

9. **Абрамович Г. Н.** Теория турбулентных струй.— М.: Наука, 1984.
10. **Seban R. A.** Heat transfer and effectiveness for a turbulent boundary layer with tangential fluid injection // Trans. ASME. Ser. C.— 1960.— N 4.
11. **Кутателадзе С. С., Леонтьев А. И.** Теплообмен и трение в турбулентном пограничном слое.— М.: Энергоатомиздат, 1985.
12. **Пядишюс А., Шланчяускас А.** Турбулентный теплоперенос в пристенных слоях.— Вильнюс: Моклас, 1987.
13. **Charnay G., Comte-Bellot G., Mathieu J.** Development of a turbulent boundary layer on a flat plate in an external turbulent flow // Proc. AGARD Conf.— 1971.— N 93.— Paper 27.— P. 27.1.
14. **Мамонов В. Н.** Теплообмен на проницаемой пластине при повышенной степени турбулентности набегающего потока // Турбулентный пограничный слой при сложных граничных условиях.— Новосибирск: Наука, 1977.

г. Новосибирск

Поступила 26/1 1990 г.

УДК 532.526

А. А. Коваленко, И. И. Липатов

ИССЛЕДОВАНИЕ ПЕРЕХОДА ОТ ЗАКРИТИЧЕСКОГО К ДОКРИТИЧЕСКОМУ РЕЖИМУ ВЯЗКО-НЕВЯЗКОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В СЛЕДЕ ЗА ПЛАСТИНОЙ

1. В классической теории Прандтля предполагается, что внешнее невязкое течение не зависит от течения в пограничном слое. Однако это предположение не всегда справедливо. Так, на некоторых режимах гиперзвукового обтекания тел наблюдается сильная взаимозависимость невязкого и вязкого течений (режимы умеренного и сильного взаимодействия [1]).

Математическая формулировка задачи для режима сильного вязко-невязкого взаимодействия отличается от формулировки классической задачи пограничного слоя. Параболическая система уравнений пограничного слоя при учете индуцированного в процессе взаимодействия градиента давления приобретает свойство слабой эллиптичности. Это свойство есть математическое отражение физического процесса распространения возмущений вверх по потоку. Изучение решений задачи, описывающей течение в режиме сильного взаимодействия, показало, что возмущения могут распространяться вверх по потоку на расстояния, сравнимые с длиной обтекаемого тела. Течения с таким характером распространения возмущений принято называть течениями с взаимодействием докритического типа [2]. Вместе с тем были выявлены и такие ситуации, при которых протяженность области распространения возмущений ограничена несколькими толщинами пограничного слоя. Такая локализация возмущений характерна для течений с взаимодействием закритического типа [3]. Исследования показали, что параметром, определяющим характер распространения возмущений, а тем самым и тип взаимодействия, является некоторое среднинегальное число Маха в пограничном слое. Этот параметр, полученный ранее при изучении внутренних невязких течений, называется критерием Пирсона [4].

В условиях, когда вязко-невязкое взаимодействие играет определяющую роль, в течениях могут присутствовать области с взаимодействием как докритического, так и закритического типов. Именно такая ситуация наблюдается при гиперзвуковом симметричном обтекании пластины конечной длины и нулевой толщины, рассматриваемом в настоящей работе. Здесь взаимодействие докритического типа реализуется в пограничном слое около пластины и на небольшом расстоянии в следе за ней. Постепенный разгон газа под действием сил вязкости около задней кромки приводит к тому, что в некотором сечении следа среднинегальное число Маха оказывается равным единице (критерий Пирсона обращается в нуль). Ниже по течению от этого сечения реализуется взаимодействие закритического типа.

Описанный процесс имеет много общего с одномерным течением невязкого газа в сопле Лавалы, в котором поток плавно разгоняется от дозвуковой скорости на входе в сопло до сверхзвуковой на выходе из него. Из теории одномерного течения невязкого газа известно также, что превышение определенного уровня давления на выходе из сопла приводит к переходу течения из сверхзвукового в дозвуковое с формированием на заднем его срезе скачка уплотнения. Дальнейшее повышение давления сопровождается перемещением скачка навстречу потоку к критическому сечению сопла.

В настоящей работе изучено влияние повышения давления в сечении следа, соответствующем правой границе расчетной области, на характер всего течения. Повышение давления в следе может быть вызвано присутствием тела в следе за пластиной или падением скачка уплотнения на след. Установлено, что задание в следе давления, превышающего некоторое значение, приводит к формированию решения, которое можно трактовать как разрывное. Такой «скачок» сопровождается сменой типа взаимодей-

ствия на докритический с последующим плавным выходом давления на заданное значение. Таким образом, и в этом аспекте наблюдается аналогия гиперзвукового течения в следе с течением в сопле [5]. Необходимо помнить, что полученный «скачок» не является обычным газодинамическим скачком. Несмотря на проводимую с одномерным невязким потоком аналогию, течение в следе существенно двумерное. И только осредненные по поперечным сечениям следа характеристики этого течения дают основание считать его докритическим (дозвуковым) или закритическим (сверхзвуковым). Учитывая вышесказанное, всюду в данной работе термин скачок, применяемый к течению в следе, употребляем с кавычками.

Для режима слабого взаимодействия разрывное решение получено в [6]. Показано, что при малых значениях температурного фактора поверхности смена типа взаимодействия может происходить под действием малого перепада давления. Это обусловлено нелинейным изменением функций в пристеночном подслое на фоне линейного изменения в основной части пограничного слоя. В отличие от [6] в настоящей работе изучен режим, при котором под действием конечного перепада давления нелинейные изменения происходят по всей толщине пограничного слоя.

2. Рассматривается задача о гиперзвуковом течении около пластины нулевой толщины и в симметричном следе за ней. Предполагается, что характерное число Рейнольдса Re имеет большую, по докритическую величину, так что течение в пограничном слое и в следе ламинарное. Постулируется режим сильного вязко-невязкого взаимодействия, что справедливо при достаточно больших значениях числа Маха набегающего потока.

Всюду далее верхним индексом нуль отмечены размерные величины, нижними индексами ∞ и c — параметры набегающего потока и характерные величины.

Для вывода безразмерных уравнений гиперзвукового пограничного слоя необходимо произвести нормировку всех переменных, входящих в исходные полные уравнения Навье — Стокса, на соответствующие характерные величины по правилу $\Phi^0(x^0, y^0) = \Phi^0 \Phi(x, y)$. Под нормировкой в данном случае подразумевается проведение обезразмеривания переменных с учетом порядка их величин в рассматриваемой области течения. Нормировочные множители Φ_c^0 зависят от длины пластины l^0 , скорости u_∞^0 и плотности ρ_∞^0 набегающего потока, малого параметра задачи $d_c \ll 1$, представляющего собой характерный угол наклона внешней границы невозмущенного пограничного слоя. Согласно [1], характерными являются следующие величины: для декартовых координат — $x_c^0 = l^0$, $y_c^0 = d_c l^0$, для компонент скорости — $u_c^0 = u_\infty^0$, $v_c^0 = d_c u_\infty^0$, для плотности — $\rho_c^0 = \rho_\infty^0$, для статического давления — $p_c^0 = d_c^2 \rho_\infty^0 u_\infty^0{}^2$, для полной энтальпии — $h_c^0 = u_\infty^0{}^2/2$. Можно показать, что при данной нормировке полной энтальпии в качестве характерного значения абсолютной температуры удобно использовать величину $t_c^0 = u_\infty^0{}^2/2c_p^0$ (c_p^0 — удельная теплоемкость при постоянном давлении). Тогда с учетом принятой в настоящей работе степенной зависимости динамического коэффициента вязкости от абсолютной температуры в качестве характерной для него необходимо взять величину $\mu_c^0 = \mu^0(t_c^0)$.

Уравнения гиперзвукового пограничного слоя могут быть получены после подстановки отнормированных таким образом переменных в полные уравнения Навье — Стокса. Для этого достаточно совершить предельный переход для $Re = \rho_\infty^0 u_\infty^0 l^0 / \mu_c^0 \rightarrow \infty$, требуя при этом, чтобы порядки величин конвективного и главного вязкого членов уравнения импульса совпадали. Характерный угол наклона внешней границы слоя, для которого выполняется это условие, связан с числом Рейнольдса соотношением $d_c = Re^{-1/4}$.

Система уравнений и краевых условий для вязкой части ударного слоя в отнормированных переменных принимает вид (нижними индексами x, y обозначены частные производные по соответствующей переменной)

$$(2.1) \quad (\rho u)_x + (\rho v)_y = 0, \quad \rho u u_x + \rho v u_y + p_x = (\mu u_y)_y, \\ \rho u h_x + \rho v h_y = \frac{1}{Pr} (\mu h_y)_y + \left(1 - \frac{1}{Pr}\right) [\mu (u^2)_y]_y,$$

$$p = \frac{\kappa - 1}{2\kappa} \rho (h - u^2), \quad \mu = (h - u^2)^\omega, \quad d = \int_0^{y_L} dy,$$

$$y = 0: \quad v = u = h - h_B = 0, \quad 0 \leq x \leq 1,$$

$$v = u_y = h_y = 0, \quad 1 < x,$$

$$y = y_L: \quad u = h = 1, \quad 0 \leq x.$$

Здесь κ — отношение удельных теплоемкостей совершенного газа; Pr — число Прандтля; ω — показатель степени в зависимости динамического коэффициента вязкости от температуры (в дальнейшем $\omega = 1$); индексы B и L относятся к значениям переменных на поверхности пластины и на внешней границе вязкого слоя.

Замыкающее систему (2.1) соотношение можно получить с помощью широко применяемого в практических расчетах метода касательных клиньев [1]. В рамках этого метода устанавливается связь давления с местным углом отклонения линий тока от направления набегающего потока. Согласно общепринятой концепции «эффективного» тела, упомянутое отклонение линий тока формируется под влиянием вытесняющего воздействия пограничного слоя пластины и следа за ней. В рамках постулируемого в настоящей работе режима сильного вязко-невязкого взаимодействия нетрудно получить соотношение для определения давления:

$$(2.2) \quad p = \frac{\kappa + 1}{2} (dx)^2.$$

Для решения задачи на ЭВМ удобно ввести независимые переменные, позволяющие не только исключить из уравнений пограничного слоя плотность, но и придать расчетной области прямоугольную форму. С вычислительной точки зрения удобно также использовать зависимые переменные, учитывающие характер поведения функций в непосредственной окрестности носика пластины и известное как автомодельное решение Лиза — Стюартсона [1]. Таким требованиям удовлетворяют переменные

$$X = x, \quad Y = c_1 x^{-1/4} \int_0^y \rho dy, \quad U = u, \quad H = h, \quad P = x^{1/2} p,$$

$$V = x(uY_x + c_1 x^{-1/4} \rho v), \quad D = x^{-3/4} d, \quad D_L = x^{-3/4} d_L.$$

Представленные в этих переменных система (2.1), уравнение (2.2), краевые условия, а также вспомогательные соотношения принимают вид

$$(2.3) \quad V_Y + (1/4)U + XU_X = 0,$$

$$XUU_X + VU_Y + c_1(G - (1/2))(H - U^2) = c_1PU_{XY},$$

$$XUH_X + VH_Y = c_1P[c_{01}H_{Y^2} + c_{10}(U^2)_{Y^2}],$$

$$Y = 0: \quad V = U = H - H_B = 0, \quad 0 \leq X \leq 1,$$

$$V = U_Y = H_Y = 0, \quad 1 < X,$$

$$Y = Y_L: \quad U = H = 1, \quad 0 \leq X,$$

$$S_L = \int_0^{Y_L} R_1 dY, \quad S_M = \int_0^{Y_L} \frac{R_1 R_2}{R_1 - R_2} dY,$$

$$R_1 = H - U^2, \quad R_2 = H - c_0 U^2,$$

$$D = D_L = S_L/P, \quad P = c_2(XD_X + (3/4)D)^2,$$

$$G = XP_X/P = 2(X^2D_{XX} + (7/4)XD_X)/(XD_X + (3/4)D),$$

$$c_0 = (\kappa + 1)/(\kappa - 1), \quad c_1 = (\kappa - 1)/2\kappa, \quad c_2 = (\kappa + 1)/2,$$

$$c_{01} = 1/Pr, \quad c_{10} = 1 - c_{01}.$$

Интеграл $S_M(X)$ входит в качестве множителя в выражение для критерия Пирсона и определяет его знак. Отрицательным значениям этого интегра-

ла отвечает закритический тип взаимодействия, положительным — докритический.

Для решения сформулированной задачи центральной является процедура поиска такого распределения толщины эффективного тела, которое к моменту завершения этой процедуры совпадало бы с толщиной вытеснения вязкого слоя во всей расчетной области, включая пограничный слой около пластины и след за ней. Подробное описание процедуры поиска самосогласованной толщины эффективного тела можно найти в [7].

3. Далее параметры течения перед «скачком» и за ним обозначены нижними индексами — и + соответственно. Первое предположение, которое делается при анализе «скачка», — малость характерного расстояния, на котором происходит резкое изменение давления. Второе предположение, естественным образом вытекающее из первого, заключается в том, что толщина следа за «скачком» в первом приближении равна толщине следа перед ним. В противном случае схема течения оказывается несамосогласованной, так как изменение толщины следа на малом расстоянии привело бы к большому индуцированному давлению и отрыву пограничного слоя на пластине. Третье предположение связано с сохранением энтропии вдоль струек тока при прохождении ими «скачка». Это предположение есть следствие использования во всей расчетной области единой системы уравнений (2.3). Появление разрывного решения связано с формированием области с большими локальными градиентами. В общем случае течение в такой области описывается системой уравнений Эйлера. Решение, полученное на основе исходной системы уравнений (2.3) без выделения скачка, не удовлетворяет интегральному условию сохранения импульса. Действительно, при воздействии конечного (в масштабах, характерных для пограничного слоя и следа) перепада давления площадь поперечного сечения произвольной струйки тока меняется в основном порядке. В этих условиях необходимо учитывать влияние распределения давления по боковой поверхности струйки тока. Такое влияние корректно учитывается в системе уравнений Эйлера, содержащей невырожденное уравнение поперечного импульса. Можно предложить различные процедуры нахождения связи между решениями слева и справа от «скачка»; описание процедур выходит за рамки настоящей работы.

Учет первого из высказанных предположений позволяет свести системе уравнений (2.3) к виду

$$(3.1) \quad \begin{aligned} V_Y + (1/4)U + XU_X &= 0, \\ XUU_X + VU_Y + c_1(G - (1/2))(H - U^2) &= 0, \quad XUH_X + VH_Y = 0. \end{aligned}$$

Переходя в системе (3.1) от переменных X, Y к переменным X, F , имеем

$$XUU_X - \frac{1}{4}FUU_F + c_1\left(G - \frac{1}{2}\right)(H - U^2) = 0, \quad XH_X - \frac{1}{4}FH_F = 0, \quad F = \int_0^Y U dY.$$

С помощью третьего предположения легко получить решение этой системы уравнений, связывающее значения функций перед «скачком» и за ним:

$$(3.2) \quad H_+ - U_+^2 = P_N^{(\alpha-1)/\alpha} (H_- - U_-^2), \quad H_+ = H_-.$$

Здесь параметр $P_N = P_+/P_-$ характеризует перепад давлений в «скачке». Первое из соотношений (3.2) можно интерпретировать как рост температуры газа при прохождении через «скачок», а второе — как постоянство полной энтальпии вдоль фиксированной струйки тока.

Рассмотрение не использованного до сих пор предположения о постоянстве толщины следа при переходе через «скачок» дает возможность сформулировать соотношение для определения так называемого критического перепада давления P_N^* , приводящего к смене закритического типа

взаимодействия па докритический:

$$(3.3) \quad S_L(X) = S_N(X, P_N^*), \quad S_L(X) = \int_0^{Y_-} (H_- - U_-^2) dY_-,$$

$$S_N(X, P_N) = P_N^{2c_1-1} \int_0^{Y_-} \frac{(H_- - U_-^2) U_-}{[H_- - P_N^{2c_1} (H_- - U_-^2)]^{1/2}} dY_-.$$

При малых перепадах давления такая смена возможна только там, где течение в следе в среднем трансзвуковое и где под воздействием уже малого возмущения давления изменение толщины сверхзвуковой части следа в точности компенсируется противоположным по знаку изменением толщины дозвуковой части следа. В области развитого закритического течения изменение толщины сверхзвуковой части под воздействием малого возмущения давления становится доминирующим и уже не компенсируется изменением толщины дозвуковой части. Воздействие конечного перепада давления на закритическое течение приводит к совершенно иному эффекту. Поскольку в дозвуковой части следа скоростной напор меньше, чем в сверхзвуковой, относительное изменение ее толщины под действием конечного перепада может сравниться с изменением толщины сверхзвуковой части. Область применимости рассматриваемой модели ограничена перепадами давления, не приводящими к возникновению возвратного течения.

4. Расчеты проводились для одноатомного совершенного газа с отношением удельных теплоемкостей $\kappa = c_p^0/c_v^0 = 5/3$ при единичных значениях числа Прандтля и температурного фактора поверхности. Такой выбор исходных параметров обусловлен необходимостью апробации метода [7] на сформулированной задаче, как типичной задаче с разрывом граничных условий, при неблагоприятной с вычислительной точки зрения максимальной чувствительности расчетных функций к условиям вниз по потоку. Штриховыми линиями на рисунках показаны соответствующие автомодельные распределения функций течения около полубесконечной пластины. Разностная сетка имела следующие параметры: размеры шагов и их число в продольном направлении $DX = 0,016$, $L = 125$, в поперечном направлении $DY = 0,125$, $M = 50$. Разностная схема аппроксимировала уравнения с первым порядком по продольной и вторым по поперечной координатам.

На рис. 1 представлены продольные распределения статического давления на пластине и в следе за ней. Взаимное эжектирующее воздействие частей потока, обтекающих ее с обеих сторон, ведет к падению давления в следе по сравнению с автомодельным его распределением для полубесконечной пластины. Эффект распространения возмущений [2] приводит к тому, что связанное с конечностью длины пластины падение давления происходит не скачкообразно, а достаточно плавно по мере приближения к ее задней кромке. Протяженность этой области составляет

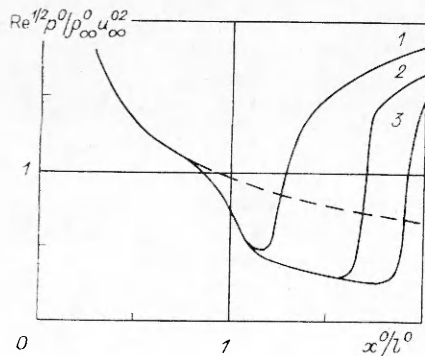


Рис. 1

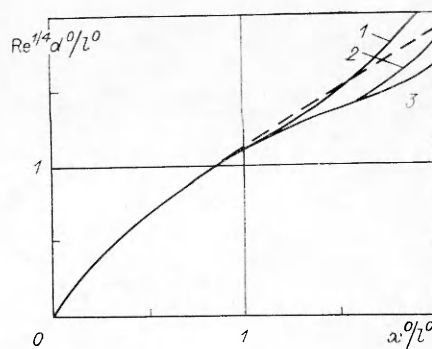
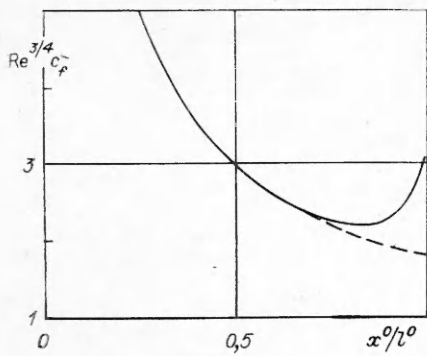
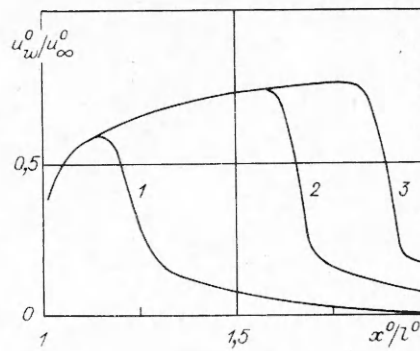


Рис. 2



Р и с. 3



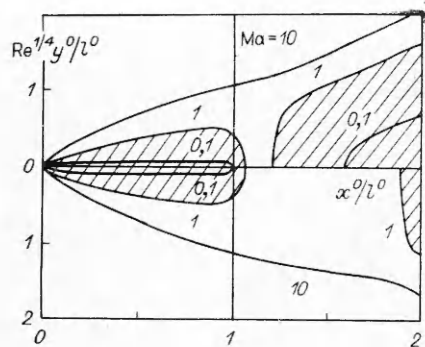
Р и с. 4

приблизительно четверть длины пластины. Напротив, выход давления на заранее задаваемый на правом краю расчетной области уровень (в дальнейшем будем условно называть его противодавлением) происходит скачкообразно, т. е. основная доля прироста давления приходится на сравнительно короткий по протяженности участок следа. С ростом противодействия этот «скачок» перемещается по направлению к задней кромке пластины, становясь при этом все более размазанным. Размазывание «скачка» объясняется ростом влияния сил вязкости по мере приближения вдоль следа к задней кромке. Величина противодействия характеризуется параметром P_w . Он представляет собой отношение давления, задаваемого заранее в сечении следа на правой границе расчетной области, к тому давлению, которое формировалось бы в этом же сечении, но при обтекании полубесконечной пластины (на рис. 1, 2, 4, 6 линии 1—3 соответствуют $P_w = 2,75; 2,50; 2,25$).

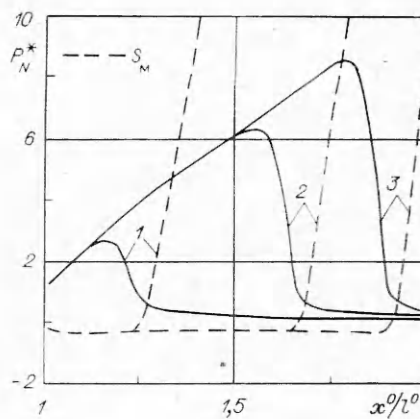
В отличие от давления толщина пограничного слоя, совпадающая на режиме сильного взаимодействия с толщиной вытеснения, слабо реагирует на изменение противодействия (рис. 2). Практически на всей длине пластины она растет по известному трехчетвертному закону [1], и лишь в непосредственной окрестности задней кромки ускорение потока приводит к незначительному ее падению по сравнению с автомодельным распределением. Повышение противодействия приводит к росту толщины вытеснения следа.

Ускорение потока около задней кромки приводит к существенному увеличению местного коэффициента трения $c_f = \mu^0 \frac{\partial u^0}{\partial y^0} \bigg/ \frac{1}{2} \rho_\infty^0 u_\infty^0{}^2$ на поверхности пластины (рис. 3). В рассматриваемом диапазоне противодействий распределение поверхностного трения вдоль пластины остается неизменным. Дело в том, что стекание потока с пластины в след сопровождается интенсивным разгоном главным образом пристеночных струек тока. Это приводит к закиранию потока в сечении следа, расположенном на малом расстоянии от задней кромки пластины. Возмущения из области, лежащей вниз по потоку от этого сечения, вверх по течению не распространяются. Именно этим объясняется независимость поверхностного трения на пластине от противодействия (в исследуемом диапазоне изменения P_w).

Рост противодействия ведет к скачкообразному падению продольной составляющей скорости на оси следа u_w^0 (рис. 4), а при $P_w = 2,75$ значение составляющей близко к нулю. На рис. 5 представлены линии постоянных значений числа Маха, посчитанного по местным значениям скорости звука и продольной составляющей скорости потока $Ma = u^0 / (\kappa p^0 / \rho^0)^{1/2}$. На нижней полуплоскости изображены изомахи при $P_w = 2,25$, на верхней — при $P_w = 2,75$. Дозвуковые области затемнены. Рост противодействия приводит к переходу обширной области следа на дозвуковой режим течения. При этом конфигурация дозвуковой области, примыкающей к пластине, остается неизменной. Интенсивный разгон около задней



Р и с. 5



Р и с. 6

кромки уже на малом расстоянии переводит течение на сверхзвуковой режим.

На рис. 6 приведены распределения по сечениям следа критического перепада давления P_N^* в «скачке», посчитанные при различных P_w . По мере удаления от задней кромки течение в следе разгоняется, а его взаимодействие с внешним невязким потоком приобретает все более развитый закритический характер. Как и следовало ожидать, для перевода этого течения в докритический режим, согласно критерию (3.3), по мере удаления в след необходимо прикладывать все больший неблагоприятный градиент давления. Отметим, что перепад давления, достаточный для транскритического перехода, равен единице как раз в том сечении следа, где обращается в нуль интеграл $S_m(X)$, изменение знака которого соответствует смене типа взаимодействия.

ЛИТЕРАТУРА

1. Хейз У. Д., Пробстни Р. Ф. Теория гиперзвуковых течений.— М.: ИЛ, 1967.
2. Нейланд В. Я. Распространение возмущений вверх по течению при взаимодействии гиперзвукового потока с пограничным слоем // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1970.— № 4.
3. Нейланд В. Я. К теории взаимодействия гиперзвукового потока с пограничным слоем для отрывных двумерных и пространственных течений. Ч. 1. Пространственные течения // Учен. зап. ЦАГИ.— 1974.— Т. 5, № 2.
4. Pearson H., Holliday J. B., Smith S. F. A theory of the cylindrical ejector propelling nozzle // J. Roy. Aeron. Soc.— 1958.— V. 62.— P. 746.
5. Нейланд В. Я. К теории взаимодействия гиперзвукового потока с пограничным слоем для отрывных двумерных и пространственных течений Ч. 2. Двумерные течения и треугольное крыло // Учен. зап. ЦАГИ.— 1974.— Т. 5, № 3.
6. Нейланд В. Я. Особенности взаимодействия и отрыва транскритического пограничного слоя // Учен. зап. ЦАГИ.— 1987.— Т. 18, № 2.
7. Коваленко А. А. Численное моделирование течения в гиперзвуковом ламинарном пограничном слое // Тр. ЦАГИ.— 1989.— Вып. 2417.

г. Жуковский

Поступила 8/1 1990 г.

УДК 532.59

Б. Е. Протопопов

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЯВЛЕНИЯ ГЕНЕРАЦИИ СОЛИТОНОВ ДВИЖУЩЕЙСЯ ОБЛАСТЬЮ ПОВЕРХНОСТНОГО ДАВЛЕНИЯ

При движении по поверхности жидкости локализованной области давления с околоскритической скоростью (число Фруда по глубине близко к единице) можно наблюдать интересный феномен: наряду с образованием волнового следа источник возмущения (движущаяся область давления) периодически генерирует волны солитонного вида, убегающие от него вверх по потоку и по мере удаления выходящие на режим движения с постоянной (сверхкритической) скоростью без изменения своей формы.