

3. Семенов Е. С. Хим. физика, 1982, 1, 8, 1122.
4. Соколик А. С., Карпов В. П. Сгорание и смесеобразование в дизелях.— М.: Изд-во АН СССР, 1960.
5. Самойлов И. Б. ФГВ, 1986, 22, 4, 62.

г. Москва

Поступила в редакцию 17/VIII 1988,  
после доработки — 21/XI 1988

УДК 536.46

А. Г. Князева, И. Г. Дик

## ЗАЖИГАНИЕ ГОРЯЧЕЙ ПЛАСТИНОЙ КОНДЕНСИРОВАННОГО ВЕЩЕСТВА С ИНЕРТНЫМ ЭКРАНОМ МЕЖДУ НИМИ

### Постановка задачи

В практике нередко возникают ситуации, когда поджигаемое конденсированное вещество не находится в прямом контакте с нагревателем. В частности, тепловое воздействие может экранироваться стенками сосудов, заполненных горючим веществом или специальными пламепреграждающими пластинами. Неидеальность теплового контакта может иметь место и в лабораторных исследованиях воспламеняемости конденсированных веществ, когда возникновение зазора между нагревателем и реагентом связано с шероховатостью поверхности или выделяющимися в ходе разогрева газами.

В связи с этим возникает задача оценки влияния характеристик экрана между нагревателем и реакционноспособным веществом на параметры зажигания и, прежде всего, на величину индукционного периода. Из возможных типов нагревателей ниже рассматривается накалившаяся пластина постоянной температуры.

Рассмотрим задачу в следующей постановке. Система из двух веществ — слоя инертного вещества 1 толщиной  $l$  и бесконечного слоя вещества 2, способного к экзотермическому химическому превращению, в момент времени  $t = 0$  приводится в соприкосновение с горячей пластиной постоянной температуры  $T_n$ . Теплофизические характеристики веществ и кинетические характеристики  $E_2$ ,  $Q_2$ ,  $k_2$  считаем независимыми от температуры. Требуется определить время зажигания вещества 2  $t_i$  и его зависимость от характеристик инертного слоя. За  $t_i$  принимаем время от начала соприкосновения системы веществ с источником до возбуждения химической реакции. В такой постановке выгорание вещества 2 игнорируется [1].

Математически задача представляет собой сопряженную задачу теплопроводности:

$$c_1 \rho_1 \frac{\partial T_1}{\partial t} = \lambda_1 \frac{\partial^2 T_1}{\partial x^2}, \quad c_2 \rho_2 \frac{\partial T_2}{\partial t} = \lambda_2 \frac{\partial^2 T_2}{\partial x^2} + Q_2 k_2 \rho_2 \exp\left(-\frac{E_2}{RT_2}\right)$$

с начальными:

$$t = 0; T_1(0, x) = T_2(0, x) = T_0$$

и граничными условиями:

$$T_1(t, 0) = T_n, \lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial x} \Big|_{x=l} = \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial x} \Big|_{x=l},$$

$$\lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial x} \Big|_{x \rightarrow \infty} = 0.$$

Если тепловой контакт между веществами 1 и 2 весь рассматриваемый период времени идеальный, то на границе  $x=l$  выполняется условие  $T_1(t, l) = T_2(t, l)$ .

В безразмерных переменных  $\Theta_k = \frac{(T_k - T_H) E_2}{RT_H^2}$  ( $k=1,2$ ),  $\tau = t/t_a$ ,  $\xi = x/\sqrt{\kappa_2 t_a}$ , где  $\kappa_2 = \lambda_2/c_2\rho_2$ ,  $t_a = \frac{c_2 RT_H^2}{E_2 Q_2 k_2} \exp\left(\frac{E_2}{RT_H}\right)$  — адиабатический период индукции, задача принимает вид

$$K_c \frac{\partial \Theta_1}{\partial \tau} = K_\lambda \frac{\partial^2 \Theta_1}{\partial \xi^2}, \quad 0 \leq \xi \leq L, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \Theta_2}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \Theta_2}{\partial \xi^2} + \exp\left(\frac{\Theta_2}{1 + \beta \Theta_2}\right), \quad \xi \geq L, \quad (2)$$

$$K_\lambda \frac{\partial \Theta_1}{\partial \xi} \Big|_{\xi=L} = \frac{\partial \Theta_2}{\partial \xi} \Big|_{\xi=L}, \quad (3)$$

$$\frac{\partial \Theta_2}{\partial \xi} \Big|_{\xi \rightarrow \infty} = 0, \quad (4)$$

$$\Theta_1(\tau, 0) = 0, \quad (5)$$

$$\Theta_1(0, \xi) = \Theta_2(0, \xi) = -\Theta_H, \quad (6)$$

$$\Theta_1(\tau, L) = \Theta_2(\tau, L), \quad (7)$$

где  $K_c = c_1\rho_1/c_2\rho_2$ ;  $K_\lambda = \lambda_1/\lambda_2$ ;  $L = l/\sqrt{\kappa_2 t_a}$ ;  $\Theta_H = \frac{(T_H - T_0) E_2}{RT_H^2}$ ;  $\beta = RT_H/E_2$ .

Время зажигания  $\tau_i$  в предположении малости параметра  $\beta$  является функцией четырех параметров:

$$\tau_i = \tau_i(K_c, K_\lambda, \Theta_H, L). \quad (8)$$

Если  $L=0$ , то число параметров, определяющих  $\tau_i^0$ , сокращается до одного:  $\tau_i^0 = \tau_i^0(\Theta_H)$ , что позволяет в (8) вместо  $\Theta_H$  использовать  $\tau_i^0$ . Считая  $\tau_i$  гладкой функцией, представим ее в виде

$$\tau_i = \tau_i(\tau_i^0, L, K_c, K_\lambda) \approx \tau_i^0 + \left(\frac{\partial \tau_i}{\partial L}\right)_{L=0} \cdot L + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 \tau_i}{\partial L^2}\right)_{L=0} \cdot L^2 + \dots$$

или

$$\frac{\tau_i}{\tau_i^0} = 1 + L\varphi_1 + L^2\varphi_2, \quad (9)$$

где коэффициенты при степенях  $L$ , зависящие от  $\tau_i^0$  и теплофизических свойств преграды, должны быть найдены в ходе анализа задачи.

В общем случае для определения времени зажигания нужно знать характеристики температурного поля при  $\xi=L$ , а именно температуру поверхности  $\Theta_2(\tau, L)$  и тепловой поток через поверхность  $\xi=L$ ,  $\partial\Theta_2(\tau, L)/\partial\xi$  в отсутствие химических реакций, для нахождения которых требуется решить сопряженную задачу теплопроводности.

#### Основные соотношения для стадии инертного прогрева

Для аналитических оценок  $\tau_i$  необходимо решить задачу о нагреве реагента, пренебрегая химическим тепловыделением [1], которое в начальной стадии индукционного периода ничтожно.

После процедуры интегрального преобразования (1)–(7) без экспоненты в (2) по Лапласу в изображениях ( $\Theta_k(\tau, \xi) \rightarrow u_k(p, \xi)$ ) легко получить

$$u_2 = -\frac{\Theta_H}{p} + \frac{\Theta_H}{p} (1 - \varepsilon) \frac{\exp(L\sqrt{p} - L\sqrt{pK_c/K_\lambda})}{1 - \varepsilon \exp(-2L\sqrt{pK_c/K_\lambda})} \exp(-\sqrt{p}\xi), \quad (10)$$

$$\varepsilon = \frac{1 - \sqrt{K_c K_\lambda}}{1 + \sqrt{K_c K_\lambda}} - \frac{1 - K_\varepsilon}{1 + K_\varepsilon}. \quad (11)$$

Переход к оригиналам в общем виде достаточно сложен и неудобен, поэтому ограничимся рассмотрением некоторых приближений. Воспользовавшись, аналогично [2], тем, что  $|\varepsilon| < 1$ , из (10) с точностью до  $O(\varepsilon^2)$  имеем

$$u_2(p, \xi) = -\frac{\Theta_F}{p} + \frac{\Theta_H}{p} \{ (1 - \varepsilon) \exp[-\sqrt{p}(\xi - L + L\sqrt{K_c/K_\lambda})] + \varepsilon \exp[-\sqrt{p}(\xi - L + 3L\sqrt{K_c/K_\lambda})] \} + O(\varepsilon^2). \quad (12)$$

Следовательно,

$$\Theta_2(\tau, \xi) = -\Theta_H + \Theta_H(1 - \varepsilon) \operatorname{erfc}((\xi - L + \sqrt{K_c/K_\lambda}L)/2\sqrt{\tau}) + \varepsilon \Theta_H \operatorname{erfc}((\xi - L + 3L\sqrt{K_c/K_\lambda})/2\sqrt{\tau}). \quad (13)$$

Из (13) легко получить точное выражение для  $\Theta_2(\tau, \xi)$  при  $L = 0$ .

В дальнейшем используются выражения

$$\Theta_2(\tau, L) \approx -\Theta_H + \Theta_H(1 - \varepsilon) \operatorname{erfc}(L\sqrt{K_c/K_\lambda}/2\sqrt{\tau}) + \varepsilon \Theta_H \operatorname{erfc}(3L\sqrt{K_c/K_\lambda}/2\sqrt{\tau}), \quad (14)$$

$$\frac{\partial \Theta_2(\tau, L)}{\partial \tau} \approx L\sqrt{K_c/K_\lambda}/(2\sqrt{\pi\tau^3}) \exp(-L^2K_c/(4K_\lambda\tau)) \Theta_H(1 - \varepsilon) + 3\Theta_H L\sqrt{K_c/K_\lambda}/(2\sqrt{\pi\tau^3}) \exp(-9L^2K_c/(4K_\lambda\tau)) \varepsilon, \quad (15)$$

$$\frac{\partial \Theta_2(\tau, L)}{\partial \xi} \approx -\Theta_H(1 - \varepsilon)/\sqrt{\pi\tau} \exp(-L^2K_c/(4K_\lambda\tau)) - \varepsilon \Theta_H/\sqrt{\pi\tau} \exp(-9L^2K_c/(4K_\lambda\tau)), \quad (16)$$

которые легко получить из (12) или (13).

### Период индукции зажигания

Динамика температуры на поверхности контакта экрана и реагента для различных  $l$ , полученная при численном решении задачи (1)–(7), показана на рис. 1. В расчетах использовались кинетические и теплофизические параметры пироксилина [1]:  $E_2 = 185,6$  кДж/моль,  $Q_2k_2 = 2,51 \cdot 10^{21}$  Дж/(г·с),  $c_2 = 1,257$  Дж/(г·К),  $\rho_2 = 1,5$  г/см<sup>3</sup>,  $\lambda_2 = 1,257 \cdot 10^{-3}$  Дж/(см·с·К), а в качестве преграды взят фторопласт с параметрами [3]:  $c_1 = 1,048$  Дж/(г·К),  $\rho_1 = 2,19$  г/см<sup>3</sup>,  $\lambda_1 = 2,44 \cdot 10^{-3}$  Дж/(см·с·К).

Нагрев тонкого экрана до  $T_H - RT_H^2/E_2$ , когда возбуждается химическая реакция, происходит быстро, основное время в периоде индукции зажигания тратится на образование теплового пограничного слоя достаточной толщины в реагирующем конденсированном веществе и на дальнейший разгон тепловыделения. Естественным масштабом термической толщины экрана будет  $\sqrt{\kappa_1 t_i^0}$ ,  $\kappa_1 = \lambda_1/(c_1\rho_1)$ ,  $t_i^0$  — период индукции зажигания при  $l = 0$ . Термически тонкий экран соответствует неравенству  $\sqrt{\kappa_1 t_i^0} > l$ . В случае термически толстого экрана ( $l > \sqrt{\kappa_1 t_i^0}$ ) температурный пограничный слой в реагенте образуется одновременно с прогревом преграды, так что основное время при зажигании тратится на достижение температурой на контакте  $x = l$  величины  $T_H - RT_H^2/E_2$  (рис. 2).

Особенности формирования температурных полей (см. рис. 2) следует иметь в виду при построении аналитических формул для задержки зажигания. Так, для термически тонкого экрана заведомо неприемлем адиабатический метод расчета характеристик зажигания [4], поскольку плохо выполняется условие роста температуры контакта в течение всего индукционного периода. В этом случае удобным оказывается метод квазистационарной реакционной зоны [4], основанный на приравнивании в момент окончания индукционного периода теплового потока из узкого слоя вблизи поверхности  $\xi = L$  тепловому потоку в пограничный слой инертного вещества.

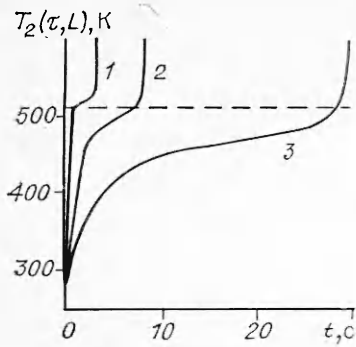


Рис. 1. Динамика температуры поверхности во времени (пироксиллин — фторопласт);  $T_H = 520$  К,  $K_c = 1,22$ ,  $K_\lambda = 1,94$ .

---  $T_H - \frac{R\tau_H^2}{E_2} \approx 508$  К;  $l$ , см:  
1 — 0,002, 2 — 0,024, 3 — 0,072.

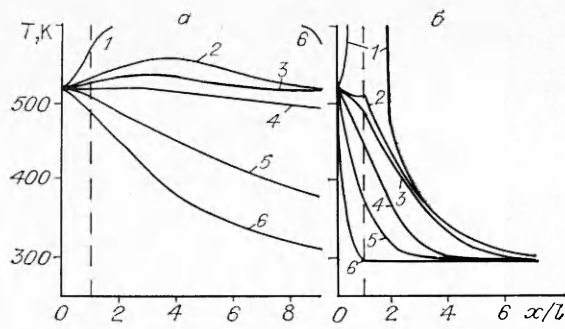


Рис. 2. Пространственные профили температуры во времени для термически тонкой (а) и толстой (б) преграды;  $T_H = 520$  К,  $K_c = 1,22$ ,  $K_\lambda = 1,94$ .

а)  $l = 0,002$  см,  $t$ , с: 1 — 3,218, 2 — 3,135, 3 — 3,0525, 4 — 2,805, 5 — 0,33, 6 — 0,0825; б)  $l = 0,072$  см,  $t$ , с: 1 — 28,3, 2 — 27,56, 3 — 25,08, 4 — 8,99, 5 — 2,805, 6 — 0,33.

Градиент из зоны химических реакций найдем из квазистационарной задачи  $\frac{d^2\Theta_2}{d\xi^2} + e^{\Theta_2} = 0$ ,  $\Theta_2(0) = \Theta_s$ ,  $\frac{\partial\Theta_2}{\partial\xi}\Big|_{\xi\rightarrow\infty} = 0$ , из которой при  $\Theta_H \gg 1$  получим

$$\left(\frac{\partial\Theta_2}{\partial\xi}\right)_{\Theta_2\rightarrow-\Theta_H} = -\sqrt{2}\exp(\Theta_s/2). \quad (17)$$

Уравнение для определения времени зажигания найдем, приравнявая (16) и (17). Воспользовавшись в (14), (16) и (17) разложениями  $\operatorname{erfc}(z) = 1 - 2z/\sqrt{\pi} + 0(z^2)$ ,  $\exp(z^2) = 1 + 0(z^2)$  для малых  $\gamma = L\sqrt{K_c/K_\lambda}$ , имеем

$$\Theta_* = -\gamma\Theta_H(1 + 2\varepsilon)/\sqrt{\pi\tau_i} + 0(\varepsilon^2, \gamma^2),$$

$$\sqrt{2}e^{\Theta_*/2} = \Theta_H/\sqrt{\pi\tau_i}.$$

Если  $L = 0$ , то температурой зажигания является температура нагревателя  $\Theta_* = 0$ , следовательно, получим  $\tau_i^0 = \Theta_H^2/2\pi$  — асимптотическое выражение для времени зажигания в отсутствие преграды [4]. При  $L \neq 0$ , принимая за температуру зажигания температуру срыва квазистационарного равновесия на границе  $\xi = L$  и учитывая, что  $\Theta_* = 0(\gamma)$  (так как  $\tau_i^0 = 0(\Theta_H^2)$ ), с точностью до  $0(\gamma^2, \varepsilon^2)$  найдем  $\tau_i \approx \frac{\Theta_H^2}{2\pi} [1 + \gamma\sqrt{2}(1 + 2\varepsilon)] + 0(\gamma^2, \varepsilon^2)$  или

$$\frac{\tau_i}{\tau_i^0} = 1 + \gamma\sqrt{2}(1 + 2\varepsilon). \quad (18)$$

Для термически толстой преграды ( $\gamma \gg 1$ ) с учетом разложения  $\operatorname{erfc}(z) = \exp(-z^2)/z\sqrt{\pi}$  при больших  $z$  получим из (14)

$$\Theta_* \approx -\Theta_H + \Theta_H(1 - \varepsilon)(2\sqrt{\tau_i}/\gamma\sqrt{\pi})e^{-\gamma^2/4\tau_i} +$$

$$+ \varepsilon\Theta_H(2\sqrt{\tau_i}/(\gamma\cdot 3\sqrt{\pi}))e^{-9\gamma^2/4\tau_i}. \quad (19)$$

Время зажигания по-прежнему определяется из равенств (16) и (17) при  $\Theta_*$ .

Пренебрегая в уравнениях вторым экспоненциально малым слагаемым по сравнению с первым ( $|\varepsilon| < 1$ ,  $\gamma/\sqrt{\tau_i} \gg 1$ ), получим

$$\Theta_* \approx -\Theta_H + \Theta_H(1 - \varepsilon)2\sqrt{\tau_i}/\gamma\sqrt{\pi}e^{-\gamma^2/4\tau_i}, \quad (20)$$

$$\sqrt{2} e^{\Theta_*/2} \approx \frac{\Theta_n(1-\varepsilon)}{\sqrt{\pi\tau_i}} e^{-\gamma^2/4\tau_i}, \quad (21)$$

откуда

$$\sqrt{2} e^{\Theta_*/2} \approx \frac{\Theta_n}{2} \frac{\gamma}{\tau_i} \left( \frac{\Theta_*}{\Theta_n} + 1 \right). \quad (22)$$

Полагаем, что  $|\Theta_*/\Theta_n| \ll 1$ , тогда из (22) имеем

$$\Theta_* \left( \frac{1}{\Theta_*} + \frac{1}{2} \right) \approx \ln \frac{\gamma\Theta_n}{2\sqrt{2\tau_i}}.$$

Подставим  $\Theta_*$  в (21) и получим трансцендентное уравнение для определения времени зажигания

$$\sqrt{2} \left( \frac{\Theta_n\gamma}{2\sqrt{2}\tau_i} \right)^{\Theta_n/(\Theta_n-2)} \approx \frac{\Theta_n(1-\varepsilon)}{\sqrt{\pi\tau_i}} e^{-\gamma^2/4\tau_i} \quad (23)$$

или при условии  $\Theta_n \gg 1$  из (23) найдем

$$\frac{\sqrt{\pi}}{1-\varepsilon} \frac{\gamma}{2\sqrt{\tau_i}} = e^{-\gamma^2/4\tau_i}. \quad (24)$$

В случае толстых преград применим также адиабатический метод, согласно которому приравняем скорость роста температуры за счет внешнего источника (15) скорости ее роста за счет тепла от экзотермических химических реакций  $\exp(\Theta_*)$ . Опять воспользовавшись разложением функции  $\operatorname{erfc}(z)$  при больших значениях аргумента и пренебрегая вторым экспоненциально малым слагаемым по сравнению с первым, найдем

$$e^{\Theta_*} \approx \frac{\gamma}{2\sqrt{\pi\tau_i^3}} \Theta_n(1-\varepsilon) \exp\left(-\frac{\gamma^2}{4\tau_i}\right). \quad (25)$$

Аналогично предыдущему при  $|\Theta_*| < \Theta_n$  из (20) и (25) вытекает соотношение

$$\left( \frac{\gamma^2\Theta_n}{4\tau_i^2} \right)^{\Theta_n/(\Theta_n-1)} = \frac{\gamma\Theta_n(1-\varepsilon)}{2\sqrt{\pi}\tau_i^{3/2}} \exp\left(-\frac{\gamma^2}{4\tau_i}\right). \quad (26)$$

При больших значениях  $\Theta_n$  из (26) получим уравнение, совпадающее с (24), так что в этом случае оба метода дают одинаковый результат.

Проанализируем (24). При  $\varepsilon \rightarrow 1$  (низкая тепловая активность преграды,  $K_e \rightarrow 0$ )  $z = \gamma/(2\sqrt{\tau_i}) \rightarrow 0$ , т. е.  $\tau_i \rightarrow \infty$ . Если  $K_e \rightarrow \infty$ , то  $\varepsilon \rightarrow -1$ ,  $z$  ограничена величиной 0,696, т. е.  $\tau_i \geq 0,517\gamma^2$ . При малых  $m = (1-\varepsilon)/\sqrt{\pi}$ ,  $z \approx m$ , после итерации получим  $z^2 \approx m^2 \exp(-2m^2) \approx m^2(1+2m^2)^{-1}$ . Следовательно,

$$\frac{\tau_i}{\tau_i^0} \approx \frac{1+2m^2}{m^2} \frac{L^2}{4\tau_i} \frac{K_c}{K_\lambda}. \quad (27)$$

При стремлении  $m$  к предельному значению  $2\sqrt{\pi}\tau_i \rightarrow 0,696\gamma^2$ , что позволяет считать (27) приемлемой аппроксимацией при всех  $\varepsilon$ . Отметим, что в предположении больших  $\Theta_n$  по сравнению с температурой подключения химических реакций (или срыва квазистационарного равновесия на контакте)  $\Theta_*$ ,  $\tau_i$  не зависит от этого параметра. В малости  $|\Theta_*/\Theta_n|$  можно апостериорно убедиться, подставив (27) в (20). В худшем случае  $\varepsilon \rightarrow -1$ ,  $|\Theta_*/\Theta_n| \approx 0,19$ .

Можно получить приближенные формулы для времени зажигания, не прибегая к разложению по  $\varepsilon$ . Например, в случае тонких преград, за-

псывая  $\exp(z)$  для малых значений аргумента ( $\gamma \ll 1$ ), имеем из (10)

$$u_2 \approx -\frac{\Theta_H}{p} + \frac{\Theta_H}{p} \frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon} \sqrt{\frac{K_c}{K_\lambda}} \frac{1}{L} \frac{\exp(-\sqrt{p}(\xi-L))}{\sqrt{p} + \sqrt{\frac{K_c}{K_\lambda}} \frac{1}{L} \frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon}},$$

$$\frac{\partial u_2}{\partial \xi} \approx -\frac{\Theta_H}{\sqrt{p}} \frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon} \sqrt{\frac{K_c}{K_\lambda}} \frac{1}{L} \frac{\exp(-\sqrt{p}(\xi-L))}{\sqrt{p} + \sqrt{\frac{K_c}{K_\lambda}} \frac{1}{L} \frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon}}$$

или при переходе к оригиналам

$$\Theta_2(\tau, L) = -\Theta_H + \Theta_H \left\{ 1 - \exp\left(\left(\frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon} \sqrt{\frac{K_\lambda}{K_c}} \frac{1}{L}\right)^2 \tau\right) \times \right. \\ \left. \times \operatorname{erfc}\left(\frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon} \sqrt{\frac{K_\lambda}{K_c}} \frac{\sqrt{\tau}}{L}\right) \right\}, \quad (28)$$

$$\frac{\partial \Theta_2(\tau, L)}{\partial \xi} = -\Theta_H \frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon} \sqrt{\frac{K_\lambda}{K_c}} \frac{1}{L} \exp\left(\left(\frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon} \sqrt{\frac{K_\lambda}{K_c}} \frac{1}{L}\right)^2 \tau\right) \times \\ \times \operatorname{erfc}\left(\frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon} \sqrt{\frac{K_\lambda}{K_c}} \frac{\sqrt{\tau}}{L}\right). \quad (29)$$

Если приравнять (29) градиенту из зоны химических реакций, можно получить формулу для определения времени зажигания. Используя малость параметра  $\gamma = L \sqrt{\frac{K_c}{K_\lambda}}$  и учитывая, что  $\frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon} \sqrt{\frac{K_\lambda}{K_c}} \frac{1}{L} = \frac{K_\varepsilon}{L} \sqrt{\frac{K_\lambda}{K_c}}$ , определим  $\Theta_*$  и  $\tau_i$ :

$$\Theta_* \approx -\frac{\Theta_H}{\sqrt{\pi \tau_i}} \frac{\gamma}{K_\varepsilon}, \quad \sqrt{2} e^{\Theta_*/2} \approx \frac{\Theta_H}{\sqrt{\pi \tau_i}}.$$

Следовательно, при малой  $|\Theta_*|$

$$\tau_i = \frac{\Theta_H^2}{2\pi} \left( 1 + \frac{L\sqrt{2}}{K_\varepsilon} \sqrt{\frac{K_c}{K_\lambda}} \right)$$

или

$$\frac{\tau_i}{\tau_i^0} \approx 1 + \frac{L\sqrt{2}}{K_\varepsilon} \sqrt{\frac{K_c}{K_\lambda}} = 1 + \frac{L\sqrt{2}}{K_\lambda}. \quad (30)$$

Можно проверить, подставив  $\tau_i$  в выражение для  $\Theta_*$ , что  $\Theta_* \sim 0(\gamma)$ . Заметим, что при малых  $\varepsilon < 1$  из (30) вытекает формула (18). Если записать разложение  $u_2(p, \xi)$  для  $\gamma \gg 1$  (толстый экран), то можно получить выражение (17). Дальнейшие рассуждения аналогичны проведенным выше для  $\varepsilon < 1$ ,  $\gamma \gg 1$ . Совпадение формул, полученных различными способами, повышает достоверность результатов.

Итак, для вычисления времени зажигания  $\tau_i$  имеем формулы (27) и (30), из которых следует, что при малых  $l$  отношение  $\tau_i/\tau_i^0$  пропорционально  $L$ , при больших — квадрату  $L$ . Полученные при степенях  $L$  коэффициенты определяются только соотношением теплофизических характеристик для двух веществ.

#### Анализ результатов. Сравнение с экспериментом

В размерных переменных для термически тонкого экрана из (30) имеем

$$\frac{\tau_i}{\tau_i^0} = 1 + \frac{l}{\sqrt{\kappa_2 \tau_i^0}} \frac{\Theta_H \lambda_2}{\sqrt{\pi} \lambda_1}. \quad (31)$$

Таблица 1

Значения параметров задачи, соответствующие точкам на рис. 4

Номер точки	$l$ , см	$T_H$ , К	$K_c$	$K_\lambda$
1	0,006	540	1,22	1,94
2	0,006	560	6,6	1,99
3	0,012	540	1,22	1,94
4	0,0135	510	0,047	0,475
5	0,0135	520	0,047	0,475
6	0,027	510	0,047	0,475
7	0,027	520	0,047	0,475
8	0,0135	540	0,047	0,475
9	0,012	520	6,6	1,99
10	0,054	520	0,047	0,475
11	0,027	540	0,047	0,475

Полученное выражение для времени зажигания легко интерпретировать. Для малых  $l$   $T_2(l, t_i) - T_H \approx l \left( \frac{\partial T_1}{\partial x} \right)_{l, t_i} \approx \frac{l \lambda_2}{\lambda_1} \left( \frac{\partial T_2}{\partial x} \right)_{l, t_i}$ . Учитывая только экспоненциальные зависимости от температуры, найдем

$$t_i/t_i^0 = \exp(E_2/RT_2(l, t_i)) \exp(-E_2/RT_H) \approx 1 - \frac{T_2(l, t_i) - T_H}{RT_H^2} E_2 =$$

$$= 1 - \frac{l \lambda_2}{\lambda_1} \left( \frac{\partial T_2}{\partial x} \right)_{l, t_i}.$$

В момент подключения химической реакции из (17) с использованием формулы для  $t_i^0$  получим

$$\left( \frac{\partial T_2}{\partial x} \right)_{l, t_i} = \frac{\sqrt{2} RT_2^2(l, T_i)}{E_2 \sqrt{\kappa_2 t_a(T_H)}} = \frac{\sqrt{2} RT_2^2(l, t_i)}{E_2} \cdot \frac{\Theta_H}{\sqrt{\pi \kappa_2 t_i^0}},$$

после чего, учитывая только линейные по  $l$  члены, легко приходим к формуле (31).

Таким образом, вид правой части (31) связан с изменением в момент зажигания температуры в реакционной зоне. В случае термически толстой преграды из (27) получим выражение

$$\frac{t_i}{t_i^0} = \frac{1 + 2m^2}{m^2} \frac{l^2}{\kappa_1 t_i^0}, \quad (32)$$

которое также легко понять, считая, что индукционный период состоит практически из времени порядка  $l^2/\kappa_1$  прохождения тепловой волной преграды.

Множитель  $(1 + 2m^2)/m^2 = 0,5(1 + \pi/8 \cdot (1 + K_\varepsilon^{-1})^2)$  при малых  $K_\varepsilon$  (вплоть до  $K_\varepsilon = 1$ ) можно заменить на  $\pi/(16K_\varepsilon^2)$ , что позволяет представить результаты расчетов на ЭВМ исходной задачи в виде функции  $t_i/t_i^0$  в зависимости от параметра  $l/(K_\varepsilon \sqrt{\kappa_1 t_i^0})$ . Время зажигания в расчетах фиксировалось по условию  $\sup \left( \frac{\partial T_2}{\partial t} \right)_{x \geq l} \geq 100$  (вертикальные асимптоты на рис. 1). Результаты показаны на рис. 3, табл. 1, откуда видно, что при  $l/K_\varepsilon \sqrt{\kappa_1 t_i^0} \leq 1$  можно пользоваться (31), а при больших  $l$  — формулой (32). Наклон прямой, построенной по результатам расчетов, при  $l/K_\varepsilon \sqrt{\kappa_1 t_i^0} > 1$  несколько

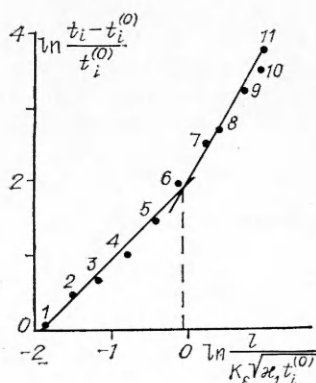


Рис. 3. Некоторые результаты численного счета в параметрах задачи (значения параметров даны в табл. 1).

Таблица 2

Экспериментальные значения  $t_i/t_i^0$ 

Вещество	l, см	$T_n, K$				
		495	500	510	520	540
Фторопласт	0,002	1,1	1,15	1,2	1,25	1,30
	0,006	1,4	1,5	1,6	1,75	1,85
Полиэтилентерефталат	0,0035	1,05	1,1	1,15	1,2	1,45
	0,006	1,2	1,25	1,3	1,55	2,2

меньше 2, что объяснимо способом получения (32). Вывод формул (31) и (32) основан на предположении, что основную часть времени развития процесса занимает время установления теплового равновесия, но тем не менее согласие с результатами численного счета вполне удовлетворительное.

Объединим (31) и (32):

$$\frac{t_i}{t_i^0} = A_n + B_n l^n t_i^{\zeta - n/2},$$

где  $n = 1$  для тонкого экрана,  $n = 2$  для толстого;  $A_1 = 1$ ;  $A_2 = 0$ ;  $B_n$  слабо зависит от  $T_n$  и является функцией  $\kappa_1$  и  $\kappa_2$ . Если в эксперименте температура нагревателя незначительно варьируется вблизи  $T_{n0}$ , то, согласно зависимости  $t_i^0 \sim \exp(-E_2/RT_n)$ , находим

$$t_i^0 \approx t_i^0(T_{n0}) [1 - (T_n - T_{n0})E_2/RT_n^2],$$

откуда

$$\frac{d}{dT_n} \left( \frac{t_i}{t_i^0} \right) \approx \frac{B_n l^n}{2(t_i^0(T_n))^{n/2}} \frac{nE_2}{RT_{n0}^2}.$$

Следовательно, чувствительность отношения  $t_i/t_i^0$  растет с увеличением температуры нагревателя  $T_n$  (вследствие сильной зависимости  $t_i$  от  $T_n$ ) и толщины преграды.

Экспериментальное исследование процесса зажигания пироксилина через преграду проводилось на установке кондуктивного нагрева [4]. Образцы имели форму цилиндров диаметром  $\sim 10$  и высотой  $\sim 5,5-5,6$  мм и готовились прессованием. О зажигании судили по появлению пламени. Разброс экспериментальных значений периодов индукции зажигания составлял 8—13 %. В качестве преград использовали пленки из полиэтилентерефталата и фторопласта, как наиболее удовлетворяющие модели инертной преграды в рассматриваемом диапазоне температур  $T_n$  (соответственно температуры плавления  $\sim 548-563$  и  $600$  К, теплофизические характеристики веществ взяты из [3, 5]). Если время контакта экранированного пленкой образца с горячей пластиной было меньше времени зажигания, то пленки практически не деформировались. В случае зажигания пироксилина пленки сгорали.

Значения  $t_i/t_i^0$ , взятые из интерполяционной экспериментальной кривой, приведены в табл. 2. Видно, что отношение  $t_i/t_i^0$  возрастает с увеличением  $T_n$ . Влияние  $T_n$  усиливается с толщиной преграды. Это качественно согласуется с приведенными выше теоретическими результатами. Достаточно большой разброс экспериментальных данных, особенно при высоких температурах, в частности, можно объяснить несоблюдением в ходе эксперимента идеального теплового контакта. Отходящие от поверхности пироксилина газы могут образовывать между веществами дополнительную прослойку. Этот вопрос требует специального рассмотрения.



### Неидеальный тепловой контакт

Считая, что с момента времени  $t = 0$  между веществами 1 и 2 существует тонкая инертная прослойка, имеющая малую теплоемкость, рассмотрим задачу о зажигании через преграду с неидеальным тепловым контактом. Наложённые на свойства прослойки условия (низкая теплоемкость и малая толщина) позволяют заменить равенство температур на границе  $T_1 = T_2$  соотношением

$$T_1(t, l) - T_2(t, l) = -\lambda_1 \frac{\Delta}{\lambda_3} \frac{\partial T_1(t, l)}{\partial x} = \lambda_2 \frac{\Delta}{\lambda_3} \frac{\partial T_2(t, l)}{\partial x},$$

где  $\Delta$ ,  $\lambda_3$ ,  $\Delta/\lambda_3$  — толщина, теплопроводность и тепловое сопротивление прослойки.

В безразмерных переменных имеем систему уравнений (1)–(6) с условием

$$\Theta_1(\tau, L) - \Theta_2(\tau, L) = -\delta \frac{\partial \Theta_2}{\partial \xi} \Big|_{\xi=L}, \quad (33)$$

$$\delta = \Delta \lambda_2 / (\lambda_3 \sqrt{\kappa_2 t_0}).$$

Применяя к системе (1)–(6), (33) интегральное преобразование Лапласа, в изображениях найдем

$$u_2 = -\frac{\Theta_H}{p} + \frac{\Theta_H}{p} \frac{2\sqrt{K_c K_\lambda}}{1 + \sqrt{K_c K_\lambda} (1 + \delta \sqrt{p})} \frac{\exp(-\sqrt{p}(\xi - L + L\sqrt{K_c/K_\lambda}))}{[1 - \alpha \exp(-2L\sqrt{K_c/K_\lambda})]},$$

$$\alpha = \frac{1 - \sqrt{K_c K_\lambda} (1 + \delta \sqrt{p})}{1 + \sqrt{K_c K_\lambda} (1 + \delta \sqrt{p})}.$$

Так как по условию  $\delta \ll 1$ , можно записать

$$\frac{2\sqrt{K_c K_\lambda}}{1 + \sqrt{K_c K_\lambda} (1 + \delta \sqrt{p})} \sim \frac{2K_\varepsilon}{1 + K_\varepsilon} - \frac{2\delta \sqrt{p} K_\varepsilon^2}{(1 + K_\varepsilon)^2} + 0(\delta^2), \quad (34)$$

$$\alpha = (1 - K_\varepsilon)/(1 + K_\varepsilon) - 2\delta \sqrt{p} K_\varepsilon/(1 + K_\varepsilon)^2 + 0(\delta^2).$$

Следовательно, аналогично рассмотренной выше задаче для термически тонкой преграды получим

$$u_2(p, \xi) \approx u_2(p, \xi)|_{\delta=0} - \frac{\delta \Theta_H}{\sqrt{p}} \frac{\exp(-\sqrt{p}(\xi - L))}{1 + 2\gamma \sqrt{p}/K_\varepsilon} + 0(\gamma^2, \delta^2)$$

или, переходя к оригиналам, в точке  $\xi = L$  будем иметь

$$\Theta_2(\tau, L, \delta) = \Theta_2(\tau, L, 0) - \delta \Theta_H / \sqrt{\pi \tau_i} + 0(\gamma^2, \delta^2),$$

$$\frac{\partial \Theta_2(\tau, L)}{\partial \xi} = \frac{\partial \Theta_2(\tau, L)}{\partial \xi} \Big|_{\delta=0} + 0(\gamma^2, \delta^2). \quad (35)$$

Применяя квазистационарный метод, с использованием характеристик теплового поля (35) найдем для времени зажигания

$$\frac{\tau_i}{\tau_i^0} = 1 + \gamma \sqrt{2/K_\varepsilon} + \sqrt{2} \delta. \quad (36)$$

(Легко показать, что температура зажигания здесь также является малой величиной,  $\Theta_* \sim 0(\gamma\delta, \gamma, \delta)$ .)

Для термически толстой преграды применимы те же приближения, что и при выводе (27): для  $\tau_i$

$$\frac{\sqrt{\pi}}{1 - \varepsilon} \frac{\gamma}{2\sqrt{\tau_i}} - \exp\left(-\frac{\gamma^2}{4\tau_i}\right) \left[1 - \frac{\gamma\delta(1 - \varepsilon)}{\tau_i}\right],$$

откуда при малых  $\delta$  и  $m$  следует

$$\tau_i \approx \frac{1 + 2m^2}{m^2} \gamma^2 + 2\gamma\delta(1 - \varepsilon).$$

Рис. 4. Зависимость времени зажигания от времени экспозиции;  $T_n = 520$  К,  $K_c = 1,22$ ,  $K_\lambda = 1,94$ .

Нетрудно видеть, что в случае  $\gamma \gg 1$  неидеальный контакт между веществами наиболее существен для преграды с высокой тепловой активностью.

В размерных переменных (36) записывается в виде

$$\frac{t_i}{t_i^0} = 1 + \frac{\Theta_n \lambda_2}{\sqrt{\pi k_2 t_i^0}} \left( \frac{l}{\lambda_1} + \frac{\Delta}{\lambda_3} \right), \quad (37)$$

т. е. тепловые сопротивления экрана и прослойки складываются. Формулу (37) можно применять и в случае многослойного экрана при условии его малой общей термической толщины. Естественно, и в отсутствие специально вводимого экрана, но при наличии прослойки между нагревателем и реагентом, можно также пользоваться формулой (37).

Из (37) ясно, что влияние  $\Delta$  на  $t_i/t_i^0$  усиливается с увеличением  $T_n$ . Численный счет задачи (1) — (6), (33) подтверждает этот вывод:

$T_n$ , К	510	520	540	
$t_i/t_i^0$	1,05	1,13	1,39	$\Delta = 0$
$t_i/t_i^0$	1,07	1,17	1,52	$\Delta = 5 \cdot 10^{-5}$ см

В расчетах использовались значения  $\lambda_3 = 1,1 \cdot 10^{-4}$  Дж/(см · с · К) и свойства фторопласта ( $l = 0,002$  см).

#### Зажигание импульсным источником

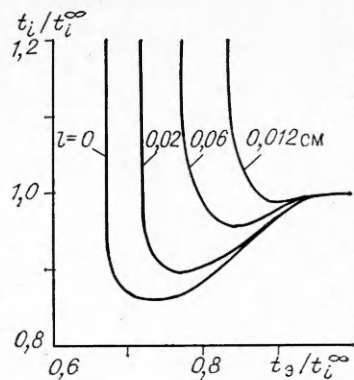
Если нагреватель с экраном и реагентом контактирует ограниченное время  $\tau_0$ , то дальнейшая эволюция температурного поля зависит от величины  $\tau_0$ , теплофизических и кинетических характеристик системы. Рассмотрим задачу (1) — (7), заменяя в ней условие постоянства температуры (5) для  $\tau > \tau_0$  на условие отсутствия тепловых потоков через границу  $\xi = 0$ , т. е.  $\frac{\partial \theta_i}{\partial \xi} \Big|_{\xi=0} = 0$  при  $\tau > \tau_0$ .

На рис. 4 дан пример расчета  $t_i$  (отнесенного ко времени зажигания  $t_i^\infty$  при непрерывно действующем источнике,  $t_0 = \infty$ ) в зависимости от времени  $t_0$ . Минимум на кривых соответствует установлению теплового равновесия на контакте экран — реагент в момент отключения нагревателя. Левее минимума воспламенение происходит за счет тепла, запасенного в ходе экспозиции. С уменьшением  $t_0$  этого тепла все меньше. Время зажигания все больше, вплоть до наступления условий невозможности зажигания. Правее минимума времена экспозиции больше времени установления теплового равновесия с нагревателем. Интенсивный саморазогрев приповерхностного слоя реагента сдерживается стоком тепла в экран и нагреватель, так что отключение теплового контакта на этой стадии с нагревателем облегчает зажигание. Продолжение контакта в такой ситуации удлинит задержку зажигания. Наличие экрана демпфирует резкую смену условий теплообмена с нагревателем, и при достаточно толстых преградах минимум в зависимости  $t_i(t_0)$  вырождается.

Авторы благодарят Л. Н. Чечкину за помощь в проведении эксперимента.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Вилюнов В. П. Теория зажигания конденсированных веществ. — Новосибирск: Наука, 1984.
2. Беляев Н. М., Рядно А. А. Методы решения задач теплопроводности. — М.: Высш. шк., 1982. — Т. 1.



- 3 Кацнельсон М. Ю., Балаев Г. А. Пластические массы. Свойства и применение: Справочник.—Л.: Химия, 1978.  
 4 Зельдович Я. Б. Докл. АН СССР, 1963, 150, 2, 283.  
 5 Калинин Э. А., Саковцева М. Б. Свойства и переработка термопластов.—Л.: Химия, 1983.

г. Томск

Поступила в редакцию 2/XII 1988,  
 после доработки — 20/I 1989

УДК 536.46

И. Г. Дик

## ЗАЖИГАНИЕ КОНДЕНСИРОВАННОГО ВЕЩЕСТВА С РАЗЛОЖИВШИМСЯ ПРИПОВЕРХНОСТНЫМ СЛОЕМ

Приповерхностный слой конденсированного вещества, погашенного в ходе неудачного воспламенения или горения при резкой смене внешних параметров (спад давления, отсечка внешнего теплоподвода и т. д.), в той или иной степени разлагается. Разложение или падение теплотворной способности может происходить также из-за длительного соприкосновения с атмосферой (окисление, воздействие влаги и др.). Естественно, характеристики зажигания конденсированного вещества с разложившимся приповерхностным слоем будут отличаться от характеристик зажигания образца с исходной поверхностью.

В рамках твердофазной модели зажигания, формулируемой в виде уравнений теплопроводности с источником

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \kappa \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{Q}{c} f(\eta) z \exp\left(-\frac{E}{RT}\right) + \varphi(x) \quad (1)$$

( $\varphi(x)$  — возможный источник нехимического типа, остальные обозначения общеприняты) и кинетики

$$\frac{d\eta}{dt} = f(\eta) z \exp\left(-\frac{E}{RT}\right), \quad (2)$$

наличие приповерхностного разложения может быть учтено заданием некоторого распределения глубины выгорания  $\eta(x, 0)$  в начальный момент времени (начальное значение температуры считаем равным  $T_H$ ).

Например, если можно ввести толщину  $h$  слоя, неспособного к химическому тепловыделению и экранирующего исходное реакционноспособное вещество от теплового воздействия с поверхности, то начальное распределение концентрации будет ступенчатой функцией:  $\eta(x, 0) = 1$  при  $x \leq h$  и равно нулю при  $x > h$ . Зажигание при этом определяется динамикой температуры при  $x = h$ .

Можно считать, схематизируя процесс прогрева вещества, что слой  $x = h$  начнет прогреваться через время  $t \approx h^2/\kappa$  после начала воздействия внешнего источника. Дальнейший рост температуры в слое  $x \leq h$  можно оценить из соотношения

$$T(h, t) = T_s(t) + h \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0} + \frac{h^2}{2} \left. \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right|_{x=0}.$$

Температура поверхности  $T_s(t)$ , а также соответствующие производные от температуры на поверхности зависят от характера поджигающего источника. Так при зажигании накаленной поверхностью

$$T_s = \text{const}, \quad \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0} = -\frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{T_s - T_H}{\sqrt{\kappa t}},$$

$$\left. \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right|_{x=0} = 0.$$