значения  $x = l$ ,  $y = -h$  отвечают «точке прилипания» струи к поверхности. Физическая точка контакта находится ниже на половину конечной толщины струи. Текущее сечение струи имеет толщину  $\delta$  и ширину  $b$ , а нормальное сечение струи в начале координат — форму прямоугольника с размерами сторон  $b_0$  и  $\delta_0$ .

Изучение течения жидкости в струе ведется с использованием квазиодномерного описания в пренебрежении инерционной, капиллярной и аэродинамической (трение о воздух) силами по сравнению с вязкой. Толщина струи мала в сравнении с ее длиной, поэтому изгибающий момент незначителен. Рассматриваем срединную поверхность струи как одномерный материальный континуум (параметры усредняются по толщине и ширине струи).

В результате имеем

$$\frac{\partial b\delta}{\partial t} + \frac{\partial b\delta v}{\partial s} = 0, \quad \frac{\partial}{\partial s}(b\delta\sigma_{11} \cos \varphi) = 0, \quad \frac{\partial}{\partial s}(b\delta\sigma_{11} \sin \varphi) = b\delta\rho g, \quad \frac{\partial y}{\partial s} = \sin \varphi, \quad \frac{\partial x}{\partial s} = \cos \varphi. \quad (1.1)$$

Начальные и граничные условия для уравнений (1.1) следующие:

$$\begin{aligned} t = 0: \quad & \delta = \delta_*(s), \quad v = v_*(s), \quad y = y_*(s), \quad x = x_*(s), \\ t > 0: \quad & x = 0, \quad y = 0, \quad v = v_0, \quad \varphi = \varphi_0, \quad \delta = \delta_0, \quad s = 0, \\ t > 0: \quad & x = l, \quad y = -h, \quad v = v_1, \quad \varphi = 0, \quad s = s_+. \end{aligned} \quad (1.2)$$

Здесь  $t$  — время;  $\varphi$  — угол между касательной к траектории струи и горизонталью;  $\rho$  — плотность жидкости;  $g$  — ускорение силы тяжести;  $v$  — скорость;  $\varphi_0$  — начальный угол;  $s_+$  — общая длина невозмущенной струи;  $v_0$  — начальная скорость. В общем случае величины  $v_0, h, v_1, s_+, l, \varphi_0, \delta_0$  могут быть функциями времени.

Первое уравнение (1.1) — уравнение неразрывности, второе и третье — проекции уравнения количества движения, четвертое и пятое — геометрические соотношения. В случае круглой струи в (1.1) достаточно заменить  $b\delta$  на  $\pi r^2$  ( $r$  — радиус струи).

Для замыкания задачи необходимо определить растягивающие напряжения. Считаем, что скорости деформации незначительны и свойства жидкости можно охарактеризовать ньютоновским законом  $\sigma = -p\delta + 2\eta d$ , где  $p$  — изотропное давление;  $\eta$  — вязкость;  $\delta$  — метрический тензор;  $\sigma, d$  — тензоры напряжений и скоростей деформаций.

Компоненты тензора напряжений обозначим через  $\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}$  (индекс 1 отвечает орту касательной к оси струи, 2 — орту бинормали, 3 — орту нормали). В пренебрежении трением о воздух на поверхности струи высоковязкой капельной жидкости в случае длинноволновых возмущений напряжения  $\sigma_{21}$  и  $\sigma_{31}$  в струе пренебрежимо малы в сравнении с осевым напряжением  $\sigma_{11}$ :  $\sigma_{21} = O(\varepsilon\sigma_{11}), \sigma_{31} = O(\varepsilon\sigma_{11}), \varepsilon \sim \delta_0/s_+ \ll 1$ . Малость касательных напряжений указывает на то, что жидкое сечение струи остается плоским при ее изгибе. Поэтому жидкий параллелепипед, мысленно вырезанный из струи прямоугольного сечения, при ее изгибе поворачивается и растягивается вдоль оси струи  $s$ , сохраняя прямоугольное сечение. Эта картина не меняется с ростом амплитуды возмущений до тех пор, пока сохраняется длинноволновый характер движения и на струе не возникают локально участки большой кривизны, что имеет место лишь для очень больших амплитуд возмущений.

Для течения плоской струи с укладкой на движущуюся поверхность, например на вращающийся барабан, характерен «ширительный» эффект, который проявляется в увеличении ширины струи с уменьшением длины зоны течения и обусловлен силами трения между жидкостью и поверхностью [12]. В условиях одноосной вытяжки  $\sigma_{22} = \sigma_{33} = 0$  и поперечная деформация жидкого сечения изотропна (поперечные сечения геометрически подобны). Ширина струи не будет изменяться лишь в случае, если к ее краям приложить внешнее напряжение  $\sigma_{22} = \sigma_{11}/2$ . Влияние на течение трения струи о поверхность барабана в [13] предложено имитировать приложением к ее краям растягивающих напряжений, т. е.  $\sigma_{33} = 0, \sigma_{22} = \psi\sigma_{11}$ , где  $\psi$  — коэффициент, зависящий от размеров зоны течения ( $0 \leq \psi \leq 0,5$ ).

В общем случае реодинамика плоской струи характеризуется соотношениями  $d_{11} = v' = dv/ds, d_{22} = v'(2\psi - 1)/(2 - \psi), d_{33} = v'(1 + \psi)/(\psi - 2), p = 2\eta v'(1 + \psi)/(\psi - 2), \sigma_{11} = 6\eta v'/(2 - \psi)$ . Согласно [13], при  $s_+ > b_0$  имеет место одноосное течение ( $\psi = 0$  и  $\sigma_{11} = 3\eta v'$ ). Для технологических процессов [9, 10] характерны относительно короткие струи ( $s_+ \ll b_0$ ), поэтому далее полагаем  $\sigma_{11} = 4\eta v', b = b_0, \psi = 0,5$ .

**2. Стационарное течение.** В условиях стационарного течения ( $\partial/\partial t = 0$ ) уравнение неразрывности сводится к соотношению  $v_0\delta_0 = v\delta$ . Выбирая в качестве масштабов для  $\delta,$

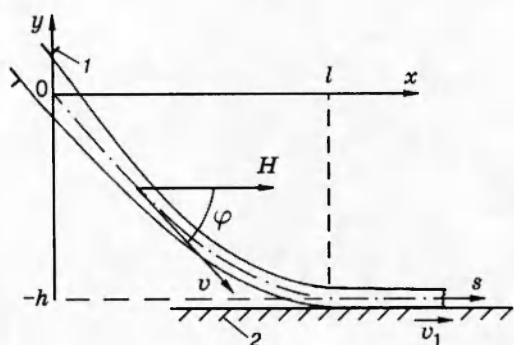


Рис. 1

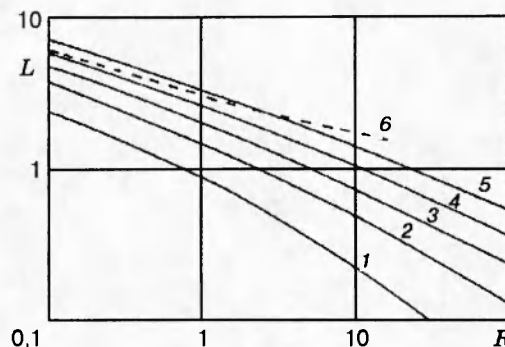


Рис. 2

$v$ ,  $t$  и линейных размеров соответственно  $\delta_0$ ,  $v_0$ ,  $h/v_0$  и  $h$ , запишем задачу (1.1), (1.2) в безразмерной форме:

$$\bar{\delta}V = 1, \quad \frac{d}{d\bar{s}} \left( \bar{\delta} \frac{dV}{d\bar{s}} \cos \varphi \right) = 0, \quad \frac{d}{d\bar{s}} \left( \bar{\delta} \frac{dV}{d\bar{s}} \sin \varphi \right) = R\bar{\delta}, \quad \frac{dY}{d\bar{s}} = \sin \varphi, \quad \frac{dX}{d\bar{s}} = \cos \varphi,$$

$$X = 0: \quad Y = 0, \quad V = 1, \quad \varphi = \varphi_0, \quad \bar{\delta} = 1, \quad \bar{s} = 0, \quad (2.1)$$

$$X = L: \quad Y = -1, \quad V = K, \quad \varphi = 0, \quad \bar{s} = \bar{s}_+.$$

Введем следующие безразмерные параметры:

$$\bar{\delta} = \frac{\delta}{\delta_0}, \quad V = \frac{v}{v_0}, \quad \bar{\kappa} = \frac{v_1}{v_0}, \quad \bar{\kappa} = \frac{\rho g h^2}{4\eta v_0}, \quad \tau = \frac{t v_0}{h}, \quad \{X, Y, L, \bar{s}, \bar{s}_+\} = \{x, y, l, s, s_+\}/h. \quad (2.2)$$

Согласно второму уравнению в (2.1), горизонтальная составляющая натяжения постоянна по длине струи ( $(V^{-1}dV/ds) \cos \varphi = H$ ,  $H = \text{const}$  (рис. 1)).

Решение задачи (2.1) может быть представлено в параметрической форме:

$$(1 - 1/V)R/H^2 = 0,5[T(\varphi) - T(\varphi_0)], \quad T(\varphi) = \text{tg } \varphi \sec \varphi + \ln |\sec \varphi + \text{tg } \varphi|,$$

$$\frac{XR}{H} = \int_{\varphi_0}^{\varphi} \frac{V d\varphi}{\cos \varphi}, \quad \frac{YR}{H} = \int_{\varphi_0}^{\varphi} \frac{V \text{tg } \varphi d\varphi}{\cos \varphi}, \quad \frac{\bar{s}R}{H} = \int_{\varphi_0}^{\varphi} \frac{V d\varphi}{\cos^2 \varphi}. \quad (2.3)$$

При заданных  $K$ ,  $\varphi_0$  постоянные  $R$ ,  $H$ ,  $L$ ,  $\bar{s}_+$  находятся из соотношений

$$R = -\frac{2(K-1)}{KT(\varphi_0)} \left( -\int_{\varphi_0}^0 \frac{V \sin \varphi d\varphi}{\cos^2 \varphi} \right)^2, \quad 2R(K-1) = -H^2 KT(\varphi_0),$$

$$\frac{LR}{H} = \int_{\varphi_0}^0 \frac{V d\varphi}{\cos \varphi}, \quad \frac{R}{H} = -\int_{\varphi_0}^0 \frac{V \text{tg } \varphi d\varphi}{\cos \varphi}, \quad \frac{\bar{s}_+ R}{H} = \int_{\varphi_0}^0 \frac{V d\varphi}{\cos^2 \varphi}. \quad (2.4)$$

Результаты анализа (2.4) представлены на рис. 2 в виде зависимости  $L$  от  $R$  при  $K = 2; 4; 8; 16; 32$  (кривые 1-5, а 6 — бифуркационная кривая (см. п. 3)). Расстояние до точки контакта струи с поверхностью барабана возрастает с увеличением  $K$  и уменьшением  $R$ . Зависимость  $L(R, K)$  носит монотонный характер, точек экстремума нет. Условие  $H > 0$  выполняется при  $K > 1$ . Исследована область  $2 \leq K \leq 256$ ,  $-\pi/12 \geq \varphi_0 \geq -\pi/2 + 0,05$ ,  $10^{-3} \lesssim R \lesssim 10^3$ ,  $0,2 \lesssim H \lesssim 2$ .

Анализ (2.3) показал, что характер распределения осевой скорости по длине струи существенно зависит от  $R$ . Так, при больших  $R$  интенсивное растяжение происходит на

начальном «вертикальном» участке струи, а при малых — в конце зоны течения, в окрестности точки контакта.

При  $\varphi = -\pi/2$  решение задачи имеет бесконечный разрыв, обусловленный множителем  $\sec \varphi$  в уравнениях (2.3), (2.4), поэтому область стационарных конфигураций струи ограничена сектором  $-\pi/2 < \varphi < 0$ . Возможно, это ограничение обусловлено неучетом в исходных уравнениях (1.1) изгибающего момента.

**3. Численное исследование устойчивости.** Известно [3, 4], что при вытягивании прямолинейной струи, например, в процессе формования синтетических волокон течение теряет устойчивость, когда кратность вытяжки достигает критической величины; возникают периодические колебания радиуса, натяжения и скорости. Это явление получило название «резонанса при вытягивании». Стационарное изотермическое течение неустойчиво, если кратность вытяжки превосходит критическое значение, равное 20,22. Потеря устойчивости сопровождается рождением цикла — возбуждением автоколебаний.

В замкнутой системе самопроизвольное нарастание интенсивности колебаний может быть при наличии внешнего источника энергии. Энергия струе передается от отборного устройства — поступательно движущейся подложки. Возникновение автоколебаний с возрастающей амплитудой характерно для систем с положительной обратной связью. При любом возмущении струи информация об изменении выходного сечения возвращается в зону течения в форме синхронно изменяющегося по времени и однородного по длине (игнорируются капиллярные и инерционные силы) тянущего усилия. Пульсации тянущего усилия оказывают модулирующее воздействие на динамические процессы в струе. В результате усиливаются колебания, период которых близок к времени пребывания жидкой частицы в зоне течения.

Тянущее усилие пропорционально произведению площади поперечного сечения на градиент скорости деформации на выходе. В случае прямолинейной струи вязкой жидкости градиент скорости деформации в точке отбора принимает наибольшее значение (экспоненциальное распределение осевой скорости). Любой способ снижения градиента скорости в точке отбора (неизотермичность, дилатансия) расширяет область устойчивого течения. В случае изогнутой струи дополнительная степень свободы изменяет ее динамические свойства.

Введем малые возмущения толщины, скорости, угла наклона и вертикальных отклонений:

$$\begin{aligned} \bar{\delta} &= \bar{\delta}_*(\bar{s})[1 + \alpha(\tau, \bar{s})], & V &= V_*(\bar{s})[1 + \beta(\tau, \bar{s})], \\ \varphi &= \varphi_*(\bar{s}) + \gamma(\tau, \bar{s}), & Y &= Y_*(\bar{s}) + \xi(\tau, \bar{s}), & \max(\alpha, \beta, \gamma, \xi) &\ll 1. \end{aligned} \quad (3.1)$$

Здесь и ниже звездочкой обозначены величины, соответствующие стационарному течению; ось  $\bar{s}$  «вморожена» в невозмущенную струю.

Для момента  $\tau = 0$  невозмущенное течение описывается задачей

$$\begin{aligned} \bar{\delta}_* V_* &= 1, & \frac{d\varphi_*}{d\bar{s}} &= \frac{R \cos^2 \varphi_*}{H V_*}, & \frac{dV_*}{d\bar{s}} &= \frac{H V_*}{\cos \varphi_*}, & \frac{dY_*}{d\bar{s}} &= \sin \varphi_*, \\ \bar{s} = 0: & \varphi_* = \varphi_{*0}, & V_* &= 1, & Y_* &= 0, & \bar{s} = \bar{s}_+: & \varphi_* = 0, & V_* &= K, & Y_* &= -1. \end{aligned} \quad (3.2)$$

Рассмотрев совместно (1.1), (1.2), (2.2), (3.1), (3.2) и выполнив линеаризацию, получим уравнения для отклонений:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \alpha}{\partial \tau} + V_* \frac{\partial \alpha}{\partial \bar{s}} + V_* \frac{\partial \beta}{\partial \bar{s}} &= 0, & \beta R \cos \varphi_* + \frac{H V_*}{\cos \varphi_*} \frac{\partial \gamma}{\partial \bar{s}} + \frac{R \cos^2 \varphi_*}{H} \frac{\partial \beta}{\partial \bar{s}} + \gamma R \sin \varphi_* &= 0, \\ \sin \varphi_* \frac{\partial^2 \beta}{\partial \bar{s}^2} + \left( \frac{R \cos^3 \varphi_*}{H V_*} + H \operatorname{tg} \varphi_* \right) \frac{\partial \beta}{\partial \bar{s}} + H \operatorname{tg} \varphi_* \frac{\partial \alpha}{\partial \bar{s}} + H \frac{\partial \gamma}{\partial \bar{s}} + \frac{R}{V_*} \gamma &= 0, & \frac{\partial \xi}{\partial \bar{s}} &= \gamma \cos \varphi_*. \end{aligned} \quad (3.3)$$

Граничные условия для отклонений ( $\tau > 0$ ) следующие:

$$\bar{s} = 0: \quad \alpha = \beta = \xi = 0, \quad \gamma = \gamma_0, \quad \partial\beta/\partial s = \beta'_0, \quad s = \bar{s}_+: \quad \beta = \xi = 0. \quad (3.4)$$

Возмущения малы по величине ( $|\xi| \ll 1$  при  $\bar{s} \rightarrow \bar{s}_+$ ), поэтому полагаем, что точка контакта струи с твердой поверхностью в динамических режимах не изменяет своего положения:  $X(\tau, \bar{s}_+) = L = \text{const}$ ,  $\bar{s}_+ = \text{const}$ . Уравнения (1.1) построены по безмоментной теории, поэтому условия сопряжения осей на концах струи  $\gamma(s=0) = \gamma(s=s_+) = 0$  здесь неправомерны.

Представим возмущения в виде  $\{\alpha, \beta, \gamma, \xi\} = \{A, B, C, E\} \exp(\lambda\tau)$ , где  $A(s)$ ,  $B(s)$ ,  $C(\bar{s})$ ,  $E(s)$  — собственные функции задачи;  $\lambda$  — собственное значение.

Из совместного рассмотрения (3.2)–(3.4) для собственных функций получим задачу

$$\begin{aligned} A' &= -B' - \lambda A/V_*, & C' &= -\frac{K \cos \varphi_*}{H V_*} \left( B \cos \varphi_* + \frac{\cos^2 \varphi_*}{H} B' + C \sin \varphi_* \right), \\ B'' &= \frac{\lambda H}{V_* \cos \varphi_*} A + \frac{R}{V_*} \left( C \cos \varphi_* - B \sin \varphi_* \right), & E' &= C \cos \varphi_*, \end{aligned} \quad (3.5)$$

$$\bar{s} = 0: \quad A = B = E = 0, \quad C = C_0, \quad B' = B'_0, \quad \bar{s} = \bar{s}_+: \quad B = E = 0.$$

Здесь штрих означает производную по  $\bar{s}$ .

Пользуясь тем, что собственные функции определены с точностью до произвольного множителя, можно без ограничения общности положить  $B'_0 = 1$ .

Анализ задачи (3.5) выполнен численным методом. Значения функций  $V_*(\bar{s})$ ,  $\varphi_*(\bar{s})$  на дискретном множестве точек находились из решения стационарной задачи (3.2) (методом Рунге — Кутты), а параметры  $H$ ,  $\bar{s}_+$ ,  $R$  для предварительно заданных  $K$  и  $\varphi_{*0}$  — из соотношений (2.4) (методом Симпсона).

Задав какие-либо значения  $\lambda$  и  $C_0$ , решим задачу Коши (3.5) и определим функции  $B(\bar{s}_+)$ ,  $E(\bar{s}_+)$ . Если заданное значение  $\lambda$  совпадает с собственным числом задачи, то решение задачи Коши удовлетворяет также условиям  $B(\bar{s}_+) = E(\bar{s}_+) = 0$ . Задача решалась методом Рунге — Кутты четвертого порядка. Собственное значение  $\lambda$ , обеспечивающее выполнение условий в точке отбора, находилось в комплексной плоскости ( $\lambda = \lambda_r + i\lambda_i$ ) итерациями с использованием метода парабол.

Из спектра собственных чисел выбирался наименьший по модулю корень, отвечающий одной длине волны возмущений  $\text{Re}(B)$  и  $\text{Re}(E)$  на всю струю. В качестве теста взято малое гравитационное провисание, близкое к течению прямолинейной струи с экспоненциальным распределением осевой скорости. Так, при  $\varphi_{*0} = -\pi/48$ ,  $R = 2,1 \cdot 10^{-4}$ ,  $\bar{s}_+ = 54,4$  с увеличением  $K$  потеря устойчивости происходила при  $K = K^0 = 20,27$ , причем нейтральные колебания имели частоту  $\lambda = \pm i\lambda_i = \pm i \cdot 0,2578$ , где  $\lambda_i = \omega^0 h/v_0$ ,  $\omega^0$  — частота. Полученные значения хорошо согласуются с результатами для прямолинейной струи [4]:  $K^0 = 20,22$  и  $\lambda_i = \pm 0,693$  (в [4] применялся масштаб частоты  $v_1/l$ ).

С увеличением гравитационного параметра  $R$  критическое значение кратности повышается и возрастает собственная частота. В исследованной области зависимости  $K^0(R)$ ,  $\lambda_i(R)$  имели монотонно возрастающий характер. С увеличением  $R$  расчетная схема теряла устойчивость. Параметры на границе исследованной области следующие:  $\varphi_{*0} = -1,208$ ,  $K^0 = 79,65$ ,  $R = 17,22$ ,  $\bar{s}_+ = 1,83$ ,  $\lambda_i = \pm 18,9$ .

С учетом того, что параметры  $R$  и  $K$  однозначно характеризуют течение, на рис. 2 представлена полученная из расчетов зависимость критической кратности от гравитационного параметра (кривая б). Бифуркационная (нейтральная) кривая отделяет зону устойчивых течений с  $\text{Re}(\lambda) < 0$  от зоны неустойчивых течений с  $\text{Re}(\lambda) > 0$ , в которой возникают автоколебания нарастающей амплитуды. Область устойчивых течений находится левее и ниже бифуркационной кривой.

Если в технологическом процессе, связанном с укладкой плоской высоковязкой струи,  $K < K^0 = 20,22$ , то независимо от высоты  $h$  (параметра  $R$ ) течение будет устойчивым. При формировании плоских полимерных пленок параметры могут варьироваться в следующих пределах [10]:  $0,1 \lesssim R \lesssim 2$  и  $10 \lesssim K \lesssim 50$ . Поскольку кратность  $K$  определяет толщину получаемой пленки и в технологическом процессе фиксирована, устойчивость течения можно обеспечить изменением  $R$ . Например, пусть  $K = 32$ . Согласно рис. 2, линия  $K = 32$  пересекает бифуркационную кривую в точке  $R = 1,6$ . Следовательно, течение в условиях  $R < 1,6$  (сравнительно малое расстояние между насадком и подложкой  $h$ ) будет неустойчивым. Но увеличение расстояния  $h$  (так, чтобы  $R > 1,6$ ) устраняет автоколебания.

Таким образом, гравитационная изогнутость струи повышает ее устойчивость к возникновению автоколебаний. Повышение устойчивости с увеличением  $R$  (расстояния между насадком и подложкой) обусловлено снижением растягивающих напряжений в точке отбора за счет более интенсивного течения на начальном участке под действием собственного веса. Полученный результат согласуется с данными [14] о стабилизирующем влиянии собственного веса для вертикальной прямолинейной струи при течении сверху вниз.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Кочин Н. Е. Собр. соч. М.; Л.: Изд-во АН СССР, 1949. Т. 2. С. 536–548.
2. Крылов А. Н. О равновесии шаровой мины на течении // Изв. по минному делу. 1909. Вып. 44. С. 14–108.
3. Ентов В. М., Ярин А. Л. Динамика свободных струй и пленок вязких и реологически сложных жидкостей // Итоги науки и техники. Механика жидкости и газа. М.: ВИНТИ, 1984. Т. 18. С. 112–197.
4. Ярин А. Л. О возникновении автоколебаний при формировании волокон // ПММ. 1983. Т. 47, вып. 1. С. 82–88.
5. Ентов В. М., Махкамов С. М., Мукук К. В. Об одном эффекте нормальных напряжений // Инж.-физ. журн. 1978. Т. 34, № 3. С. 514–518.
6. Шаповалов В. М. Бифуркация напряжений при элонгационном течении свободной струи упруговязкой жидкости // Инж.-физ. журн. 1991. Т. 60, № 2. С. 341–342.
7. Шаповалов В. М. Влияние различных факторов на элонгационное течение свободной струи. М., 1994. Деп. в ВИНТИ 13. 04. 94, № 885-В95.
8. Шаповалов В. М. Нестационарные режимы течения непрямолинейной натянутой струи полимера // Изв. РАН. МЖГ. 1995. № 3. С. 47–54.
9. Гуль В. Е., Дьяконова В. П. Физико-химические основы производства полимерных пленок: Учеб. пособие для вузов. М.: Высш. шк., 1978.
10. Фридман М. Л. Технология переработки кристаллических полиолефинов. М.: Химия, 1977.
11. Дерягин Б. В., Леви С. М.. Физикохимия нанесения тонких слоев на движущуюся подложку. М.: Изд-во АН СССР, 1959.
12. Мжельский А. И. Анализ одноосной вытяжки на валковых устройствах // Реология, процессы и аппараты химической технологии. Волгоград, 1987. С. 81–86.
13. Шаповалов В. М., Тябин Н. В. Реодинамика элонгационного течения плоской полимерной струи при вытяжке пленки // Инж.-физ. журн. 1981. Т. 41, № 6. С. 1027–1031.
14. Высокоскоростное формирование волокон / Под ред. А. Зябицкого, Х. Каваи. М.: Химия, 1988.

Поступила в редакцию 19/IX 1995 г.,  
в окончательном варианте — 5/XII 1995 г.