

ЛИТЕРАТУРА

1. Бреббия К., Теллес Ж., Вроубел Л. Методы граничных элементов. — М.: Мир, 1987.
2. Luu T. S., Coulmy G. Method of calculating the compressible flow round an aerofoil on a cascade up to the shockfree transonic range // Comput. and Fluids. — 1977. — V. 5. — P. 261.
3. Колмогоров А. Н., Фомин С. В. Элементы теории функций и функционального анализа. — М.: Наука, 1972.
4. Бенерджи П., Баттерфилд Р. Методы граничных элементов в прикладных науках. — М.: Мир, 1984.

г. Новосибирск

Поступила 22/VI 1992 г.,
в окончательном варианте — 29/X 1992 г.

УДК 532.08

В. Ш. Шагапов

О ФИЛЬТРАЦИИ ГАЗИРОВАННОЙ ЖИДКОСТИ

В [1] обнаружены резкое увеличение (примерно в 2—3 раза) расхода жидкости, насыщенной газом (н-гексан с углекислым газом) при фильтрации через пористую среду, при снижении давления на выходе из пористой среды до близкого к давлению газовыделения и уменьшение расхода при дальнейшем снижении давления на выходе. В данной работе для объяснения этого эффекта (резкого увеличения расхода жидкости) предложена схема «газового подшипника». В рамках такой схемы получены выражения для коэффициентов относительной фазовой проницаемости. На основе системы уравнений построены стационарные и автомоделные решения. Проведены сопоставление и анализ найденных решений с экспериментальными данными.

1. Основные уравнения. Рассмотрим течение жидкости в пористой среде при наличии газовыделения. Параметры, относящиеся к жидкой и газовой фазам, отмечены нижними индексами 1 и 2. Уравнения сохранения масс при двухфазной фильтрации имеют вид [2—4]

$$(1.1) \quad \frac{\partial}{\partial t} (\rho_1^0 m S_1) + \nabla \cdot (\rho_1^0 m S_1 v_1) = -I, \quad \frac{\partial}{\partial t} (\rho_2^0 m S_2) + \nabla \cdot (\rho_2^0 m S_2 v_2) = I,$$

где ρ_i^0 , S_i , v_i , m , I — плотность, насыщенность, скорость, пористость и интенсивность газовыделения, отнесенная к единице объема пористой среды. Учитывая, что в процессе массообмена между фазами участвует только растворенный газ, уравнение неразрывности для растворенного газа запишем как

$$(1.2) \quad \frac{\partial}{\partial t} (\rho_1^0 g m S_1) + \nabla \cdot (\rho_1^0 g m S_1 v_1) = -I$$

(g — массовая концентрация растворенного газа). Уравнения импульсов для фаз примем в виде обобщенных законов Дарси

$$(1.3) \quad m S_i v_i = - \frac{k K_i}{\mu_i} \nabla p \quad (i = 1, 2).$$

Здесь k , K_i , μ_i — абсолютная проницаемость пористой среды, относительная проницаемость и динамическая вязкость.

Для зависимости концентрации растворенного газа от давления в области газовыделения примем закон Генри и будем полагать, что газовая фаза удовлетворяет уравнению Клапейрона — Менделеева:

$$(1.4) \quad g = Gp, \quad p = \rho_2^0 RT.$$

Кроме того, будем пренебрегать зависимостью параметров G , R , m и μ от давления и полагать процесс изотермическим ($T = T_0 = \text{const}$).

Для дальнейшего из уравнений (1.1) и (1.2) исключим I и вместо трех уравнений воспользуемся двумя:

$$(1.5) \quad \frac{\partial}{\partial t} [m (\rho_1^0 S_1 + \rho_2^0 S_2)] + \nabla \cdot [m (\rho_1^0 S_1 v_1 + \rho_2^0 S_2 v_2)] = 0;$$

$$(1.6) \quad \frac{\partial}{\partial t} [m \rho_1^0 (1 - g) S_1] + \nabla \cdot [m \rho_1^0 (1 - g) S_1 v_1] = 0.$$

2. Коэффициент относительной фазовой проницаемости. Уравнения (1.3)—(1.6) образуют замкнутую систему при задании зависимостей коэффициентов относительных фазовых проницаемостей K_i от S_i . Для получения этих зависимостей примем схему «газового подшипника», согласно которой будем полагать, что в зоне начала газовой выделенной газовой фазы в основном течет в слое, прилегающем к стенке порового канала пористой среды. Согласно этой гипотезе, именно в зоне контакта жидкости с твердой стенкой поровых каналов реализуются наиболее благоприятные условия (например, из-за наличия источников зародышеобразования) для выделения растворенного в жидкости газа.

Рассмотрим вспомогательную задачу о кольцевом расслоенном течении газожидкостной среды в безынерционном приближении в цилиндрическом канале при отмеченной выше схеме «газового подшипника». В соответствии с этим положим, что газовая фаза течет в кольцевом слое, прилегающем к стенке цилиндрического канала. Кроме того, будем полагать, что для каждого сечения канала распределение скоростей отвечает течению Пуазейля и удовлетворяет уравнению

$$(2.1) \quad \frac{\mu_i}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial v_i'}{\partial r} \right) = \frac{dp}{dx} \quad \left(i = \begin{cases} 1, & 0 < r < a - \delta \\ 2, & a - \delta < r < a \end{cases} \right),$$

где v_i' — распределение скоростей по радиусу канала для сечения с координатой x ; a и δ — радиус канала и толщина кольцевого газового слоя. Полагая условие прилипания на стенке канала, равенство скоростей и касательных напряжений на межфазной поверхности

$$(2.2) \quad v_2' = 0 \quad (r = a), \quad v_1' = v_2', \quad \mu_1 \frac{\partial v_1'}{\partial r} = \mu_2 \frac{\partial v_2'}{\partial r} \quad (r = a - \delta),$$

для распределения скоростей получим

$$(2.3) \quad v_1' = \left[\frac{r^2 - (a - \delta)^2}{4\mu_1} + \frac{(a - \delta)^2 - a^2}{4\mu_2} \right] \frac{dp}{dx}, \quad v_2' = \frac{r^2 - a^2}{4\mu_2} \frac{dp}{dx}.$$

Введем среднерасходные скорости:

$$(2.4) \quad v_i = q_i / F_i, \quad q_i = \int_{F_i} v_i' dF_i' \quad (i = 1, 2),$$

$$F_1 = \pi (a - \delta)^2, \quad F_2 = \pi [a^2 - (a - \delta)^2], \quad F = F_1 + F_2$$

(F_i — площадь сечения канала, относящаяся к i -й фазе). Подставляя (2.3) в (2.4), получим зависимости, связывающие среднерасходные скорости с градиентом давления:

$$(2.5) \quad v_1 = - \frac{\bar{\mu} \mu_1 + 2F_2}{8\pi \bar{\mu} \mu_1} \frac{dp}{dx}, \quad v_2 = - \frac{F_2}{8\pi \mu_2} \frac{dp}{dx} \quad \left(\bar{\mu} = \frac{\mu_2}{\mu_1} \right).$$

Сопоставим выражения (2.5) с (1.3). Для коэффициентов относительных фазовых проницаемостей выберем такие значения, которые при одинаковых градиентах давления обеспечивают одинаковые скорости течения в цилиндрическом канале и в пористой среде. При сопоставлении естественно предположить, что отношение k/m в законе Дарси (1.3) соответствует $F/8\pi$ в (2.5), а насыщенность фаз S_i отвечает F_i/F . Тогда для коэффициентов относительной фазовой проницаемости можно записать

$$(2.6) \quad K_1 = (1 - S_2) [\bar{\mu} + (2 - \bar{\mu}) S_2] / \bar{\mu}, \quad K_2 = S_2^2.$$

Как следует из этих выражений, значение K_1 при $S_2 > 0$ становится больше единицы. Это обстоятельство не совсем обычно с точки зрения фильтрации

газожидкостных сред, когда каждая фаза течет в полностью занятом ею поровом объеме. Отметим, что схема расслоенного течения, использованная при получении (2.6), в «чистом» виде, по-видимому, не реализуется. Эта гипотеза является лишь некоторой предельной идеализацией течения газированной жидкости, когда подавляющая часть газовой фазы выделяется и течет в пристенном слое. Кроме того, отметим, что в рассматриваемых здесь фильтрационных процессах при формировании структуры течения в пористой среде сила тяжести особой роли не играет, поскольку число Бонда $Bo = \rho_1^0 g d^2 / \sigma$ (g — ускорение силы тяжести, d — характерный размер пор, σ — коэффициент поверхностного натяжения) значительно меньше единицы. Поэтому действие силы тяжести подавляется капиллярными силами.

Если принять обращенную по отношению к предыдущему случаю схему течения, а именно положить, что жидкость течет в пристенном слое, а газовая фаза — в центральной зоне, то для коэффициентов относительной фазовой проницаемости получим

$$(2.7) \quad K_1 = S_1^2, \quad K_2 = (1 - S_1) [1 + (2\bar{\mu} - 1) S_1].$$

Для равновесной по скоростям ($v_1 = v_2$) схемы течения имеем

$$(2.8) \quad K_1 = S_1 / \bar{\mu}_*, \quad K_2 = (1 - S_1) \bar{\mu} / \bar{\mu}_* \quad (\bar{\mu}_* = \mu_* / \mu_1)$$

(μ_* — эффективная вязкость для газированной жидкости).

3. Установившаяся фильтрация. Рассмотрим одномерное установившееся фильтрационное течение. Тогда из (1.5) и (1.6) следует

$$(3.1) \quad \frac{d}{dx} [x^{v-1} (\rho_1^0 S_1 v_1 + \rho_2^0 S_2 v_2)] = 0, \quad \frac{d}{dx} [x^{v-1} \rho_1^0 (1 - g) S_1 v_1] = 0.$$

Значения $v = 1, 2$ и 3 соответствуют плоскому, цилиндрическому и сферическому случаям. Интегрируя эти уравнения, находим

$$(3.2) \quad x^{v-1} (\rho_1^0 S_1 v_1 + \rho_2^0 S_2 v_2) = x_s^{v-1} \rho_1^0 v_{1s}, \quad x^{v-1} \rho_1^0 (1 - g) S_1 v_1 = x_s^{v-1} \rho_1^0 (1 - g) v_{1s}$$

(x_s — координата начала газовыделения). Дополнительный нижний индекс s выражает, что значение параметра отвечает сечению ($x = x_s$) начала газовыделения. Правые части (3.2) записаны с учетом условия $S_{2s} = 1$ ($S_{2s} = 0$).

Из (3.2) с учетом (1.3) получим

$$(3.3) \quad \frac{kK_1}{m\mu_1} \left(\frac{1-g}{1-g_s} \right) = \left(\frac{x_s}{x} \right)^{v-1} v_{1s}, \quad K_2 = \bar{\mu} \frac{(g_s - g) \rho_1^0}{(1 - g_s) \rho_2^0} K_1.$$

Для дальнейшего параметр G и величину RT , входящие в (1.4), запишем через значения параметров в сечении начала газовыделения:

$$(3.4) \quad G = g_s / p_s, \quad RT = p_s / \rho_{2s}^0.$$

Если для K_1 принять выражения (2.6), соответствующие схеме «газового подшипника», то из (3.3) с учетом (1.4) и (3.4) вытекает

$$(3.5) \quad \frac{k}{m\mu_1} \frac{dp}{dx} = -f(p) v_{1s} \left(\frac{x_s}{x} \right)^{v-1},$$

$$f(p) = \frac{(1 - g_s) p_s [\sqrt{v p_s - (1 - \chi \bar{\mu}) p} - (1 - \bar{\mu}) \sqrt{p_s - p}]^2}{\chi \bar{\mu} p (p_s - g_s p)}, \quad \chi = \frac{\rho_{2s}^0 (1 - g_s)}{\rho_1^0 g_s},$$

откуда находим зависимость давления от координаты

$$(3.6) \quad \int_{p_s}^p f^{-1}(p) dp = - \frac{m\mu_1 v_{1s}}{k} \int_{x_s}^x (x_s/x)^{v-1} dx.$$

При этом для зависимостей скоростей и газонасыщенности от давления и координаты имеем соотношения

$$(3.7) \quad v_1 = \frac{(1 - g_s) v_{1s}}{(1 - g_s p / p_s) (1 - S_2)} \left(\frac{x_s}{x} \right)^{v-1}, \quad v_2 = \frac{S_2}{\bar{\mu} + (2 - \bar{\mu}) S_2} v_1,$$

$$S_2 = \frac{\bar{\mu} \sqrt{p_s - p}}{\sqrt{p_s - (1 - \chi \bar{\mu}) p} - (1 - \bar{\mu}) \sqrt{p_s - p}}, \quad S_1 = 1 - S_2.$$

Пусть при $x = x_0$ значение давления равно p_0 , причем $p_0 > p_s$. Тогда в области $x_s < x \leq x_0$ давление p выше, чем давление начала газовыделения p_s ($p > p_s$), и поэтому в этой области имеем однофазную фильтрацию жидкости. На основании (3.5), полагая $f(p) = 1$, получим

$$(3.8) \quad p = p_0 - \frac{m \mu_1 v_{1s}}{k} \int_{x_0}^x (x_s/x)^{v-1} dx \quad (x_s < x < x_0).$$

Из выражений (3.7) и (3.8) следует

$$(3.9) \quad \left(\int_{x_s}^{x_e} x^{v-1} dx \right) \left(\int_{x_0}^{x_s} x^{v-1} dx \right)^{-1} = \frac{1}{p_0 - p_s} \int_{p_s}^{p_e} f^{-1}(p) dp,$$

где p_e — давление на выходе из пористой среды ($x = x_e$). Это соотношение дает зависимость положения координаты начала газовыделения x_s от p_0 , p_s и p_e . Значение постоянной интегрирования v_{1s} , являющейся значением скорости жидкой фазы в сечении начала газовыделения, можно определить из соотношения

$$(3.10) \quad v_{1s} = \frac{k(p_0 - p_s)}{m \mu_1} \left[\int_{x_0}^{x_s} (x_s/x)^{v-1} dx \right]^{-1},$$

вытекающего из (3.8) при $x = x_s$, $p = p_s$.

При отсутствии газовыделения для скорости фильтрации жидкости через границу пористой среды ($x = x_e$) из (3.8) имеем

$$(3.11) \quad u_e^* = m v_e^* = - \frac{k(p_0 - p_e)}{\mu_1} \left[\int_{x_0}^{x_e} \left(\frac{x_s}{x} \right)^{v-1} dx \right]^{-1}.$$

Запишем выражение для скоростей фильтрации жидкости и газа на границе области течения ($x = x_e$):

$$(3.12) \quad u_{ie} = m S_{ie} v_{ie} = - \frac{k K_{ie}}{\mu_i} \left(\frac{dp}{dx} \right)_{x_e} \quad (i = 1, 2).$$

Отсюда с учетом (2.6) и (3.3) получим

$$(3.13) \quad u_{1e} = \frac{(1 - g_s) p_e}{p_s - g_s p_e} \left(\frac{x_s}{x_e} \right)^{v-1} m v_{1s}, \quad u_{2e} = \frac{p_s - p_e}{\chi p_e} u_{1e}.$$

Используя вместо v_{1s} выражение (3.10) и учитывая также (3.11), приведем (3.13) к безразмерному виду

$$(3.14) \quad Q_{1e} = \frac{(1 - g_s) p_s (p_0 - p_s)}{(p_s - g_s p_e) (p_0 - p_e)} \left(\int_{x_0}^{x_e} x^{v-1} dx \right) \left(\int_{x_0}^{x_s} x^{v-1} dx \right)^{-1},$$

$$Q_{2e} = \frac{p_s - p_e}{\chi p_e} Q_{1e}, \quad Q_{ie} = \frac{u_{ie}}{u_e^*}.$$

Для параметра $Q_e = (\rho_1^0 u_{1e} + \rho_2^0 u_{2e}) / \rho_1^0 u_e^*$, определяющего изменение массового расхода газожидкостной смеси, по сравнению со случаем отсутствия газовыделения с учетом (3.14), имеем

$$(3.15) \quad Q_e = \frac{p_0 - p_s}{p_0 - p_e} \left(\int_{x_0}^{x_e} x^{\nu-1} dx \right) \left(\int_{x_0}^{x_s} x^{\nu-1} dx \right)^{-1}.$$

Рассмотрим более подробно плоскоодномерный случай ($\nu = 1$). Примем, что $x_e = 0$, $x_0 = l$. Тогда из (3.9) для определения положения сечения начала газовыделения получим

$$x_s = l \left(1 - \frac{1}{p_0 - p_s} \int_{p_s}^{p_e} f^{-1}(p) dp \right)^{-1}.$$

Выражения для безразмерных расходов (3.14) и (3.15) для плоскоодномерного случая запишем в форме

$$Q_e = \frac{p_0 - p_s}{p_0 - p_e} - \frac{1}{p_0 - p_e} \int_{p_s}^{p_e} f^{-1}(p) dp, \quad Q_{le} = \frac{(1 - g_s) p_s}{p_s - g_s p_e} Q_e.$$

Для большинства жидкостей и газов обычно выполняются условия $\tilde{\mu} \ll 1$, $\chi = O(1)$. Тогда в зоне, где выполняется неравенство

$$p_s - p \gg \chi \tilde{\mu} p_s,$$

выражение для функции давления $f(p)$ из (3.5) можно упростить:

$$(3.16) \quad f(p) = \frac{\chi \tilde{\mu} (1 - g_s) p_s p}{4 (p_s - g_s p) (p_s - p)}.$$

Подставляя (3.16) в (3.6), при $\nu = 1$ находим

$$\frac{x - x_s}{x_s} = \frac{4}{\chi \tilde{\mu} (1 - g_s) (p_0 - p_s)} \left[(1 + g_s) (p_s - p) + p_s \ln \frac{p}{p_s} + \frac{g_s (p^2 - p_s^2)}{2 p_s} \right].$$

При этом для расхода имеем

$$Q_e = \frac{4}{\chi \tilde{\mu} (1 - g_s) (p_0 - p_s)} \left[(1 + g_s) (p_s - p_e) + p_s \ln \frac{p_e}{p_s} + \frac{g_s (p_e^2 - p_s^2)}{2 p_s} \right] + \frac{p_0 - p_s}{p_0 - p_e}.$$

Отметим, что использование (3.16) в соотношении (3.6) означает пренебрежение протяженностью зоны двухфазной фильтрации, где p мало отличается от p_s .

Для общности приведем выражение для функции давления, полученной в рамках схемы обращенного течения, когда жидкость течет в пристенном слое, а газ — в центральной зоне. Принимая для коэффициентов относительной фазовой проницаемости выражения (2.7), получим

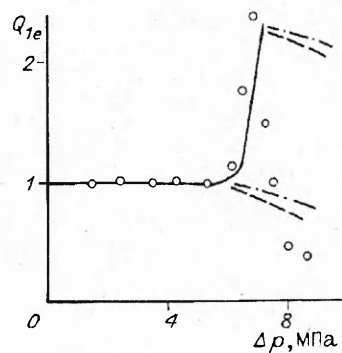
$$(3.17) \quad f(p) = \frac{(1 - g_s) p_s}{p_s - g_s p} \left[\sqrt{\tilde{\mu}^2 + \frac{\tilde{\mu} (p_s - p)}{\chi p}} + (1 - \tilde{\mu}) \right]^2.$$

В рамках односкоростной схемы течения с учетом (2.8) находим

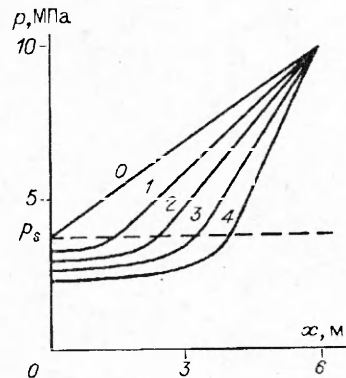
$$(3.18) \quad f(p) = \tilde{\mu}^* \frac{(1 - g_s) p_s}{p_s - g_s p} \left(1 + \frac{p_s - p}{\chi p} \right).$$

При этом выражения для безразмерных расходов Q_{le} имеют вид, совпадающий с (3.14) и (3.15) при соответствующей замене функции давления на выражения (3.17) и (3.18).

На рис. 1 представлены результаты расчетов зависимости безразмерного расхода Q_{le} от перепада давления Δp ($\Delta p = p_0 - p_e$) применительно к экспериментальным данным [1]. При расчетах для параметров, опреде-



Р и с. 1



Р и с. 2

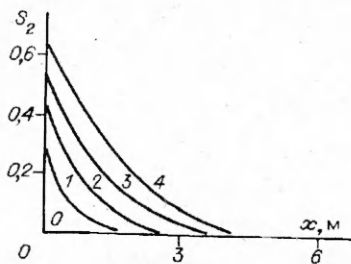
ляющих свойства рассматриваемой смеси, и условий эксперимента использованы следующие значения: $p_0 = 10$ МПа, $p_s = 3,8$ МПа, $\rho_1^0 = 700$ кг/м³, $\rho_2^0 = 68$ кг/м³, $g_s = 0,11$, $\mu_1 = 3,6 \cdot 10^{-4}$ Па·с, $\mu_2 = 1,7 \cdot 10^{-5}$ Па·с ($\bar{\mu} = 0,05$, $\chi = 0,88$). Сплошная линия отвечает схеме «газового подшипника», штриховые и штрихпунктирные — обращенной и равновесной скоростям схемы течения газированной жидкости в пористой среде. Из рис. 1 видно, что использование схемы «газового подшипника» дает хорошее качественное и количественное описание экспериментальных данных на участке резкого увеличения расхода жидкости, когда давление на выходе из пористой среды становится ниже, чем $p_s = 3,8$ МПа. Отметим, что по обращенной и равновесной схемам наличие газовыделения приводит к снижению расхода жидкости (к заперению потока). Однако экспериментальные данные по уменьшению расхода жидкости при дальнейшем снижении давления на выходе из пористой среды ($\Delta p \geq 7,7$ МПа, $p_e \leq 2,3$ МПа) не могут быть объяснены и описаны ни по одной из представленных схем. Такое обстоятельство, по-видимому, объясняется тем, что для этого режима в области фильтрационного течения, примыкающей к выходу из пористой среды ($x = x_c$), реализуется большая газонасыщенность. Поэтому в данной области происходит нарушение сплошности жидкой фазы. Жидкость распадается на несвязанные капельки. Для проталкивания несвязанных капелек через пористую среду необходимо создавать градиенты давления, оцениваемые из соотношения

$$|\nabla p| = \sigma / d^2.$$

Для рассматриваемого случая ($\sigma = 17,4 \cdot 10^{-3}$ кг/с², $d = 5 \cdot 10^{-5}$ м) отсюда имеем

$$|\nabla p| = 8 \text{ МПа/м.}$$

На рис. 2 и 3 показаны распределения давления и газонасыщенности в пористой среде в плоскоодномерном случае ($v = 1$) для различных давлений на выходе из пористой среды (линии 0—4 соответственно для $p_e = 3,8; 3,3; 3; 2,7$ и $2,3$ МПа). Для параметров, определяющих свойства фаз, использованы приведенные выше значения. В двухфазной области использованы выражения, полученные в рамках схемы «газового подшипника». Видно, что газовыделение приводит к сильному снижению наклона кривой для распределения давления, которое в свою очередь обуславливает рост расхода жидкости, представленного на рис. 1 на участке газовыделения ($\Delta p > 6,2$ МПа).



Р и с. 3

Отметим, что, по-видимому, фильтрация газированной жидкости при режиме «сверхтекучести», вообще говоря, реализуется не всегда, а при определенном сочетании свойств веществ пористой среды и жидкости.

4. Автомодельное решение. Для плоскоодномерного течения ($v = 1$) из (1.5) и (1.6) с учетом (2.6) и уравнения состояния (1.4) имеем

$$(4.1) \quad \frac{\partial}{\partial t} [1 + S_2 (\bar{\rho}_{2s}^0 P - 1)] - \kappa \frac{\partial}{\partial x} \left\{ K [1 + S_2 (K_r \bar{\rho}_{2s}^0 P - 1)] \frac{\partial P}{\partial x} \right\} = 0;$$

$$(4.2) \quad \frac{\partial}{\partial t} [(1 - S_2) (1 - g)] - \kappa \frac{\partial}{\partial x} \left[K (1 - S_2) (1 - g) \frac{\partial P}{\partial x} \right] = 0$$

$$(g = g_s P, \bar{\rho}_{2s}^0 = \frac{\rho_{2s}^0}{\rho_1}, P = \frac{p}{p_s}, \kappa = \frac{k p_s}{\mu \mu_1}, K = [\bar{\mu} + (2 - \bar{\mu}) S_2] / \bar{\mu}, K_r = \bar{\mu} S_2 / K).$$

Рассмотрим задачу о фильтрации газированной жидкости в полубесконечной области ($x \geq 0$) при следующих начальных и граничных условиях:

$$(4.3) \quad P(x, 0) = 1, \quad S_2(x, 0) = 0, \quad P(0, t) = P_e \quad (P_e < 1).$$

Приведенное в (4.3) начальное условие для давления ($P(x, 0) = 1$ при $S_2(x, 0) = 0$) является необходимым для данной постановки в рамках несжимаемой жидкости ($\rho_1^0 = \text{const}$). Действительно, если положить $P(x, 0) = P_e > 1$ и $P_e < 1$, то при некотором значении координаты $x = x_s$ (x_s — координата начала газовыделения) должно быть $P(x_s, t) = 1$. Поскольку в области $x_s < x < \infty$ происходит фильтрация несжимаемой жидкости ($S_2(x, t) = 0$), то в этой области должно иметь место однородное распределение давления ($P(x, t) = \text{const}$). Причем при $x = x_s$ безразмерное значение давления равно единице. Поэтому во всей области $x_s < x < \infty$ должно быть $P(x, t) = 1$.

Эта задача является автомодельной. Введем автомодельную переменную $\xi = x/\sqrt{\chi t}$. Тогда уравнения (4.1) и (4.2) запишутся в виде

$$(4.4) \quad \frac{\xi}{2} \frac{d}{d\xi} [1 + S_2 (\bar{\rho}_{2s}^0 P - 1)] + \frac{d}{d\xi} \left\{ K [1 + S_2 (K_r \bar{\rho}_{2s}^0 P - 1)] \frac{dP}{d\xi} \right\} = 0;$$

$$(4.5) \quad \frac{\xi}{2} \frac{d}{d\xi} [(1 - S_2) (1 - g_s P)] + \frac{d}{d\xi} \left[K (1 - S_2) (1 - g_s P) \frac{dP}{d\xi} \right] = 0$$

с начальными и граничными условиями

$$(4.6) \quad P(\infty) = 1, \quad S_2(\infty) = 0, \quad P(0) = P_e.$$

Для расходов через границу полубесконечной области, определяемых из соотношений

$$u_{ir} = m S_{ir} v_{ir} = -\frac{k K_{re}}{\mu_i} \left(\frac{dp}{dx} \right)_{x=0} \quad (i = 1, 2),$$

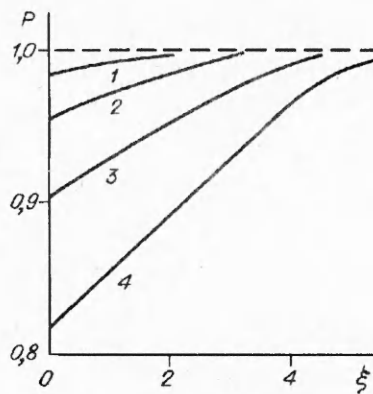
в рассматриваемом режиме фильтрации имеем

$$(4.7) \quad u_{ir} = -\frac{k K_{re} p_s}{\mu_i \sqrt{\chi t}} \left(\frac{dP}{d\xi} \right)_{\xi=0}.$$

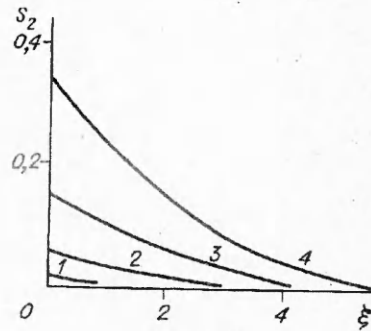
Отсюда видно, что для вычисления расходов u_{ie} необходимо найти значения $dP/d\xi$ и S_2 при $\xi = 0$. Для этого в свою очередь требуется получить распределение давления P и газонасыщенности S_2 на основе нелинейных уравнений третьего порядка (4.4) и (4.5) при краевых условиях (4.6). Численное интегрирование системы (4.4) и (4.5) реализуется следующим образом. Проведя линеаризацию и некоторые преобразования из этой системы, получим

$$(4.8) \quad (1 - g_s) \frac{d^2 P}{d\xi^2} - \frac{\xi}{2} \left[(1 - g_s) \frac{dS_2}{d\xi} + g_s \frac{dP}{d\xi} \right] = 0;$$

$$(4.9) \quad g_s \frac{dP}{d\xi} + \bar{\rho}_{2s}^0 (1 - g_s) \frac{dS_2}{d\xi} = 0.$$



Р и с. 4



Р и с. 5

Из (4.8), (4.9) с учетом условий (4.6) имеем

$$(4.10) \quad \frac{d^2 P}{d\xi^2} + \frac{\eta^2 \xi}{2} \frac{dP}{d\xi} = 0, \quad S_2 = \frac{g_s}{\rho_{2s}^0 (1 - g_s)} (1 - P) \quad \left(\eta^2 = \frac{g_s (1 - \rho_{2s}^0)}{(1 - g_s) \rho_{2s}^0} \right).$$

Разрешая систему (4.10) при крайних условиях на бесконечности (4.6), находим

$$(4.11) \quad P = 1 - A \int_{\xi}^{\infty} \exp(-\eta^2 \xi^2 / 4) d\xi, \quad dP/d\xi = A \exp(-\eta^2 \xi^2 / 4).$$

С помощью этих решений выбираются начальные данные Коши для численного интегрирования системы (4.4) и (4.5). При этом «начальная» координата ξ_0 при заданном значении A выбирается таким образом, чтобы выполнялись условия линеаризации при $\xi > \xi_0$

$$(4.12) \quad (1 - P), \quad S_2/\bar{\mu}, \quad \left| \frac{dS_2}{d\xi} \right|, \quad \left| \frac{dP}{d\xi} \right|, \quad \left| \frac{d^2 P}{d\xi^2} \right| \ll 1.$$

Далее численно решается задача Коши для уравнений (4.4) и (4.5) при «начальных» условиях ($\xi = \xi_0$)

$$(4.13) \quad P_0 = 1 - A \int_{\xi_0}^{\infty} \exp(-\eta^2 \xi^2 / 4) d\xi,$$

$$\frac{dP}{d\xi} = A \exp(-\eta^2 \xi_0^2 / 4), \quad S_{20} = (1 - P_0)/\chi$$

в области значений автомодельной координаты от ξ_0 до нуля ($0 \leq \xi \leq \xi_0$). Выбирая различные значения параметра A , получим распределение для давления и газонасыщенности для разных перепадов давления $\Delta P = 1 - P_0$.

На рис. 4 и 5 представлены распределения давления и газонасыщенности в зависимости от автомодельной координаты при различных перепадах давления (линии 1—4 соответствуют $\Delta P = 0,015; 0,045; 0,095$ и $0,18$). Для параметров газожидкостной системы использованы значения, приведенные в п. 3.

На основе решений (4.11) можно рассмотреть автомодельный режим фильтрации газированной жидкости, когда во всей области течения выполняются условия (4.12). Нетрудно заметить, что для реализации этого решения необходимо выполнение условия

$$\Delta P \ll \bar{\mu} \chi.$$

Тогда решение (4.13) запишем в виде

$$P = 1 - \frac{\eta \Delta P}{\sqrt{\pi}} \int_{\xi}^{\infty} \exp\left(-\frac{\eta^2 \xi^2}{4}\right) d\xi, \quad S_2 = \frac{1 - P}{\chi}.$$

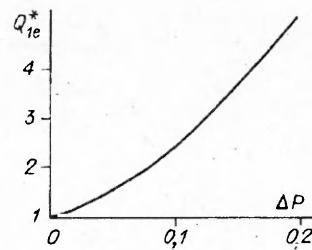
При этом для расходов через границу области имеем

$$(4.14) \quad u_{1e}^* = \frac{k\eta\Delta p}{\mu_1\sqrt{\pi k l}}, \quad u_{2e}^* = \frac{S_{2e}^2 k\eta\Delta p}{\mu_2\sqrt{\pi k l}},$$

$$\Delta p = p_s - p_e, \quad S_{2e} = \Delta p / (\chi p_s).$$

Введем безразмерный параметр Q_{1e}^* для расхода жидкой фазы как отношение расходов, определяемых выражениями (4.7) и (4.14):

$$Q_{1e}^* = \frac{u_{1e}^*}{u_{1e}^*} = \frac{K_{1e}}{\eta\Delta p} \left(\frac{dp}{d\xi} \right)_{\xi=0}$$



Р и с 6

Введенный таким образом параметр Q_{1e}^* в некоторой степени выражает изменение расхода, связанное с эффектом «газового подшипника» при автомодельном режиме фильтрации.

На рис. 6 приведена зависимость Q_{1e}^* от безразмерного перепада давления. Для величин, определяющих свойства газированной жидкости и пористой среды, использованы приведенные выше значения. Видно, что применение схемы «газового подшипника» и в случае автомодельного режима фильтрации приводит к значительному росту расхода жидкости (Q_{1e}^* становится больше единицы).

Для сравнений приведем также выражение для расхода «чистой» жидкости при упругом режиме фильтрации, соответствующее аналогичным начальным и граничным условиям, использованным при получении (4.14):

$$(4.15) \quad u_e = \frac{k\Delta p}{\mu_1\sqrt{\pi k_c l}}, \quad \chi_c = \frac{k\rho_1^0 C_1^2}{m\mu_1}$$

(C_1 — скорость звука в жидкости). Тогда для отношения расходов жидкости, определяемых формулами (4.14) и (4.15), при одинаковом значении перепада давления Δp имеем

$$(4.16) \quad u_{1e}^*/u_e = C_1/C, \quad C = \sqrt{\frac{p_s(1-\epsilon_s)^{-0} p_{2s}^{-0}}{\rho_1 \epsilon_s (1-\rho_{2s})^{-0}}}$$

Здесь C соответствует значению равновесной скорости звука для газированной жидкости вблизи состояния начала газовыделения. В частности, для рассматриваемой выше смеси *n*-гексана с углекислым газом имеем $C \approx 75$ м/с ($C_1 = 10^3$ м/с). Значит, как следует из формулы (4.16), наличие газовыделения приводит к сильному увеличению расхода (более чем в 10 раз) по сравнению со случаем фильтрации «чистой» жидкости при упругом режиме. Причем это обстоятельство связано с эффектом сжимаемости газонасыщенной жидкости из-за газовыделения.

Таким образом, резкое увеличение расхода насыщенной газом жидкости при фильтрации через пористую среду при снижении давления на выходе из пористой среды до значений начала газовыделения может быть объяснено эффектом «газового подшипника», приводящим к «сверхтекучести» фильтрующей жидкости. Причем снижение расхода жидкости при дальнейшем уменьшении значения давления на выходе из пористой среды, по-видимому, связано с нарушением сплошности жидкости (с распадом жидкости на отдельные капельки) в области пористой среды, прилегающей к выходу из пористой среды.

Автор благодарит Р. И. Нигматулину за внимание к работе и полезное обсуждение ее результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Болотов А. А., Мирзаджанзаде А. Х., Нестеров И. И. Реологические свойства растворов газов в жидкости в области давления насыщения // Изв. АН СССР. МЖГ. — 1988. — № 1.
2. Лейбензон Л. С. К теории движения газированной жидкости в пористой среде // Изв. АН СССР. Сер. географ. и геофиз. — 1946. — Т. 10, № 1.

3. Розенберг М. Д., Кундин С. А. Многофазная многокомпонентная фильтрация при добыче нефти и газа. — М.: Недра, 1976.
4. Баренблатт Г. И., Ентов В. М., Рыжик В. М. Движение жидкостей и газов в природных пластах. — М.: Недра, 1984.
5. Николаевский В. Н. Волновые воздействия на нефтяные пласты // Нефтегазовая гидромеханика/Сб. науч. тр. МИНГ им. И. М. Губкина. — М., 1991. — № 228.

г. Тюмень

Поступила 17/XII 1991 г.,
в окончательном варианте — 21/V 1992 г.

УДК 533.6.011.6:532.529.5

А. Л. Левин

О ТЕПЛООБМЕНЕ ВБЛИЗИ КРИТИЧЕСКОЙ ТОЧКИ ТЕЛА, ОБТЕКАЕМОГО СВЕРХЗВУКОВОЙ ДВУХФАЗНОЙ СТРУЕЙ

Тупое тело в сверхзвуковой двухфазной струе, состоящей из газа и твердых крупных частиц, интенсивно нагревается под действием их ударов и конвективного теплообмена, который может быть в несколько раз больше конвективного теплообмена в такой же струе без частиц [1, 2].

В настоящей работе в соответствии с экспериментальными и теоретическими результатами [1—6] предлагаются соотношения, позволяющие рассчитывать конвективные тепловые потоки в критической точке и их распределение вдоль поверхности тела, обтекаемого сверхзвуковой двухфазной струей с твердыми крупными частицами. Теплообмен в сверхзвуковой струе с мелкими частицами был рассмотрен в [7].

1. Следует остановиться на возможных механизмах увеличения конвективного теплообмена между тупым телом и обтекающей его сверхзвуковой двухфазной струей. Интересно рассмотреть влияние на конвективный теплообмен жидкого конуса, образующегося из отскочившей от тела частицы и сопровождающего ее вихря, вышедших из ударного слоя около тела в сверхзвуковую область течения вблизи критической линии тока. На таком жидком конусе возникает коническая ударная волна [8].

В этом случае на конвективный теплообмен может повлиять взаимодействие ударных волн около тела и на жидком конусе. Согласно [9], тепловой поток к телу в области столкновения ударных волн изменяется пропорционально корню квадратному из давления. В критической точке тела эффект соударения этих волн оказывает слабое влияние на теплообмен в силу небольшого изменения давления, которое, например, по экспериментам [8] даже уменьшается на ~ 30 % по сравнению со случаем обтекания струей без частиц. Влияние жидкого конуса на теплообмен ослабляется еще тем, что время существования такого конуса значительно меньше времени взаимодействия двухфазной струи с телом и составляет 10—20 % от последнего по измерениям [1].

По аналогии с экспериментами на тупых телах с иглой [10] жидкий конус, образующийся обычно вблизи критической линии тока, должен сместить максимум теплового потока с критической точки на боковую поверхность тела и уменьшить тепловой поток к критической точке по сравнению с обтеканием тела такой же сверхзвуковой струей без частиц. Однако этих эффектов, согласно экспериментам [1, 2], не наблюдается. Таким образом, влиянием жидких конусов на конвективный теплообмен следует пренебречь.

В настоящей работе предлагается следующее объяснение повышенного конвективного теплообмена при обтекании тела сверхзвуковой двухфазной струей. Частицы или их осколки, отскочившие вверх по течению от тела,