

ЛИТЕРАТУРА

1. Корнфельд М. Упругость и прочность жидкостей. М.—Л.: Гостехиздат, 1951.
2. Зарембо Л. К., Красильников В. А. Введение в нелинейную акустику. М.: Наука, 1966.
3. Сиротюк М. Г. Экспериментальные исследования ультразвуковой кавитации.— В кн.: Мощные ультразвуковые поля. М.: Наука, 1968.
4. Harvey E. N., McElroy W. D. On cavity formation in water.— J. Appl. Phys., 1947, v. 18, N 2.
5. Гавриленко Т. П., Топчий М. Е. Исследование динамической прочности воды на разрыв.— ПМТФ, 1966, № 4.
6. Courzens D. C., Trevena D. H. Critical tension in a liquid under dynamic conditions of stressing.— Nature, 1969, v. 222, N 5192.
7. Дремин А. И., Канель Г. И., Колдунов С. А. Исследование откола в воде, этиловом спирте и плексигласе.— В кн.: Горение и взрыв. Материалы III Всесоюз. симпозиума по горению и взрыву. М.: Наука, 1972.
8. Carlson G. A., Henry K. W. Technique for studying tensile failure in application to glycerol.— J. Appl. Phys., 1973, v. 44, N 5.
9. Кедринский В. К. Динамика зоны кавитации при подводном взрыве вблизи свободной поверхности.— ПМТФ, 1975, № 5.
10. Стебновский С. В. Развитие начальных возмущений внешней границы расширяющегося газожидкостного кольца.— ПМТФ, 1982, № 5.
11. Наугольных К. А., Рой Н. А. Электрические разряды в воде. М.: Наука, 1971.

Поступила 22/XI 1984 г.

УДК 532.542:660.095.26

СТАЦИОНАРНЫЕ ТЕЧЕНИЯ В КАНАЛАХ ПРИ АВТОВОЛНОВОМ РАСПРОСТРАНЕНИИ ХИМИЧЕСКОЙ РЕАКЦИИ С РЕЖИМ ИЗМЕНЕНИЕМ ВЯЗКОСТИ

Г. В. Жижин, А. С. Сегаль

(Ленинград)

Течение в каналах реагирующих сред, вязкость которых резко увеличивается с глубиной превращения, сопровождается налипанием продукта на стенки канала и образованием струи непрореагировавшего вещества, вытянутой вдоль оси [1—6]. В [2, 3] это явление исследуется численно, а в [4] — экспериментально на примере полимеризации в проточном трубном реакторе. В [5, 6] дается аналитическое описание динамики процесса при условии однозначной зависимости вязкости и плотности среды от времени протекания реакции. Это условие выполняется при отсутствии теплопереноса в среде (например, при изотермическом течении среды с пренебрежимо малой диффузией). Однако многие химические процессы сопровождаются интенсивным выделением и переносом тепла, и для них результаты [5, 6] не применимы, что относится в первую очередь к практически важному явлению автоволнового распространения реакции, которое для случая полимеризации в неподвижной среде рассматривалось в [7—11]. Чтобы учесть существенный в данном случае молекулярный перенос тепла, метод, разработанный в [5, 6], модифицируется в [12]. Однако получить аналитическое описание течения при этом не удается, авторы приводят результаты численных расчетов некоторых его характеристик.

В данной работе рассматриваются стационарные течения реагирующей среды в плоских и цилиндрических каналах при автоволновом распространении реакции, сопровождающейся режимом увеличением вязкости. В основу исследования положен метод расчета ламинарных течений в пограничном слое с поверхностью разрыва, предложенный в [13].

В рамках допущений, принятых в [12], получено аналитическое решение задачи, форма волны реакции найдена в явном виде. Рассчитаны расходно-напорные характеристики канала. Показано, что малый параметр задачи — отношение вязкостей среды до и после волны — вносит в решение сингулярное возмущение, которое вызывает резкое искривление и вытягивание профилей волны и продольной составляющей скорости в окрестности оси, т. е. приводит к образованию осевой струи. Вследствие этого условие равномерной малости угла наклона волны к оси, принятое в [12], не выполняется, и стационарная волна реакции при удалении от оси перестает существовать. Область существования стационарной волны сокращается при уменьшении отношения вязкостей на волне, что может приводить к потере устойчивости стационарного процесса.

1. Рассматриваются стационарные течения в плоских и цилиндрических каналах в присутствии волны химического превращения. Среда считается несжимаемой, тепловыделение за счет диссипации механической

энергии не учитывается. Толщина волны принимается малой в сравнении с характерным поперечным размером канала.

При принятых допущениях волну можно рассматривать как поверхность разрыва, причем проекция локальной скорости потока на нормаль к этой поверхности равна скорости распространения волны в неподвижной среде (локальный закон Михельсона [14]).

Как известно [14], устойчивые стационарные волны химического превращения в каналах наблюдаются при больших в сравнении с V средних скоростей потока U ($\varepsilon = V/U \ll 1$). При этом профиль волны вытянут в направлении оси канала и ориентирован под малым углом к ней. Следовательно, в силу локального закона Михельсона поперечные составляющие скорости потока имеют порядок V , продольные составляющие, очевидно, — порядок U .

Рассмотрим течение в плоском канале. Введем декартову систему координат (x, y) таким образом, чтобы ее ось x совпадала с осью канала. Масштабы гидродинамических величин выберем так, чтобы соответствующие безразмерные переменные имели порядок единицы [13, 15]: V — масштаб поперечной составляющей скорости v , U — масштаб продольной составляющей скорости u , расстояние от оси канала до его стенки Y — масштаб координаты y , $X = YU/V$ — масштаб координаты x , $P = \mu_2 U^2 / YV$ — масштаб перепада давлений (μ_2 — вязкость продукта реакции). Тогда, относя все величины к их масштабам, запишем уравнения движения в безразмерных переменных:

$$(1.1) \quad \text{Re}_2 \left(u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} + v_1 \frac{\partial u_1}{\partial y} \right) = - \frac{\partial p_1}{\partial x} + \alpha \left(\varepsilon^2 \frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_1}{\partial y^2} \right);$$

$$(1.2) \quad \varepsilon^2 \text{Re}_2 \left(u_1 \frac{\partial v_1}{\partial x} + v_1 \frac{\partial v_1}{\partial y} \right) = - \frac{\partial p_1}{\partial y} + \alpha \left(\varepsilon^4 \frac{\partial^2 v_1}{\partial x^2} + \varepsilon^2 \frac{\partial^2 v_1}{\partial y^2} \right);$$

$$(1.3) \quad \frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial v_1}{\partial y} = 0;$$

$$(1.4) \quad \text{Re}_2 \left(u_2 \frac{\partial u_2}{\partial x} + v_2 \frac{\partial u_2}{\partial y} \right) = - \frac{\partial p_2}{\partial x} + \varepsilon^2 \frac{\partial^2 u_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_2}{\partial y^2};$$

$$(1.5) \quad \varepsilon^2 \text{Re}_2 \left(u_2 \frac{\partial v_2}{\partial x} + v_2 \frac{\partial v_2}{\partial y} \right) = - \frac{\partial p_2}{\partial y} + \varepsilon^4 \frac{\partial^2 v_2}{\partial x^2} + \varepsilon^2 \frac{\partial^2 v_2}{\partial y^2};$$

$$(1.6) \quad \frac{\partial u_2}{\partial x} + \frac{\partial v_2}{\partial y} = 0,$$

где $\alpha = \mu_1 / \mu_2$; $\text{Re}_2 = YV / \mu_2$ — число Рейнольдса; все безразмерные переменные обозначены так же, как их размерные аналоги; индекс 1 относится к течению до поверхности разрыва, 2 — после.

Следуя [12, 13], примем, что угол наклона поверхности разрыва к оси канала β равномерно мал во всей области течения и имеет порядок ε . Тогда условия сохранения массы, нормальной и касательной составляющих импульса на поверхности разрыва в безразмерных переменных примут вид

$$(1.7) \quad (u_1 \text{tg} \beta - v_1)|_F = (u_2 \text{tg} \beta - v_2)|_F;$$

$$(1.8) \quad \left[\alpha \left(2\varepsilon^2 \frac{\partial u_1}{\partial x} \text{tg} \beta - \frac{\partial u_1}{\partial y} - \varepsilon^2 \frac{\partial v_1}{\partial x} \right) - p_1 \text{tg} \beta \right]_F = \\ = \left(2\varepsilon^2 \frac{\partial u_2}{\partial x} \text{tg} \beta - \frac{\partial u_2}{\partial y} - \varepsilon^2 \frac{\partial v_2}{\partial x} - p_2 \text{tg} \beta \right) \Big|_F;$$

$$(1.9) \quad \left[\alpha \left(\varepsilon^2 \frac{\partial u_1}{\partial y} \text{tg} \beta + \varepsilon^4 \frac{\partial v_1}{\partial x} \text{tg} \beta - 2\varepsilon^2 \frac{\partial v_1}{\partial y} \right) - p_1 \right]_F = \\ = \left(\varepsilon^2 \frac{\partial u_2}{\partial y} \text{tg} \beta + \varepsilon^4 \frac{\partial v_2}{\partial x} \text{tg} \beta - 2\varepsilon^2 \frac{\partial v_2}{\partial y} - p_2 \right) \Big|_F,$$

где $F = F(x)$ — безразмерный профиль поверхности разрыва; $\operatorname{tg} \beta = dF/dx$. Условия сохранения на поверхности разрыва дополним условием неразрывности касательной составляющей скорости (слипание потоков) и локальным законом Михельсона:

$$(1.10) \quad (u_1 + \varepsilon^2 v_1 \operatorname{tg} \beta)|_F = (u_2 + \varepsilon^2 v_2 \operatorname{tg} \beta)|_F;$$

$$(1.11) \quad (-u_1 \operatorname{tg} \beta + v_1)|_F = (1 + \varepsilon^2 \operatorname{tg}^2 \beta)^{1/2}.$$

Вязкость продукта реакции в случае полимеризации чрезвычайно сильно (на четыре — семь порядков) возрастает по сравнению с вязкостью исходной смеси, при этом безразмерные параметры α и Re_2 значительно меньше единицы.

2. Будем решать задачу в нулевом приближении по малому числу Рейнольдса Re_2 и малому отношению поперечных и продольных масштабов ε . Уравнения (1.1)–(1.6) и условия (1.7)–(1.11) не содержат членов порядка ε , поэтому нулевое приближение будет справедливым с точностью до членов порядка ε^2 . С этой точностью уравнения (1.2), (1.5) и условие (1.9) приводят к выводу о постоянстве давления по сечению канала ($p = \operatorname{const}(y)$), а остальные уравнения и условия принимают вид

$$(2.1) \quad \alpha \partial^2 u_1 / \partial y^2 = dp/dx; \quad (2.2) \quad \partial^2 u_2 / \partial y^2 = dp/dx;$$

$$(2.3) \quad \partial u_1 / \partial x + \partial v_1 / \partial y = 0; \quad (2.4) \quad \partial u_2 / \partial x + \partial v_2 / \partial y = 0;$$

$$(2.5) \quad u_1|_F = u_2|_F; \quad (2.6) \quad \alpha \partial u_1 / \partial y|_F = \partial u_2 / \partial y|_F;$$

$$(2.7) \quad v_1|_F = v_2|_F; \quad (2.8) \quad (-u_1 \operatorname{tg} \beta + v_1)|_F = 1.$$

Отметим, что малый параметр α в уравнении (2.1) стоит при старшей производной и может вносить в решение задачи сингулярное возмущение, поэтому члены, содержащие множитель α , не могут быть отброшены заведомо (см., например, [16]).

Добавим к условиям на поверхности разрыва условие симметрии потока относительно оси x , условия прилипания и непроницаемости на стенке и интегральное условие сохранения расхода через произвольное поперечное сечение канала:

$$(2.9) \quad \partial u_1 / \partial y|_{y=0} = 0; \quad (2.10) \quad u_2|_{y=1} = v_2|_{y=1} = 0;$$

$$(2.11) \quad \int_0^F u_1 dy + \int_F^1 u_2 dy = 1.$$

Уравнения (2.1)–(2.4) и условия (2.5)–(2.11) определяют рассматриваемую задачу. Интегрируя (2.1) и (2.2) по y , а (2.3) и (2.4) по x и подставляя полученные квадратуры в (2.5)–(2.11), после преобразований имеем

$$(2.12) \quad x = x_0(F) = \int_{|F|}^1 \frac{3(1-\xi)(1+\xi+2\gamma\xi^2)}{(1+\gamma\xi^3)^2} d\xi = \frac{2-3|F|+|F|^3}{2(1+\gamma|F|^3)};$$

$$(2.13) \quad u_1 = 3[(1+\gamma F^2) - (1+\gamma)y^2]/2(1+\gamma|F|^3);$$

$$(2.14) \quad u_2 = 3(1-y^2)/2(1+\gamma|F|^3);$$

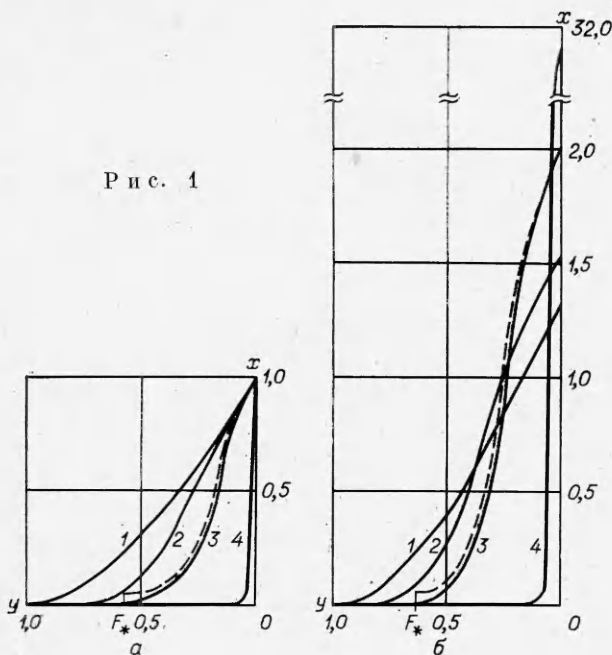
$$(2.15) \quad v_1 = \gamma|F|y[(2-3|F|-\gamma|F|^3) + (1+\gamma)|F|y^2]/(1-|F|)(1+|F|+2\gamma F^2);$$

$$(2.16) \quad v_2 = \gamma F^2(1-y^2)(2+y)/(1-|F|)(1+|F|+2\gamma F^2);$$

$$(2.17) \quad \Delta p = \frac{9}{2} \int_{|F|}^1 \frac{(1-\xi)(1+\xi+2\gamma\xi^2)}{(1+\gamma\xi^3)^3} d\xi,$$

где $\gamma = \alpha^{-1} - 1$; Δp — перепад давлений между нулевым сечением, в котором поверхность разрыва примыкает к стенкам канала, и текущим сечением; явное выражение для интеграла (2.17) громоздко и не приводится. Формулы (2.12)–(2.17) задают явную зависимость гидродинамических

Рис. 1



полей от координаты y и параметрическую зависимость от x . На рис. 1, а показаны профили поверхности разрыва при $\alpha = 1, 10^{-1}, 10^{-2}, 10^{-6}$ (линии 1—4). Из (2.12) следует

$$\begin{aligned} x_0(1) &= 0, \quad x_0(0) = 1, \\ x'_0(1) &= 0, \quad x'_0(0) = -3/2, \\ \lim_{\alpha \rightarrow 0, F \neq 0} x_0(F) &= 0. \end{aligned}$$

В нулевом сечении поверхность разрыва разворачивается перпендикулярно стенкам канала. Координата вершины и угол наклона поверхности разрыва к оси в вершине не зависят от α . При уменьшении α до нуля функция

$x_0(F)$ на промежутках $[-1, 0)$ и $(0, 1]$ неравномерно сходится к нулю и поверхность разрыва искривляется, приобретая Т-образную форму. Такое поведение решения означает, что малый параметр α вносит в него сингулярное возмущение [16]. При этом ранее принятое условие равномерной малости угла β во всей области течения перестает выполняться. Угол β остается малым до тех пор, пока поверхность разрыва располагается в окрестности оси. При удалении от оси вблизи нулевого сечения поверхность разрыва резко искривляется и ориентируется практически перпендикулярно оси.

На рис. 2 приведены профили продольной составляющей скорости в различных сечениях канала при $\alpha = 0,01$ (штриховые линии — поверхность разрыва). Видно, что периферийная часть канала заполнена неподвижным продуктом реакции, а в центральной части с большой скоростью движется струя непрореагировавшего вещества. По мере увеличения координаты x продукт реакции увлекается осевой струей и скорость его движения растет. При этом скорость исходной смеси на оси сначала увеличивается за счет уменьшения «живого» сечения канала, а затем уменьшается до прежнего значения за счет передачи импульса продукту реакции.

Поперечная составляющая скорости, рассчитанная по уравнениям (2.15) и (2.16), мала в сравнении с продольной составляющей в области, где угол β мал. Вблизи нулевого сечения, где угол β резко увеличивается, это соотношение масштабов нарушается (выражения (2.15) и (2.16) имеют особенность при $x = 0$ ($F = 1$)).

Расходно-напорная характеристика при достаточно больших для выхода поверхности разрыва из канала расходах (режим «пробоя» $Q \geq 2LV$, где Q — объемный расход, L — длина канала) может быть рассчитана по формулам (2.12), (2.17). При меньших расходах поверхность разрыва локализуется внутри канала и характеристика принимает вид

$$\Delta p = \frac{9}{2} \int_0^1 \frac{(1-\xi)(1+\xi+2\gamma\xi^2)}{(1+\gamma\xi^3)^3} d\xi + 3(l-1),$$

где $l = L/X = 2LV/Q$ — безразмерная длина канала.

Размерные расходно-напорные характеристики плоского канала при $\alpha = 1, 10^{-1}, 10^{-2}$ (линии 1—3) даны на рис. 3 ($Y = 7,5 \cdot 10^{-2}$ м, $V = 2,5 \times$

$\times 10^{-4}$ м/с, $\mu_1 = 5,7 \cdot 10^{-4}$ кг/м·с, $\varepsilon = 0,1$). При увеличении расхода часть объема канала, занятая высоковязким продуктом реакции, уменьшается и характеристики становятся более крутыми. Существенно, что расходно-напорные характеристики в данном случае монотонны и не обнаруживают существования гистерезисных явлений [3].

3. Как показано в п. 2, решение, полученное в предположении равномерной малости угла β во всей области течения, становится некорректным в окрестности нулевого сечения. Для нахождения стационарного решения, справедливого во всей области течения, необходимо отказаться от этого предположения. Считая угол β произвольным, получим, что уравнения движения в безразмерных переменных не изменятся, а условия на поверхности разрыва примут вид *

$$(3.1) \quad (u_1 \operatorname{tg} \beta - \varepsilon v_1)|_F = (u_2 \operatorname{tg} \beta - \varepsilon v_2)|_F;$$

$$(3.2) \quad \left[\alpha \left(2\varepsilon^2 \frac{\partial u_1}{\partial x} \operatorname{tg} \beta - \varepsilon \frac{\partial u_1}{\partial y} - \varepsilon^3 \frac{\partial v_1}{\partial x} \right) - p_1 \operatorname{tg} \beta \right] \Big|_F = \\ = \left(2\varepsilon^2 \frac{\partial u_2}{\partial x} \operatorname{tg} \beta - \varepsilon \frac{\partial u_2}{\partial y} - \varepsilon^3 \frac{\partial v_2}{\partial x} - p_2 \operatorname{tg} \beta \right) \Big|_F;$$

$$(3.3) \quad \left[\alpha \left(\varepsilon \frac{\partial u_1}{\partial y} \operatorname{tg} \beta + \varepsilon^3 \frac{\partial v_1}{\partial x} \operatorname{tg} \beta - 2\varepsilon^2 \frac{\partial v_1}{\partial y} \right) - p_1 \right] \Big|_F = \\ = \left(\varepsilon \frac{\partial u_2}{\partial y} \operatorname{tg} \beta + \varepsilon^3 \frac{\partial v_2}{\partial x} \operatorname{tg} \beta - 2\varepsilon^2 \frac{\partial v_2}{\partial y} - p_2 \right) \Big|_F;$$

$$(3.4) \quad (u_1 + \varepsilon v_1 \operatorname{tg} \beta)|_F = (u_2 + \varepsilon v_2 \operatorname{tg} \beta)|_F;$$

$$(3.5) \quad (-u_1 \operatorname{tg} \beta + \varepsilon v_1)|_F = \varepsilon(1 + \operatorname{tg}^2 \beta)^{1/2}.$$

Условия (3.1) и (3.4) эквивалентны (2.5) и (2.7). Отбрасывая в (3.2) и (3.3) члены порядка ε^2 , после преобразований имеем

$$(3.6) \quad \alpha \partial u_1 / \partial y|_F = \partial u_2 / \partial y|_F + O(\varepsilon);$$

$$(3.7) \quad p_1|_F = p_2|_F + O(\varepsilon^2).$$

В нулевом приближении по ε последние условия совпадают соответственно с (2.6) и условием неразрывности давления, однако в отличие от (2.6) условие (3.7) оказывается справедливым только с точностью от членов порядка ε .

Условие (3.5) существенно отличается от (2.8), соответствующего малости угла β . При этом для профиля поверхности разрыва имеем

$$(3.8) \quad x = x_1(F) = 1 - \int_0^{|F|} (f^2(\xi) - \varepsilon^2)^{1/2} d\xi,$$

где $f(\xi)$ — подинтегральное выражение в (2.12). Пределы интегрирования в (3.8) расставлены таким образом, чтобы координаты вершины поверхности разрыва, сосчитанные по этой формуле и по (2.12), совпадали. Выражения (2.13)—(2.17) для гидродинамических полей сохраняют свой вид.

Профиль поверхности разрыва, рассчитанный по (3.8) при $\alpha = 0,01$, $\varepsilon = 0,1$, изображен на рис. 1 штриховыми линиями. Вдали от нулевого сечения угол β мал, $f \gg \varepsilon$ и решение (3.8) оказывается близким к (2.12):

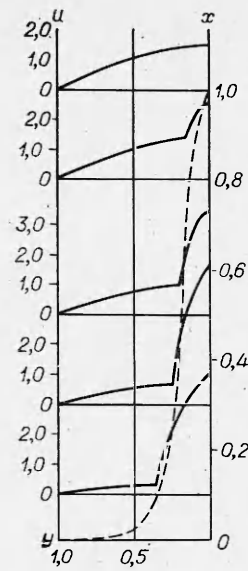


Рис. 2

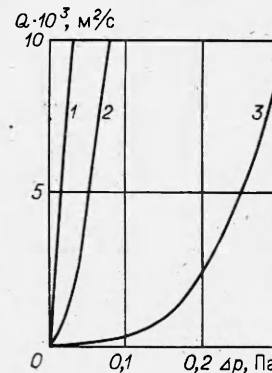


Рис. 3

* В уравнениях (3.1)—(3.5) в отличие от (1.7)—(1.9) $\operatorname{tg} \beta$ определен через размерные переменные F и x для удобства оценки порядков величин и по-прежнему имеет порядок единицы.

$$(3.9) \quad x = x_1(F) = x_0(F) - \frac{\varepsilon^2}{2} \int_0^{|F|} \frac{d\xi}{f(\xi)} + o(\varepsilon^2).$$

По мере приближения к нулевому сечению f уменьшается, и последняя формула становится неточной. При достижении критического сечения $F = F_*$, в котором

$$(3.10) \quad f = f_* = \varepsilon,$$

поверхность разрыва разворачивается перпендикулярно оси ($(dx_1/dF)|_{F_*} = 0$), и решение (3.8) перестает существовать.

Исчезновение стационарного решения при $F > F_*$ связано с несовместностью условий (2.10) на стенках канала и закона Михельсона в форме (3.5), который отвечает автоволновому режиму распространения реакции. Решение, полученное на основе закона Михельсона, в этой области должно быть существенно нестационарным, так как при $F > F_*$ скорость распространения волны V становится больше локальной скорости потока, и волна будет проникать вверх по потоку. Для реализации стационарного решения необходимо, чтобы на достаточном удалении от оси канала изменялся режим распространения реакции: здесь должна располагаться «удерживающая зона», стабилизирующая волну реакции [14].

В случае полимеризации $\alpha \ll \varepsilon$ и для корня уравнения (3.10) можно получить асимптотическое выражение $F_* = (3\alpha/\varepsilon)^{1/4} + o(\alpha^{1/4})$, откуда следует, что при достаточно малых α область, в которой не существует стационарного решения, распространяется на большую часть поперечного сечения канала.

4. Рассмотрим стационарные течения в цилиндрическом канале при автоволновом распространении реакции. Система уравнений движения среды в безразмерных переменных в нулевом приближении по малым Re_2 и ε примет вид

$$\begin{aligned} \alpha \frac{1}{y} \frac{\partial}{\partial y} \left(y \frac{\partial u_1}{\partial y} \right) &= \frac{dp}{dx}, \quad \frac{1}{y} \frac{\partial}{\partial y} \left(y \frac{\partial u_3}{\partial y} \right) = \frac{dp}{dx}, \\ \frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{1}{y} \frac{\partial}{\partial y} (y v_1) &= 0, \quad \frac{\partial u_3}{\partial x} + \frac{1}{y} \frac{\partial}{\partial y} (y v_2) = 0, \\ \int_0^F u_1 y dy + \int_F^1 u_2 y dy &= 1/2, \end{aligned}$$

где x и y — осевая и радиальная координаты; u и v — осевая и радиальная составляющие вектора скорости, обозначенные так же, как соответствующие координаты и составляющие скорости в случае плоского канала. Условия (2.5)–(2.10) не меняют своей формы.

Можно показать, что такая постановка задачи эквивалентна предложенной в [12], где для всей области течения записываются уравнения движения среды с переменной вязкостью. Однако рассмотренный в данной работе подход позволяет выявить роль малого параметра α и решить задачу при произвольных значениях угла β .

Проводя необходимые выкладки, для искомых переменных получим

$$(4.1) \quad x = x_0(F) = \int_F^1 2 \frac{(1 - \xi^2)(1 + \gamma \xi^2)}{(1 + \gamma \xi^4)^2} d\xi;$$

$$(4.2) \quad u_1 = 2[(1 + \gamma F^2) - (1 + \gamma)y^2]/(1 + \gamma F^4);$$

$$(4.3) \quad u_2 = 2(1 - y^2)/(1 + \gamma F^4);$$

$$(4.4) \quad v_1 = \gamma F y [(1 - 2F^2 - \gamma F^4) + (1 - \gamma)F^2 y^2]/(1 - F^2)(1 + \gamma F^2);$$

$$(4.5) \quad v_2 = \gamma F^3 (1 - y^2)^2 / y (1 - F^2)(1 + \gamma F^2);$$

$$(4.6) \quad \Delta p = 16 \int_F^1 \frac{(1-\xi^2)(1+\gamma\xi^2)}{(1+\gamma\xi^4)^3} d\xi.$$

Профили поверхности разрыва при различных значениях α приведены на рис. 1, б. Как и в случае плоского канала, малый параметр α вносит в решение сингулярное возмущение, которое приводит к резкому искривлению и вытягиванию профиля в окрестности оси (значения α те же, что и на рис. 1, а).

Существенная особенность цилиндрического канала — то, что при уменьшении α до нуля координата вершины поверхности разрыва не остается постоянной, а неограниченно возрастает. При этом осевая струя непрореагировавшего вещества сильно вытягивается вдоль оси канала, что приводит к «пробоям» трубчатого реактора [1—4] при сравнительно малых расходах.

Отметим, что при равных вязкостях исходной смеси и продукта $\alpha = 1$ и (4.1) принимает вид $x = x_0(F) = (2/3)(F^3 - 3F + 2)$, который совпадает с известным решением для формы пламени бунзеновской горелки [14].

Расходно-напорная характеристика цилиндрического канала при $Q \geq \pi YLV/x_0(0)$ (режим «пробоя») параметрически задается уравнениями (4.1) и (4.6), при меньших расходах принимает вид

$$\Delta p = 16 \int_0^1 \frac{(1-\xi^2)(1+\gamma\xi^2)}{(1+\gamma\xi^4)^3} d\xi + 8[l - x_0(0)],$$

где $l = L/X = \pi YLV/Q$ — безразмерная длина канала. Расходно-напорные характеристики совпадают с полученными в [12] и качественно не отличаются от характеристик плоского канала.

При отказе от условия равномерной малости угла β для профиля поверхности разрыва имеем

$$x = x_1(F) = x_0(0) - \int_0^F (f^2(\xi) - \varepsilon^2)^{1/2} d\xi,$$

где $f(\xi)$ — подынтегральное выражение в (4.1). Формулы (3.9) и (3.10) сохраняют свой вид.

Асимптотическое выражение для корня уравнения (3.10) в случае сильного увеличения вязкости на поверхности разрыва $F_* = (2\alpha/\varepsilon)^{1/6} + o(\alpha^{1/6})$. В случае равных вязкостей для корня получим выражение $F_* = (1 - \varepsilon/2)^{1/2}$, которое совпадает с аналогичной формулой, найденной из решения для бунзеновской горелки [14].

ЛИТЕРАТУРА

1. Вольфсон С. А., Ениколопан Н. С. Расчеты высокоэффективных полимеризационных процессов. М.: Химия, 1980.
2. Sala R., Valz-Gris F., Zanderighi L. A fluid-dynamic study of a continuous polymerization reactor. — Chem. Eng. Sci., 1974, v. 29, N 11.
3. Бостанджиян С. А., Боярченко В. И. и др. Низкотемпературные режимы полимеризации в проточном реакторе. — ПМТФ, 1979, № 1.
4. Бутаков А. А., Занин А. М. Экспериментальное исследование закономерностей протекания экзотермической реакции с изменяющейся вязкостью реагента в трубчатом реакторе. — ФГВ, 1978, т. 14, № 5.
5. Ваганов Д. А. Некоторые двумерные эффекты при течении реагирующей жидкости со свойствами, меняющимися с глубиной превращения. — ПМТФ, 1977, № 1.
6. Ваганов Д. А. Стационарное течение реагирующей жидкости с меняющимися с глубиной превращения свойствами. — ПМТФ, 1984, № 1.
7. Чечило Н. М., Хвиливицкий Р. Я., Ениколопан Н. С. О явлении распространения реакции полимеризации. — ДАН СССР, 1972, т. 204, № 5.
8. Ханукаев Б. Б., Кожушнер М. А., Ениколопан Н. С. Теория распространения фронта полимеризации. — ДАН СССР, 1974, т. 214, № 3.

9. Давтян С. П., Сурков Н. Ф. и др. Кинетика радикальной полимеризации в условиях распространения фронта реакции с учетом гель-эффекта. — ДАН СССР, 1977, т. 232, № 2.
10. Жижин Г. В. Структура волн фронтальной полимеризации. — ДАН СССР, 1982, т. 263, № 6.
11. Жижин Г. В. К расчету структуры волны фронтальной полимеризации. — Кинетика и катализ, 1984, т. 25, № 2.
12. Ваганов Д. А., Жирков П. В. Гидродинамические закономерности фронтальной полимеризации в трубчатом реакторе. — В кн.: Тез. докл. 8-й Всесоюз. конф. по химическим реакторам. Чиммент, 1983, т. 2.
13. Черный Г. Г. Ламинарные движения газа и жидкости в пограничном слое с поверхностью разрыва. — Изв. АН СССР. Отдел техн. наук, 1954, № 12.
14. Зельдович Я. Б., Баренблатт Г. И. и др. Математическая теория горения и взрыва. М.: Наука, 1980.
15. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1974.
16. Ломов С. А. Введение в общую теорию сингулярных возмущений. М.: Наука, 1981.

Поступила 5/X 1984 г.

УДК 533.915.004.12:546.217

ОПРЕДЕЛЕНИЕ И ВЫЧИСЛЕНИЕ ЭФФЕКТИВНЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ ПЕРЕНОСА ДЛЯ ХИМИЧЕСКИ РАВНОВЕСНЫХ ТЕЧЕНИЙ ЧАСТИЧНО ДИССОЦИИРОВАННЫХ И ИОНИЗОВАННЫХ СМЕСЕЙ ГАЗОВ

С. А. Васильевский, И. А. Соколова, Г. А. Турский
(Москва)

В [1, 2] получены точные уравнения переноса для многокомпонентной частично ионизованной смеси газов в новой более простой для расчетов форме, а также выведены соответствующие выражения для всех коэффициентов переноса в высших приближениях разложения неравновесных функций распределения компонентов по полиномам Сонина и дан подробный численный анализ поведения этих коэффициентов на примере частично ионизованного воздуха. В данной работе рассматривается вывод уравнений переноса для частного, но практически важного случая течения частично диссоциированных и частично ионизованных многокомпонентных смесей газов при условии локального химического равновесия в каждой точке потока (ситуация, распространенная на практике, например, при обтекании тел в режиме сплошной среды при достаточно больших числах Маха и Рейнольдса, в задачах химической технологии и т. д.). Для этого случая впервые вводится полный набор эффективных коэффициентов переноса и проводится их численный анализ с учетом высших приближений, на основании которого даются практические рекомендации по учету высших приближений в эффективных коэффициентах переноса при решении задач тепло- и массообмена в низкотемпературной плазме.

Явлениям переноса в химически равновесных смесях газов посвящена обширная литература. Впервые описание переноса тепла с учетом дополнительного диффузионного переноса «химической» энергии предложено Нернстом [3]. В дальнейшем этот подход для бинарных газовых смесей, в которых протекает одна реакция диссоциации, развит в [4—6] и др. Физическое обоснование этого процесса сводится к тому, что продукты реакции, протекающей в области с повышенной температурой, диффундируют в область с меньшей температурой, где вступают в обратную химическую реакцию. Для многокомпонентных покоящихся ($\nabla p = 0$) газовых смесей с произвольным числом протекающих реакций диссоциации эффективный коэффициент теплопроводности получен в [7, 8], в [9, 10] — для частично ионизованных химически равновесных смесей.

В [3—10] рассматривался вывод только эффективного коэффициента теплопроводности в покоящейся среде, т. е. только молекулярный перенос тепла, но не молекулярный перенос массы в виде диффузии элементов, который с необходимостью появляется при наличии градиента температуры в многокомпонентной смеси с разными диффузионными свойствами компонентов даже при отсутствии эффекта термодиффузии или при наличии градиента давления (см. (2.5)). Диффузия элементов приводит к появлению дополнительного слагаемого в потоке тепла, наличие градиента давления — к появлению дополнительного слагаемого в уравнении энергии. Диффузия элементов в химически равновесных течениях приводит к появлению еще целого ряда перекрестных эффективных коэффициентов переноса, в результате чего диффузионный поток какого-либо элемента зависит от градиентов всех элементов. Впервые на это обращено внимание в [11, 12]. Заметим, что наличие реакций в смеси газов ведет к возмущению