

ЛИТЕРАТУРА

1. Ремли М. и др. II Женевская конференция. М., Атомиздат, 1958, т. 3.
2. Сизов А. Н., Колесов В. Ф. К динамике гомогенных водных импульсных реакторов.— «Атомная энергия», 1973, т. 35, вып. 3.
3. Гаврилов Л. Р. Содержание свободного газа в жидкости и акустические методы его измерения. Обзор.— «Акуст. журн.», 1969, т. 15, № 3.
4. Капустина О. А. Газовый пузырек в звуковом поле малой амплитуды. Обзор.— «Акуст. журн.», 1969, т. 15, № 4.
5. Сизов А. Н. К вопросу о диффузии на подвижной границе маленького газового пузыря.— ТВТ, 1971, т. 9, № 6.
6. Plesset M. S., Zwick S. A. A nonsteady heat diffusion problem with spherical symmetry.— «J. Appl. Phys.», 1952, vol. 23, N 1.
7. Баканов С. П., Рухадзе А. А., Сандомирский В. Б. К теории расширения газового пузырька в вязкой жидкости.— «Инж.-физ. журн.», 1961, т. 4, № 7.
8. Александров Ю. А., Воронов Г. С., Делоне Н. Б., Нечаев Ю. И. Пузырьковые камеры. М., Госатомиздат, 1963.
9. Физические основы подводной акустики. Пер. с англ. Под редакцией В. Н. Мясищева. М., «Сов. радио», 1955.
10. Морс Ф. М., Фешбах Г. Методы теоретической физики, т. II. М., ИЛ, 1960.
11. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика сплошных сред. М., Гостехиздат, 1954.
12. Станюкович К. П. Неустановившиеся движения сплошной среды. М., «Наука», 1971.
13. Plesset M. S., Zwick S. A. The growth of vapor bubbles in superheated liquids.— «J. Appl. Phys.», 1954, vol. 25, N 4.
14. Нигматулин Р. И., Хабеев Н. С., Шаганов В. Ш. Об ударных волнах в жидкости с пузырьками газа.— «Докл. АН СССР», 1974, т. 214, № 4.

УДК 532.517.4

О БАЛАНСЕ ПУЛЬСАЦИОННОЙ ЭНЕРГИИ В РЕАГИРУЮЩИХ ТУРБУЛЕНТНЫХ ПОТОКАХ

В. Б. Либрович, В. И. Лисицын

(Москва)

Исследованию турбулентности при горении и распространении детонационных волн в газах было посвящено значительное количество теоретических и экспериментальных работ [1—8]. Внимание исследователей концентрировалось на выяснении существенных вопросов: каким образом турбулентное поле течения взаимодействует с кинетикой химической реакции, насколько при этом интенсифицируется процесс химического превращения и как деформируется сама турбулентность под влиянием тепловыделения и связанного с ним расширения газов. Было предложено несколько механизмов этих явлений, основанных на разных гипотезах относительно структуры зоны горения и определяющей стадии взаимодействия турбулентности с кинетикой химических реакций. В ряде работ [3—6] предлагался механизм генерирования турбулентности горением, основанный на том, что в турбулентном потоке присутствует слабо искривленное колеблющееся ламинарное пламя, создающее неравномерное поле течения газа, часть энергии которого переходит в энергию турбулентных пульсаций. Другие авторы [7—8] рассматривали объемные механизмы взаимодействия турбулентного поля с кинетикой химической реакции и предлагали критерии усиления турбулентности, основываясь на некоторых общих физических представлениях, например на условии усиления термогазокинетических колебаний, предложенном Рэлеем [9].

В данной работе для анализа этого вопроса вводится в рассмотрение общее уравнение баланса пульсационной энергии в реагирующих турбулентных потоках [10]. Согласно этому уравнению, пульсационная энергия может изменяться из-за обмена энергией между турбулентным движением и средним потоком газа, в результате работы по турбулентному переносу массы в поле ускорения среднего течения и из-за влияния пульсаций давления на скорость теплового расширения от химической реакции. В работе рассматривается и анализируется каждый из этих эффектов.

1. Будем исходить из уравнения движения и неразрывности сжимаемой вязкой жидкости

$$(1.1) \quad \frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_\alpha} [\rho u_i u_\alpha + p \delta_{i\alpha} - \sigma_{i\alpha}] = 0, \quad i, \alpha = 1, 2, 3;$$

$$(1.2) \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_\alpha} (\rho u_\alpha) = 0,$$

где ρ — плотность жидкости; u_i — компоненты скорости; p — давление; $\sigma_{i\alpha}$ — тензор вязких напряжений; t — время; x_α — координаты; $\delta_{i\alpha}$ — символ Кронекера; $\delta_{i\alpha} = 1$ при $i = \alpha$; $\delta_{i\alpha} = 0$ при $i \neq \alpha$. По повторяющимся индексам предполагается суммирование по всем координатам.

Представим все гидродинамические величины y в виде суммы осредненной в смысле математического ожидания составляющей $\langle y \rangle$ и пульсации y' . Используя свойства операции осреднения и проводя тождественные преобразования над уравнениями (1.1), (1.2), получим уравнение баланса пульсационной энергии в единице объема турбулентного потока [10–12] $\langle E \rangle$:

$$(1.3) \quad \begin{aligned} \frac{\partial \langle E \rangle}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_\alpha} [\langle E \rangle \langle u_\alpha \rangle + \langle E u'_\alpha \rangle + \langle p' u'_\alpha \rangle - \langle u'_i \sigma'_{i\alpha} \rangle] = \\ = - \left\langle \sigma'_{i\alpha} \frac{\partial u'_i}{\partial x_\alpha} \right\rangle + \left\langle p' \frac{\partial u'_i}{\partial x_i} \right\rangle - \langle \rho \rangle \langle u'_i u'_\alpha \rangle \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_\alpha} - \\ - \langle \rho' u'_i \rangle \langle u_\alpha \rangle \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_\alpha}, \quad \langle E \rangle = \langle \rho u'_i u'_i \rangle / 2. \end{aligned}$$

Стоящие в правой части уравнения (1.3) члены играют роль объемных источников (стоков) пульсационной энергии; выражение в квадратных скобках левой части (1.3) описывает перераспределение энергии турбулентного движения в пространстве. Первый член правой части связан с диссипацией энергии турбулентного движения за счет молекулярной вязкости. Второй член, характеризующий работу пульсацией давления при турбулентном расширении (сжатии) газа, отличен от нуля только в сжимаемом газе. Если химической реакции, вызывающей тепловое расширение газа, нет, то положительные пульсации давления ($p' > 0$) приводят к сжатию газа ($\partial u'_\alpha / \partial x_\alpha < 0$), и поэтому общий знак этого члена отрицателен. Если же в газе протекает экзотермическая реакция, то положительные пульсации давления могут увеличить скорость реакции, а отрицательные — уменьшить ее и соответствующим образом изменять расширение газа, так что знак члена $\left\langle p' \frac{\partial u'_\alpha}{\partial x_\alpha} \right\rangle$ может быть положительным, что соответствует действию источника пульсационной энергии.

Третий член правой части, характеризующий обмен энергией между турбулентным движением и средним потоком газа, существенно связан с кинематической картиной осредненного движения. Например, в случае

одномерного осредненного движения экзотермическая реакция приводит к расширению и ускорению потока и часть энергии турбулентного движения переходит в кинетическую энергию среднего движения ($-\langle \rho \rangle \langle u'^2 \rangle d \times \langle u \rangle / dx < 0$; для определенности здесь и далее предполагается, что поток газа движется в сторону положительных x).

Наконец, последний член связан с работой по турбулентному переносу массы в поле ускорения осредненного течения. Поскольку в турбулентных потоках с горением пульсации плотности определяются в основном пульсациями температуры, то положительная пульсация скорости, сопровождающаяся в рассматриваемую точку более холодный газ, приводит к положительной пульсации плотности. Поэтому в наиболее простом случае одномерного осредненного течения этот член также играет роль стока турбулентной энергии ($-\langle \rho' u' \rangle \langle u \rangle d \langle u \rangle / dx < 0$).

2. В качестве примера взаимодействия кинетики химической реакции с турбулентными пульсациями газового потока рассмотрим горение в гомогенном химическом реакторе и в индукционном режиме. Будем рассматривать развитую турбулентность газового потока, при которой процессы переноса количества движения, вещества и энергии пульсациями скорости происходят намного интенсивнее, чем молекулярные процессы переноса, и поэтому в уравнении (1.3) можно пренебречь членами, содержащими $\sigma'_{i\alpha}$.

Гомогенный химический реактор, в котором протекает экзотермическая реакция, является самым простым примером взаимодействия турбулентности с реагирующей средой. В этом случае все свойства турбулентного движения одинаковы по всему объему реактора, что позволяет максимально упростить уравнение пульсационной энергии. Интегрируя уравнение (1.3) по объему реактора, получим

$$(2.1) \quad m(\langle e \rangle - \langle e \rangle_0) = \left\langle p' \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \right\rangle V.$$

Здесь m — расход массы через реактор; V — объем реактора; $\langle e \rangle = \langle u_i' u_i' \rangle / 2$ — энергия пульсационного движения единицы массы газа, индексом 0 отмечена величина пульсационной энергии на входе в реактор.

Для расчета величины работы пульсаций давления обратимся к уравнению баланса тепловой энергии сжимаемого газа, которое с помощью уравнения состояния газа $p = \rho RT$ (R — газовая постоянная) можно привести к виду

$$(2.2) \quad \frac{k}{k-1} p \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = q \Phi(T, a) - \frac{1}{k-1} \left(\frac{\partial p}{\partial t} + u_i \frac{\partial p}{\partial x_i} \right),$$

где $k = c_p / c_v$; c_p , c_v — теплоемкость газа при постоянном давлении и объеме; q — тепловой эффект реакции; $\Phi(T, a)$ — скорость реакции; T — температура газа; a — концентрация реагирующего компонента в газе. Поскольку рассматривается развитая турбулентность, в уравнении (2.2) опущена молекулярная теплопроводность. Из уравнения (2.2) можно получить соотношение, определяющее работу пульсаций давления. Для этого выполним две операции осреднения: сначала осредним уравнение (2.2), а затем уравнение, получающееся после умножения (2.2) на p' . Разрешая полученные соотношения относительно искомой величины и пренебрегая квадратом относительной пульсации давления $p' / \langle p \rangle$, про-

порциональной числу Маха пульсационного движения, по сравнению с первой степенью, получим

$$(2.3) \quad \left\langle p' \frac{\partial u_i'}{\partial x_i} \right\rangle = \frac{k-1}{k} \frac{q}{\langle p \rangle} \langle p' \Phi' \rangle.$$

Пульсации функции тепловыделения Φ' связаны с пульсациями температуры и концентрации реагирующего вещества. При больших энергиях активации реакции можно пренебрегать влиянием пульсаций концентрации по сравнению с влиянием пульсаций температуры. Ограничиваясь достаточно малыми пульсациями температуры, будем использовать линейное представление $\Phi' = (d\Phi/dT) T'$ и для определения $T'(t)$ рассмотрим линеаризованное уравнение теплопроводности в лагранжевых координатах

$$(2.4) \quad c_p \langle \rho \rangle \frac{dT'}{dt} - \frac{dp'}{dt} = q \frac{d\Phi}{dT} T'.$$

Для вычисления корреляции $\langle p' T' \rangle$ будем использовать эргодическую гипотезу: осреднение в фиксированной точке пространства по времени заменим на осреднение по времени в каждой фиксированной частице с последующим осреднением по полному времени пребывания в реакторе различных частиц.

Представив пульсации давления в частице вещества в виде $p' = \sum_{n=1}^{\infty} p_n \sin n\omega t$, где p_n — коэффициенты разложения p' , в тригонометрический ряд; ω — частота пульсаций давления, получим решение уравнения (2.4) для пульсаций температуры при начальном условии $T'=0$ при $t=0$

$$\frac{T'}{\langle T \rangle} = \frac{k-1}{k} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{p_m}{\langle p \rangle} \frac{ms}{1+m^2s^2} \left\{ \exp\left(\frac{t}{t_c}\right) - \cos m\omega t + ms \sin m\omega t \right\}.$$

Здесь $t_c = c_p \langle \rho \rangle / q \frac{d\Phi}{dT}$ — характерное время прогрева газа от химической реакции, $s = \omega t_c$.

Для отдельной частицы вещества за время ее пребывания в реакторе t_0

$$(2.5) \quad \int_0^{t_0} p'(t) T'(t) dt = \frac{k-1}{k} \langle p \rangle \langle T \rangle \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{p_n p_m}{\langle p \rangle^2} \frac{m s t_c}{1+m^2 s^2} \times \\ \times \left\{ \frac{1}{1+n^2 s^2} \sin n\omega t_0 \exp\left(\frac{t_0}{t_c}\right) - \frac{ns}{1+n^2 s^2} \left[\exp\left(\frac{t_0}{t_c}\right) \times \right. \right. \\ \times \cos n\omega t_0 - 1 \left. \right] + \frac{1}{2s} \left[\frac{1}{n+m} (\cos(n+m)\omega t_0 - 1) - \right. \\ \left. - \frac{1}{n-m} (\cos(n-m)\omega t_0 - 1) \right] + \frac{m}{2} \left[\frac{1}{n-m} \sin(n-m)\omega t_0 - \right. \\ \left. - \frac{1}{n+m} \sin(n+m)\omega t_0 \right] \left. \right\}.$$

Разные частицы в силу турбулентного характера движения газа пребывают в реакторе различное время. Для того, чтобы произвести осреднение соотношения (2.5) по t_0 и получить значение корреляционной

функции $\langle p'T' \rangle$, необходимо знать распределение плотности вероятности $F(t_0)$ по временам пребывания в реакторе. Примем, что $F(t_0)$ подчиняется нормальному закону:

$$(2.6) \quad F(t_0) = (\pi\sigma)^{-1/2} \exp \left[-\frac{(t_0 - \langle t_0 \rangle)^2}{\sigma} \right],$$

где $\langle t_0 \rangle$ — среднее время пребывания газа в реакторе; σ — дисперсия закона распределения; множитель $(\pi\sigma)^{-1/2}$ выбран из условия нормировки

$$(2.7) \quad \int_{-\infty}^{+\infty} F(t_0) dt_0 = 1.$$

Пределы интегрирования в (2.7) так же, как и при вычислении последующих интегралов, содержащих $F(t_0)$, выбраны бесконечными. Это приближение представляет асимптотический предел при $\langle t_0 \rangle^2 / \sigma \gg 1$, когда характерный интервал разброса времени пребывания в реакторе намного меньше среднего времени $\langle t_0 \rangle$, так что естественный отрезок времени задачи $[0, \langle t_0 \rangle]$ при интегрировании является «бесконечно большим».

Осреднение соотношения (2.5) по времени t_0 при плотности вероятности (2.6) приводит к появлению интегралов типа

$$\begin{aligned} & (\pi\sigma)^{-1/2} \int_{-\infty}^{+\infty} \sin[(n+m)\omega t_0] \exp \left[-\frac{(t_0 - \langle t_0 \rangle)^2}{\sigma} \right] dt_0 = \\ & = \exp \left[-\frac{(n+m)^2 \omega^2 \sigma}{4} \right] \sin[(n+m)\omega \langle t_0 \rangle], \end{aligned}$$

значение которых сильно зависит от параметра $\omega^2 \sigma$. В силу стохастического характера развитой турбулентности будем считать, что на характерном интервале $(\sigma)^{1/2}$ разброса времени пребывания в реакторе укладывается достаточно много турбулентных пульсаций $\omega^2 \sigma \gg 1$. Переходя после осреднения к пределу $\omega^2 \sigma \rightarrow \infty$, получим

$$(2.8) \quad \begin{aligned} \frac{\langle p'T' \rangle}{\langle p \rangle \langle T' \rangle} &= \frac{1}{\langle t_0 \rangle} \int_{-\infty}^{+\infty} dt_0 \left(\int_0^{t_0} p'(t) T'(t) dt \right) = \frac{k-1}{k} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{\substack{m=1 \\ n \neq m}}^{\infty} \frac{p_n p_m}{\langle p \rangle^2} \times \\ & \times \frac{ms^2}{1+m^2s^2} h \left[\frac{n}{1+s^2} - \frac{1}{2s^2(n+m)} + \frac{1}{2s^2(n-m)} \right] + \\ & + \frac{k-1}{k} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{p_n^2}{\langle p \rangle^2} h U_n, \end{aligned}$$

где

$$h = t_c / \langle t_0 \rangle, \quad U_n = \frac{ns^2}{1+n^2s^2} \left[\frac{n}{1+s^2} - \frac{1}{4ns^2} + \frac{n}{2} h^{-1} \right].$$

Результат осреднения (2.8) не зависит от дисперсии нормального закона распределения. Можно проверить, что в пределе $\langle t_0 \rangle^2 / \sigma \gg 1$, $\omega^2 \sigma \gg 1$ результат осреднения не зависит также и от вида закона распределения плотности вероятности.

При больших частотах турбулентных пульсаций, когда время подогрева газа t_c намного больше периода турбулентных пульсаций ω^{-1} ($s \gg 1$), из (2.8) следует соотношение, отвечающее адиабатическому изменению

температуры газа от пульсаций давления — химическая реакция не успевает оказывать заметного влияния

$$\frac{\langle p'T' \rangle}{\langle p \rangle \langle T \rangle} = \frac{k-1}{2k} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{p_n^2}{\langle p \rangle^2}.$$

Наиболее простое выражение из (2.8) получается, если рассмотреть только одну частоту пульсаций давления — вырожденный спектр. В рядах (2.8) в этом случае остается лишь один член с $n=m=1$

$$(2.9) \quad \frac{\langle p'T' \rangle}{\langle p \rangle \langle T \rangle} = \frac{k-1}{k} \left(\frac{p_1}{\langle p \rangle} \right)^2 h \frac{s^2}{1+s^2} \left[\frac{1}{2} h^{-1} + \frac{1}{1+s^2} - \frac{1}{4s^2} \right].$$

В общем случае для вычисления корреляции $\langle p'T' \rangle$ необходимо знать частотный спектр пульсаций давления в турбулентном потоке. Можно также воспользоваться спектром пульсаций скорости потока, если принять во внимание, что для изотропной и однородной турбулентности теоретические и экспериментальные исследования [13] дают следующую связь между амплитудой пульсаций давления и скорости

$$(2.10) \quad p' = g \langle \rho \rangle u'^2,$$

где коэффициент пропорциональности $g \approx 0,7$.

Обратимся теперь к соотношениям, описывающим баланс массы и тепловой энергии в реакторе

$$(2.11) \quad m = \langle \rho \rangle V / \langle t_0 \rangle;$$

$$(2.12) \quad mc_p (\langle T \rangle - T_0) = Vq\Phi.$$

В уравнении (2.12) не учтена тепловая энергия, переходящая в энергию турбулентного движения; как показывают оценки, эти затраты невелики по сравнению с общим запасом тепла в реакторе.

Используя уравнение баланса массы (2.11), уравнение баланса энергии пульсационного движения (2.1) и соотношения (2.3), (2.9), (2.10), можно получить следующее выражение для энергии пульсационного движения в реакторе в случае пульсаций давления с одной частотой

$$(2.13) \quad \frac{\langle e \rangle}{\langle e \rangle_0} = \frac{2}{\Gamma} [1 - (1 - \Gamma)^{1/2}],$$

$$\text{где} \quad \Gamma = \frac{8}{3} g^2 (k-1) M^2 U_1(s, h);$$

$$U_1 = \frac{s^2}{1+s^2} \left[\frac{1}{1+s^2} - \frac{1}{4s^2} + \frac{1}{2} h^{-1} \right];$$

$$M = (\langle e \rangle_0)^{1/2} / (k \langle p \rangle / \langle \rho \rangle)^{1/2};$$

M — число Маха пульсационного движения исходного потока.

Изменение энергии турбулентного движения в реакторе зависит от частоты пульсаций давления через параметр $s = \omega t_c$. Если $h > 1,5$, то функция U_1 , определяющая зависимость от частоты, имеет максимум при $s = s_* = [(5h+3)/(3h-2)]^{1/2}$. Если $h < 1,5$, то функция U_1 монотонно растет с увеличением параметра s , достигая при больших s своего предельного значения $U_1 = \frac{1}{2} h^{-1}$. Зависимость интенсивности генерации энергии

турбулентного движения от частоты приводит к деформации частотного спектра пульсационной скорости исходного турбулентного потока.

Уравнение баланса тепла (2.12) накладывает ограничение на область изменения параметра h . Дифференцируя (2.12) по $\langle T \rangle$, получим $h=1$.

Согласно (2.13), максимальное двукратное увеличение энергии пульсационного движения достигается при $\Gamma=1$. При $\Gamma > 1$ стационарных режимов турбулентного движения в реакторе не существует. Срыв стационарного режима связан с нелинейной зависимостью работы пульсаций

давления от турбулентной энергии в реакторе $\left(\left\langle p' \frac{\partial u_i'}{\partial x_i} \right\rangle \sim \langle e \rangle^2 \right)$, в то время как отвод энергии пульсационного движения из реактора зависит от нее линейно.

При $g \approx 0,7$, $k=1,4$ и $s \gg 1$ значение параметра $\Gamma=0,26 M^2$ и, согласно (2.13), увеличение энергии турбулентного движения оказывается заметным лишь при скоростях пульсационного движения, близких к скорости звука. Так, например, при $M=1$ получаем $\Gamma=0,26$, $\langle e \rangle / \langle e \rangle_0 = 1,15$. В режимах распространения турбулентных пламен пульсационные скорости обычно намного меньше звуковых, поэтому генерацией турбулентности в пламенах из-за работы пульсаций давления можно пренебречь.

3. Для иллюстрации влияния пространственной неоднородности среднего течения на баланс пульсационной энергии в реагирующих потоках рассмотрим стационарный и в среднем одномерный турбулентный поток, в котором газ разгоняется вследствие притока тепла от объемной химической реакции. Наиболее прост так называемый «индукционный режим горения» [14], в котором начальная скорость потока настолько велика, что конвективный перенос тепла и вещества намного превосходит перенос вследствие турбулентной теплопроводности и диффузии, так что последними можно пренебречь.

Для исследования влияния пространственной неоднородности необходимо знать пространственное распределение средней скорости потока, средней температуры и средней плотности газа. При расчете средних величин воспользуемся тем обстоятельством, что пульсации гидродинамических величин в турбулентном потоке составляют небольшую долю от средних значений, так что уравнение пульсационной энергии имеет более высокий порядок малости, чем уравнения для средних значений скорости, температуры и плотности. Вследствие этого при расчете из последних уравнений коэффициентов при пульсационных составляющих в уравнении баланса пульсационной энергии можно пренебречь влиянием турбулентных эффектов на распределение средних величин.

В индукционном режиме поля концентрации и температуры подобны, поэтому функция тепловыделения оказывается зависящей только от температуры. Интегрируя уравнение теплопроводности при условии $\langle T \rangle = \langle T \rangle_0$ при $x=0$, получим

$$(3.1) \quad x = [\langle \rho \rangle_0 \langle u \rangle_0 c_p / q] \int_{\langle T \rangle_0}^{\langle T \rangle} [\Phi(\langle T \rangle)]^{-1} d\langle T \rangle.$$

Зная распределение температуры, можно из уравнения состояния

$$(3.2) \quad \langle \rho \rangle / \langle T \rangle = \langle p \rangle / R = \text{const}$$

определить распределение плотности, а из уравнения неразрывности

$$(3.3) \quad \langle \rho \rangle \langle u \rangle = \langle \rho \rangle_0 \langle u \rangle_0 = \text{const}$$

— распределение средней скорости.

Индексом 0 отмечены значения параметров исходного потока.

Формула (3.1) определяет характерный пространственный масштаб x_* , если в нее подставить характерную температуру (например, температуру горения).

Перейдем к анализу уравнения баланса пульсационной энергии (1.3). Для его замыкания используем гипотезы, которые можно рассматривать как линейное разложение корреляций в ряд по градиентам средних величин [13]

$$(3.4) \quad \langle eu_1' \rangle = -\nu_1 L (\langle e \rangle)^{1/2} d \langle e \rangle / dx;$$

$$(3.5) \quad \langle \rho' u_1' \rangle = -\nu_2 L (\langle e \rangle)^{1/2} d \langle \rho \rangle / dx;$$

$$(3.6) \quad \langle \rho \rangle \langle u_1' u_1' \rangle = \frac{2}{3} \langle \rho \rangle \langle e \rangle.$$

Соотношение (3.6) является частным случаем более общего соотношения

$$\langle \rho \rangle \langle u_i' u_j' \rangle = \frac{2}{3} \langle \rho \rangle \langle e \rangle \delta_{ij} - \nu_3 L (\langle e \rangle)^{1/2} \left[\frac{\partial \langle \rho u_i \rangle}{\partial x_j} + \frac{\partial \langle \rho u_j \rangle}{\partial x_i} \right],$$

$$\delta_{ij} = 1, \quad i = j; \quad \delta_{ij} = 0, \quad i \neq j,$$

характеризующего связь между тензором турбулентных напряжений и тензором деформаций в турбулентном потоке [13].

В этих соотношениях, как и в работах [10-12], принято, что коэффициенты турбулентного переноса пульсационной энергии в (3.4), массы в (3.5) пропорциональны корню квадратному из пульсационной энергии и масштабу турбулентности L ; ν_1, ν_2, ν_3 — безразмерные коэффициенты пропорциональности.

Будем предполагать, что при горении сохраняются локальные свойства однородности и изотропности турбулентного поля. В таком предположении можно пренебречь корреляцией между пульсациями давления и скорости $\langle p' u_i' \rangle$.

Приведем уравнение баланса пульсационной энергии (1.3) и замыкающие гипотезы (3.4) — (3.6) к безразмерному виду, выбирая в качестве масштабных величин для $\langle e \rangle$, $\langle u \rangle$, $\langle \rho \rangle$, x их характерные значения $\langle e \rangle_0$, $\langle u \rangle_0$, $\langle \rho \rangle_0$, x_* . Тогда для одновременного стационарного потока получим (знак осреднения над безразмерными величинами опущен)

$$(3.7) \quad \frac{d}{dz} \left(\rho u \varepsilon - \frac{1}{\text{Pe}} \nu_1 \langle e \rangle^{1/2} \frac{de}{dz} \right) = -\frac{2}{3} \rho e \frac{du}{dz} + \frac{1}{\varepsilon^2 \text{Pe}} \nu_2 \langle e \rangle^{1/2} \times$$

$$\times u \frac{du}{dz} \frac{d\rho}{dz},$$

где $\text{Pe} = \langle u \rangle_0 x_* / L (\langle e \rangle_0)^{1/2}$ — турбулентное число Пекле; $z = x/x_*$, $\varepsilon = (\langle e \rangle_0)^{1/2} / \langle u \rangle_0$ — интенсивность начальной турбулентности.

Индукционный режим горения в турбулентном потоке характеризуется большим значением числа Пекле. Если $\text{Pe} \gg 1$ настолько, что и $\varepsilon^2 \text{Pe} \gg 1$ (например, из-за величины $x_*/L \gg 1$), то в (3.7) можно пренебречь турбулентной диффузией и расходом пульсационной энергии на турбулентный перенос массы (второй и четвертый члены уравнения (3.7)). Интегрирование упрощенного уравнения (3.7) с учетом уравнения неразрывности (3.3) дает зависимость пульсационной энергии от скорости потока $e = u^{-2/3}$, согласно которой с ростом скорости пульсационная энергия уменьшается — переходит в энергию среднего движения. Разгон

потока может осуществляться при этом в силу различных причин. В данном случае индукционного режима горения поток ускоряется из-за выделения тепла в химической реакции. Для расчета пространственного распределения пульсационной энергии нужно воспользоваться уравнениями (3.1) — (3.3).

При малых начальных интенсивностях турбулентности большую относительную роль в уравнении (3.7) начинает играть последний член, описывающий расход пульсационной энергии на турбулентный перенос массы. Если рассмотреть асимптотику $Pe \gg 1$, но $\varepsilon^2 Pe \sim 1$, то решение уравнения (3.7) с учетом (3.3) принимает вид

$$(3.8) \quad e(z) = [u(z)]^{-2/3} \left\{ 1 - \frac{v_0}{2\varepsilon^2 Pe} \int_{-\infty}^z [u(x)]^{-2/3} \left(\frac{du}{dx} \right)^2 dx \right\}^2.$$

Согласно (3.8), турбулентный перенос массы в поле ускорения среднего потока приводит к дополнительному уменьшению энергии пульсационного движения.

Приближенное вычисление интегралов в (3.8), (3.1) приводит к следующим соотношениям, определяющим зависимость энергии пульсационного движения от температуры в потоке и температуры от координаты

$$(3.9) \quad e(\theta) = [\alpha + (\alpha - 1)(\theta/\theta_0)]^{-2/3} \left\{ 1 - \frac{v_0}{4} \frac{1}{(\varepsilon Pe)^2} I(\theta) \right\}^2;$$

$$(3.10) \quad z = \alpha Pe \{ |\text{Ei}(\theta_0) - \text{Ei}(|\theta|)| - (\exp \theta_0 - \exp |\theta|) \},$$

где $\text{Ei}(x) = \int_{-\infty}^x \frac{\exp t}{t} dt$ — интегральная показательная функция,

$$(3.11) \quad I(\theta) = \left(\frac{\alpha - 1}{\theta_0} \right)^2 \{ 1 + [\alpha + (\alpha - 1)(\theta/\theta_0)]^{-5/3} \} \{ (|\theta| + 1) \exp \theta - (\theta_0 + 1) \exp(-\theta_0) \};$$

$\alpha = \langle T \rangle_k / \langle T \rangle_0$ — отношение температуры горения в потоке к начальной;

$$\theta = E(\langle T \rangle - \langle T \rangle_k) / R \langle T \rangle_k^2; \quad \theta_0^* = E(\langle T \rangle_k - \langle T \rangle_0) / R \langle T \rangle_0^2.$$

При выводе формул (3.9) — (3.11) использовалась функция тепловыделения, записанная с учетом подобия поля концентрации и температуры и изменения плотности реагирующего газа

$$\Phi(\theta) = |\theta| (\langle \rho \rangle / \langle \rho \rangle_0) \exp \theta.$$

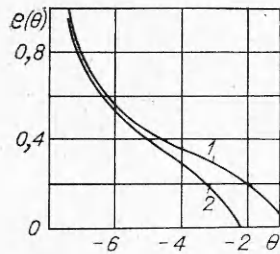
За характерный масштаб x_* принята величина $x_* = [L(\langle e \rangle_0)^{1/2} t_*]$; $t_* = \left[\varphi \exp\left(-\frac{E}{R \langle T \rangle_k}\right) \right]^{-1}$ — время химической реакции при температуре $\langle T \rangle_k$ и начальной плотности и концентрации реагирующего вещества; φ — предэкспоненциальный множитель.

При полном выгорании вещества энергия турбулентного движения уменьшается до величины e_b , определяемой соотношениями (3.9), (3.11), если в них подставить $\theta = 0$

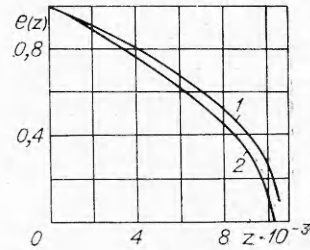
$$e_b = \left(\frac{1}{\alpha} \right)^{2/3} \left\{ 1 - \frac{v_0}{4} \left(\frac{\alpha}{2} \right)^{1/2} \frac{\alpha - 1}{(\langle e \rangle_0)^{1/2} / \langle u \rangle_*} \right\}^2,$$

где $\langle u \rangle_* = [L(\langle e \rangle_0)^{1/2}/t_*]^{1/2} (2/\alpha)^{1/2} / \theta_0$ — скорость нормального распространения турбулентного пламени по реагирующему газу.

На фиг. 1, 2 представлено распределение энергии пульсационного движения по температуре и координате в потоке, а на фиг. 3 — зависимость конечной энергии пульсационного движения от параметра α при различных $(\langle e \rangle_0)^{1/2} / \langle u \rangle_*$. Кривые 1, 2 на фиг. 1, 2 построены для $\alpha = 7,7$, $\theta_0 = 7,6$,



Фиг. 1



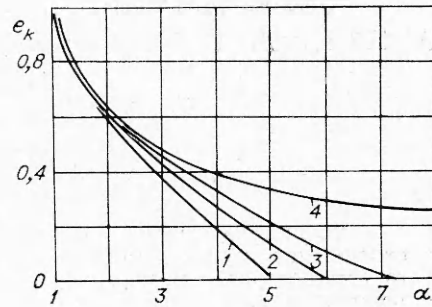
Фиг. 2

$Re = 10$, $\nu_2 = 1$ при различной интенсивности турбулентности исходного потока $\epsilon_1 = 0,05$, $\epsilon_2 = 0,025$. На фиг. 3 кривые 1—4 соответствуют различным значениям параметров $r = (\langle e \rangle_0)^{1/2} / \langle u \rangle_*$: $r_1 = 3,6$, $r_2 = 5$, $r_3 = 7$, $r_4 \gg 1$.

Фиг. 3 показывает, что если пульсационная скорость исходного потока меньше некоторого значения, зависящего от α и $\langle u \rangle_*$, то турбулентный поток может перейти в ламинарный еще до полного сгорания реагирующего газа.

В экспериментальных исследованиях турбулентных нереагирующих потоков наблюдались переходы от турбулентного режима течения газа к ламинарному [15]. Такие переходы фиксировались в тех случаях, когда происходило достаточно сильное ускорение потока. При этом в качестве критериев, определяющих затухание турбулентности, брались характерные значения ускорений. Приведенный теоретический анализ показывает, что ламинаризация турбулентного потока возможна также и в случае индукционного горения горючей газовой смеси.

Авторы глубоко благодарны Г. И. Баренблатту, который обратил их внимание на проблему, рассматриваемую в статье.



Фиг. 3

Поступила 23 VIII 1974

ЛИТЕРАТУРА

1. Вестенберг А. Измерение турбулентности пламени методом диффузии гелия. — «Вопросы ракетной техники», 1955, т. 26, № 2.
2. Прудников А. Г. Измерение оптико-диффузионным методом турбулентности воздушных потоков и пламен. — В кн.: Горение в турбулентном потоке. М., Изд-во АН СССР, 1959, с. 88.
3. Scurlock A. C., Grover J. H. Propagation of Turbulent Flames. Fourth Symposium on Combustion. Baltimore, 1953.

4. Karlovitz B., Denniston D. W., Knapschaefer, Wells F. E. Studies on Turbulent Flames. A. Flame Propagation Across Velocity Gradients. B. Turbulence Measurement in Flames. Fourth Symposium on Combustion. Baltimore, 1953.
5. Козаченко Л. С. Влияние пульсаций потока на турбулентную скорость распространения пламени. — «Изв. АН СССР. ОТН. Энергетика и автоматика», 1959, т. 21, № 2.
6. Yukio Misutani. Amplification of turbulence level by a flame and turbulent flame velocity. — «Combustion and Flame», 1972, vol. 19, № 2, p. 203.
7. Фрост В. А. Изменение турбулентности за зоной горения. — «Труды Моск. физ.-техн. ин-та», 1961, с. 105.
8. Eschenroeder A. Q. Intensification of turbulence by chemical heat release. — «Phys. of Fluids», 1964, vol. 7, p. 1735—1743.
9. Rayleigh. The Theory of Sound. N. Y., Dover Publ. Inc., 1945.
10. Колмогоров А. Н. Уравнения турбулентного движения несжимаемой жидкости. — «Изв. АН СССР. Серия физ.», 1942, т. VI, № 1—2.
11. Монин А. С., Яглом А. М. Статистическая гидромеханика. М., «Наука», 1967.
12. Баренблатт Г. И. О движении взвешенных частиц в турбулентном потоке. — ПММ, 1953, т. XVII, вып. 3, с. 261.
13. Хинце И. О. Турбулентность. М., Физматгиз, 1963.
14. Зайдель Р. М., Зельдович Я. Б. О возможных режимах стационарного горения. — ПМТФ, 1962, № 4.
15. Назарчук М. М., Ковецкая М. М., Панченко В. Н. Обратный переход турбулентного течения в ламинарное. Киев, «Наукова думка», 1974.

УДК 534.222.2

ВЛИЯНИЕ ТОЛЩИНЫ ПЛЕНКИ ГОРЮЧЕГО НА СКОРОСТЬ ГЕТЕРОГЕННОЙ (ГАЗ — ПЛЕНКА) ДЕТОНАЦИИ

С. А. Лесняк, В. Г. Слуцкий

(Москва)

Рассматривается процесс детонации в трубе, заполненной газообразным окислителем (кислородом), по всему периметру которой нанесена пленка горючего (углеводород с низкой упругостью пара). Предполагается, что скорость тепловыделения определяется диффузионным (немгновенным) процессом перемешивания испаряющегося горючего с окислителем. Получена зависимость скорости детонации от толщины пленки нанесенного горючего.

Толщина пленки горючего, нанесенного на стенки трубы, заполненной газообразным окислителем, определяет состав гетерогенной системы. Экспериментально наблюдалось распространение детонации как при очень больших отношениях весов горючего на стенках к окислителю в объеме, так и при составах, близких к стехиометрическим [1,2]. Теоретический анализ влияния толщины пленки горючего на параметры детонации проведен в [3,4]. Авторы предполагали, что поступающее в объем трубы испаренное горючее мгновенно перемешивается с окислителем и сгорает. Плоскость Чепмена — Жуге отождествлялась с плоскостью полного испарения пленки горючего.

В данной работе проведен теоретический анализ влияния толщины пленки горючего на скорость распространения детонации с учетом диффузионного (немгновенного) перемешивания паров горючего и окислителя.

Схематическое изображение фронта детонации приведено на фиг. 1, где 0 — ударный фронт; x — расстояние от ударного фронта; стрелкой