

16. Полак А. Ф., Бабков В. В., Мохов В. Н. Прочность цементного камня // Гидратация и твердение вяжущих.— Уфа: НИИПромстрой, 1978.
17. Irwin G. R. Analysis of stresses and strains near the end of a crack traversing a plate // J. Appl. Mech.— 1957.— V. 24, N 3.
18. Orowan E. O. Fundamentals of brittle behavior of metals // Fatigue and fracture of metals.— N. Y.: Wiley, 1952.
19. Новожилов В. В. О необходимом и достаточном критерии хрупкой прочности // ПММ.— 1969.— Т. 33, вып. 2.
20. Васильев В. З. Концентрация напряжений в полупространстве вблизи цилиндрического выступа при осесимметричном нагружении // Изв. АН СССР. МТТ.— 1974.— № 4.
21. Васильев В. З. Осесимметричная деформация упругоизотропного цилиндра, составленного из двух частей, состыкованных торцами // Механика стержневых систем и сплошных сред: Межвуз. мат. сб. тр. ЛИСИ.— Л., 1979.
22. Kelly A. Strong solids.— L.: Oxford Univ. Press, 1966.

г. Санкт-Петербург

Поступила 20/VI 1990 г.,
в окончательном варианте — 8/V 1991 г.

УДК 532.593 : 539.374

Ю. И. Мещеряков, Г. Г. Савенков

ДВУХУРОВНЕВАЯ МОДЕЛЬ ДИНАМИЧЕСКОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ МЕТАЛЛОВ

Для описания пластической деформации металлов в ударных волнах предложены кинетические соотношения, определяющие на первом уровне скорость пластической деформации через скорость размножения и скорость смещения подвижных дислокаций в зависимости от действующего сдвигового напряжения. На втором уровне, на котором определяющую роль играют ротационные моды, скорость пластической деформации является функцией скорости смещения диполей частичных дисклинаций. Приводятся примеры упругопластических волновых фронтов в стали и алюминии.

Работы, посвященные микроструктурным моделям распространения упругопластических волн при динамическом нагружении, основываются на дислокационно-кинетических соотношениях, включающих кинематические уравнения вида [1—3]

$$(1) \quad \dot{\gamma} = b\dot{N}\lambda + bN_m v \text{ или } \dot{\gamma} = bN_m v$$

($\dot{\gamma}$ — скорость пластической деформации сдвига, \dot{N} — скорость размножения дислокаций, b — вектор Бюргерса, λ — средняя длина пробега дислокаций, N_m — плотность подвижных дислокаций, v — их средняя скорость), а также закон движения дислокаций в том или ином виде, определяющий зависимость скорости дислокаций от приложенного сдвигового напряжения.

Однако для удовлетворительного совпадения расчетных и экспериментальных данных по эволюции волнового фронта, как правило, возникает необходимость в подгонке тех или иных параметров (чаще всего связанных с плотностью дислокаций), входящих в вышеназванную систему уравнений [1].

Наметившийся за последние годы существенный прогресс в понимании микроструктурных аспектов больших пластических деформаций, который основывается на введении структурных масштабных уровней пластической деформации, ее ротационных мод и коллективных свойств дислокаций и дисклинаций [4—6], позволяет лучше понять поведение материалов и при ударно-волновом нагружении. Следует отметить, что коллективные дислокационные эффекты проявляются при достижении критического значения плотности дислокаций [4], а причинами ротационных эффектов являются: релаксация внутренних моментов сил, работа момен-

тов приложенных напряжений, дислокационная неустойчивость и анизотропия пластических свойств материалов [5].

В ряде работ показано, что пластическая деформация в своей развитой фазе при ударно-волновом нагружении осуществляется в виде движения совокупности микропотоков [7—9], которые по сути есть проявление токовой дислокационной неустойчивости. Их дальнейшая разориентация [10] указывает на включение дисклинационного (ротационного) механизма пластической деформации.

Таким образом, можно предположить, что пластическая деформация при динамическом нагружении осуществляется на двух масштабных уровнях: на первом (микроскопическом) ее элементарные носители — отдельные дислокации, на втором (мезоскопическом) — дислокационный ток и дисклинационные диполи, квадруполь и т. п. [4, 5]. В соответствии со сказанным каждому из уровней отвечает свой участок на фронте упруго-пластической волны.

Заметим, что, вероятно, впервые двухуровневая модель упруго-пластического деформирования металлов в ударных волнах была рассмотрена в [11], где в отличие от данной работы фигурировали микроскопический и макроскопический уровни деформации, а уравнения сохранения совместно с определяющим уравнением релаксационного типа решались численно.

Для оценки реалистичности предлагаемой нами модели рассмотрим более подробно расчет пространственно-временного импульса сжатия для одномерного случая. С этой целью запишем систему уравнений динамики сплошной среды

$$(2) \quad \rho_0 \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial \sigma}{\partial x}, \quad \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \frac{\partial u}{\partial x}$$

с определяющим уравнением в виде

$$(3) \quad \frac{\partial \sigma}{\partial t} - (\lambda_1 + 2G) \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = -\frac{8}{3} G \dot{\gamma}.$$

Здесь σ — нормальное напряжение в направлении распространения волны; ε — полная (упругая плюс пластическая) деформация; u — массовая скорость частиц; ρ_0 — плотность материала; λ_1 — константа Ламэ; G — модуль сдвига.

Для первого (дислокационного) уровня решение системы уравнений (2), (3) при выполнении регенеративного закона размножения дислокаций

$$(4) \quad N_m = N_{m0} + \alpha \dot{\gamma}$$

(N_{m0} — начальная плотность подвижных дислокаций, α — коэффициент размножения дислокаций) и с учетом гилмановской зависимости скорости дислокаций от сдвигового напряжения

$$(5) \quad v = c_t \exp(-(\tau_0 + H\dot{\gamma})/\tau)$$

(c_t — скорость поперечных сдвиговых волн, τ_0 — напряжение, отражающее общий уровень барьеров на пути дислокаций, H — коэффициент упрочнения, учитывающий процессы стопорения дислокаций при их высокой плотности) хорошо известно [12, 13]:

$$(6) \quad \sigma_I = \frac{8}{3} \frac{N_{m0}}{\alpha} G - \rho_0 c^2 \left(\left(\frac{\tau_* + B_*}{\delta} \right) + \frac{2N_{m0}}{c} \right) + \frac{2N_{кр}}{\alpha} \rho_0 c_t^2 \exp(-k(x - c_p t)).$$

Здесь $\tau_* = \tau_0/G$; $B_* = H/G$; $N_{кр} = 10^{13} \dots 10^{14} \text{ м}^{-2}$ — критическая плотность дислокаций; c — скорость продольных звуковых волн; c_p — гидростатическая скорость звука; $\delta = \ln(\theta/bc_t \alpha G)$; $\theta = bc_t \alpha \exp(B_*/M)$; $k = \theta/c_p$; $M = 2(c_T^2 - c_p^2)/(c^2 - c_p^2)$; c_p — скорость пластической волны.

На второй стадии пластической деформации ее скорость определяется выражением

$$(7) \quad \dot{\gamma}_{II} = Nbv + 2n\omega av_d$$

(n — плотность подвижных диполей частичных дисклинаций (ДЧД), ω , $2a$, v_d — мощность, плечо, скорость диполя).

Найдем скорость ДЧД, приняв два допущения: 1) размножение дисклинаций при движении диполей отсутствует; 2) напряжение в упругопластической волне превосходит критические напряжения, начиная с которых возможны коллективные дислокационные перестройки.

Очевидно, что второе допущение для интенсивных динамических нагрузок, которые реализуются в рассматриваемых упругопластических волнах, практически всегда выполняется. Тогда скорость ДЧД определяется по зависимости [5]

$$(8) \quad v_d = \left(\int_{-a}^a v(y) dy \right) / \lambda \ln(1 - \omega/bN_1\lambda)$$

(N_1 — начальная плотность дислокаций, равная в нашем случае $N_{кр}$). Скорость движения дислокаций на втором участке определим из закона вязкого торможения

$$(9) \quad v = (\tau - \tau_0)b/B$$

(B — коэффициент вязкого торможения дислокаций).

Подставляя (9) в (8) и принимая $\lambda \simeq a$, получим

$$(10) \quad v_d = - \frac{2(\tau - \tau_0)b}{B \ln(1 - \omega/bN_{кр}a)}$$

Плотность диполей определим в виде $n = \beta N_{кр}$ ($\beta = \text{const} \ll 1$). По оценкам, приводимым в [14], $n_{\max} = 10^{11} \text{ м}^{-2}$, т. е. $\beta_{\max} \simeq 10^{-3} \dots 10^{-2}$.

Путем отождествления каналов пластической деформации с диполями частичных дисклинаций нами методами растровой электронной микроскопии получены следующие значения для ряда конструкционных материалов: для стали 12Х18Н10Т, Ст. 4 и стали 45 $n = 9 \cdot 10^8, 8 \cdot 10^9, 2 \cdot 10^9 \text{ м}^{-2}$. Эти материалы испытали воздействие ударной волны интенсивностью около 50 ГПа.

С учетом (10) уравнение (7) примет вид

$$(11) \quad \dot{\gamma}_{II} = \frac{\tau - \tau_0}{B} N_{кр} b^2 \left(1 - \frac{4\beta\omega a}{b \ln(1 - \omega/bN_{кр}a)} \right),$$

тогда (3) имеет форму

$$(12) \quad \dot{\sigma}_{II} - \rho_0 c^2 \dot{\varepsilon}_{II} = - \frac{8}{3} GN_{кр} b^2 \left(1 - \frac{4\beta\omega a}{b \ln(1 - \omega/bN_{кр}a)} \right) \left(\frac{\tau - \tau_0}{B} \right).$$

В терминах сдвиговой деформации с учетом того, что

$$(13) \quad \sigma - (\lambda_1 + 2G)\varepsilon = - \frac{2}{3} G\gamma;$$

$$(14) \quad \tau = \frac{3}{4} \left(\sigma - \left(\lambda_1 + \frac{2}{3} G \right) \varepsilon \right)$$

(τ — напряжение сдвига), уравнение (12) можно переписать как

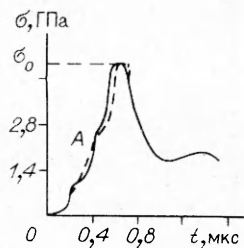
$$(15) \quad \dot{\gamma}_{II} = \frac{G((\varepsilon - 2\gamma) - \tau_0) N_{кр} b^2}{B} \left(1 - \frac{4\beta\omega a}{b \ln(1 - \omega/bN_{кр}a)} \right).$$

В случае стационарного пластического фронта система (2)—(5) принимает вид

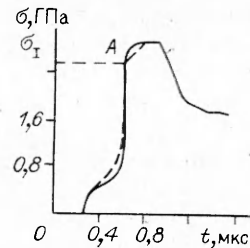
$$(16a) \quad \rho_0 c_p \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial \sigma}{\partial x} = 0;$$

$$(16b) \quad c_p \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial x} = 0;$$

$$(16в) \quad c_p \frac{\partial \gamma}{\partial x} = \frac{GN_{кр}}{B} ((\varepsilon - 2\gamma) - \tau_0) \left(1 - \frac{4\beta\omega a}{b \ln(1 - \omega/bN_{кр}a)} \right).$$



Р и с. 1



Р и с. 2

Интегрирование уравнений (16а), (16б) по x дает

$$(17) \quad \rho_0 c_p u + \sigma = c_1, \quad c_p \varepsilon + u = c_2,$$

постоянные находятся из условий для искомых переменных вдали от области их быстрого изменения. Пусть ε_1 , σ_1 , u_1 — значения деформации, напряжения и массовой скорости частиц в конце первого участка, ε_0 , σ_0 , u_0 — максимальные значения этих величин. Тогда систему (17) запишем как

$$(18) \quad \rho_0 c_p u + \sigma = \rho_0 c_p u_0 + \sigma_0, \quad c_p \varepsilon + u = c_p \varepsilon_1 + u_1.$$

Подставляя (13) в (18), получим

$$(19) \quad \rho_0 c_p u + \rho_0 c^2 \varepsilon - \frac{8}{3} G \gamma = \rho_0 c_p u_0 + \sigma_0, \quad c_p \varepsilon + u = c_p \varepsilon_1 + u_1.$$

Из этих уравнений можно найти напряжения и деформации на пластическом фронте через пластическую деформацию сдвига γ , зависимость которой от времени и координат может быть определена из совместного решения уравнений (15) и (16в), в результате этих выкладок имеем

$$(20) \quad \sigma_{II} = \frac{1}{c_p^2 + c^2} \left(\rho_0 c^2 \left(2c_p u_{ср} + c_p^2 \varepsilon_1 + \frac{\sigma_0}{c_0} \right) - \frac{8}{3} \Phi G c_p^2 + \right. \\ \left. + \frac{8}{3} c_p^2 G \exp(-k_1(x - c_p t)) \right),$$

$$\text{где } u_{ср} = \frac{u_1 + u_0}{2}; \quad \Phi = \frac{2u_{ср} + c_p \varepsilon_1 - \tau_*(c_p^2 + c^2)}{4G - \rho_0(c_p^2 + c^2)} \frac{3}{2} \rho_0 c_p.$$

В этом случае угловая частота

$$\theta = \frac{2N_{кр} G b^2}{B} \left(1 - \frac{4\beta \omega a}{b \ln(1 - \omega/bN_{кр}c)} \right) \left(\frac{c_p^2 + c^2}{c^2 + c_p^2} \right).$$

В соответствии с выражениями (6) и (20) передний фронт импульса сжатия представляется в виде экспоненты, нарастающей от напряжения на упругом предвестнике — предел упругости Гюгонио p_E (имеющей точку перегиба A на рис. 1, 2 при $\gamma = \gamma_{кр}$) до максимального значения напряжения на плато импульса σ_0 .

На рис. 1, 2 показаны расчетный (штриховая линия) и экспериментальный (сплошная) импульс для мишени из стали 30ХН4М и алюминия марки А6. Временной профиль скорости свободной поверхности регистрировали с помощью лазерного дифференциального интерферометра. Значения характеристик материала приведены в таблице. Как видно из рис. 1, 2, наблюдается достаточно хорошее количественное и качественное совпадение результатов расчета и эксперимента. Некоторые несущественные расхождения можно объяснить погрешностью, вносимой при обработке результатов эксперимента, а также приближенностью значений характеристик дислокационно-дисклинационной структуры материалов.

Однако следует отметить, что в ряде работ (см., например, [1, 11, 15, 16]), в которых также наблюдалось хорошее совпадение расчетных и экспериментальных данных, точек перегиба не экспериментально, ни

Материал	v_0 , м/с	p_E , ГПа	N_{m0} , м ⁻²	b , м	H , ГПа	α , м ⁻²	ω , рад
30ХН4М	364	1.64	10 ⁹	2,48·10 ⁻¹⁰	18	2,4·10 ¹¹	0,06
А6	185	0,27	1,5·10 ¹¹	2,86·10 ⁻¹⁰	7,2	3·10 ¹¹	0,1

численно обнаружено не было. Это обстоятельство вынуждает предположить, что предложенная нами модель имеет ограничения, связанные, по всей видимости, с исходными параметрами (N_{m0} , N) дислокационной структуры и образующейся дисклинационной структурой (n и N_d — число дислокаций в ДЧД), а также с начальными параметрами ударно-волнового нагружения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Канель Г. И. Модель кинетики пластической деформации металлов в условиях ударно-волнового нагружения // ПМТФ.— 1982.— № 2.
2. Фадеев Ю. И. Об уравнениях дислокационной пластичности при больших скоростях // ПМТФ.— 1984.— № 2.
3. Лукерченко В. И. К выводу основного кинематического соотношения теории дислокаций // ДАН СССР.— 1984.— Т. 274, № 1.
4. Рыбин В. В. Большие пластические деформации и разрушение металлов.— М.: Металлургия, 1986.
5. Владимиров В. И., Романов А. Е. Дисклинации в кристаллах.— Л.: Наука, 1986.
6. Панин В. Е., Лихачев В. А., Гриняев Ю. В. Структурные уровни деформации твердых тел.— Новосибирск: Наука, 1985.
7. Диваков А. К., Коханчик Л. С., Мещеряков Ю. И. и др. К микромеханике динамического деформирования и разрушения // ПМТФ.— 1987.— № 3.
8. Мещеряков Ю. И., Диваков А. К., Кудряшов В. Г. О динамической прочности при отколе и пробое // ФГВ.— 1988.— № 2.
9. Мещеряков Ю. И. Статистическая модель формирования поверхности откола и критерий разрушения // Поверхность.— 1988.— № 3.
10. Савенков Г. Г., Барахтин Б. К. Особенности деформирования алюминиевых сплавов при воздействии цилиндрической ударной волны // Пластическая деформация материалов в условиях внешних энергетических воздействий: Тез. докл.— Новокузнецк, 1988.
11. Макаров П. В. Упругопластическое деформирование металлов волнами напряжений и эволюция дефектной структуры // ФГВ.— 1987.— № 1.
12. Мещеряков Ю. И., Морозов В. А. Аналитическое исследование структуры упруго-пластических волн на основе дислокационной модели // ЧММСС.— 1976.— Т. 7.— С. 130.
13. Мещеряков Ю. И., Морозов В. А. Об использовании дислокационной модели для описания ударно-нагружаемых жесткопластических сред с упрочнением // ПМТФ.— 1978.— № 3.
14. Кооперативные деформационные процессы и локализация деформации / В. А. Лихачев, В. Е. Панин, Е. Э. Засимчук и др.— Киев: Наук. думка, 1989.
15. Макаров П. В., Платова Т. М., Скрипняк В. А. О пластическом деформировании и микроструктурных превращениях металлов в ударных волнах // ФГВ.— 1983.— № 5.
16. Альтшуллер Л. В., Чекин Б. С. Структура ударных волн и определяющее уравнение металлов // ПМТФ.— 1987.— № 6.

г. Санкт-Петербурга

Поступила 18/II 1991 г.,
в окончательном варианте — 30/V 1991 г.

УДК 539.375

О. П. Алексеенко, А. М. Вайсман

ЧАСТИЧНОЕ РАСКРЫТИЕ ТРЕЩИНЫ ПРИ НАГНЕТАНИИ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ

Для трещины гидроразрыва на большой глубине дополнительное давление жидкости, создаваемое для преодоления прочности породы, мало по сравнению с горным давлением P_g . Поэтому приближенно выполняется условие плавного смыкания [1, 2]. Точно это условие справедливо