

УДК 532.529

РАСПРОСТРАНЕНИЕ УДАРНЫХ ВОЛН В ДВУХФАЗНОЙ СМЕСИ С РАЗЛИЧНЫМИ ДАВЛЕНИЯМИ КОМПОНЕНТОВ

А. А. Жилин, А. В. Федоров

Институт теоретической и прикладной механики СО РАН, 630090 Новосибирск

Рассмотрен процесс распространения ударных волн в двухкомпонентных смесях. Исследования проводились в рамках двухскоростного приближения механики гетерогенных сред с учетом различия давлений компонентов. Численно, с помощью метода «крупных частиц», показана устойчивость распространения всех типов стационарных ударных волн (полностью дисперсионных, замороженно-дисперсионных, дисперсионно-замороженных и замороженных двухфронтной конфигурации) к инфинитезимальным и конечным возмущениям. Решена задача об иницировании ударных волн (образовании ударных волн различных типов из начальных данных ступенчатого вида). Получены течения в трансзвуковом диапазоне по скорости звука в первом компоненте.

Изучению распространения ударных волн (УВ) в двухкомпонентных смесях конденсированных материалов с позиций механики гетерогенных сред при различных давлениях компонентов посвящены работы [1–7]. Рассмотрение проводилось для материалов, удовлетворяющих линейному уравнению состояния, в различных асимптотических приближениях относительно времен релаксации неравновесных процессов выравнивания скоростей и давлений. В [6, 7] в общем случае конечных времен релаксации подробно изучена задача о структуре стационарных УВ в смеси. В плоскости координат: начальной объемной концентрации первой фазы в смеси и скорости УВ — определена область существования различных типов волн (одно- и двухфронтной конфигурации). В настоящей работе остановимся на вопросах численного моделирования распространения и иницирования таких волн в рамках одномерной нестационарной модели механики гетерогенных сред.

1. Физико-математическая постановка задачи. Для описания процесса распространения нестационарных УВ в гетерогенной смеси конденсированных сред с различными давлениями и скоростями компонентов используются уравнения механики гетерогенных сред. Законы сохранения массы и количества движения для каждого компонента смеси, дополненные уравнением m_2 -переноса и уравнениями состояния, записываются в следующем безразмерном виде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \frac{\partial \rho_1 u_1}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial \rho_2}{\partial t} + \frac{\partial \rho_2 u_2}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial \rho_1 u_1}{\partial t} + \frac{\partial \rho_1 u_1^2}{\partial x} = -m_1 \frac{\partial P_1}{\partial x} + F_S, \\ \frac{\partial \rho_2 u_2}{\partial t} + \frac{\partial \rho_2 u_2^2}{\partial x} = -m_2 \frac{\partial P_2}{\partial x} - (P_2 - P_1) \frac{\partial m_2}{\partial x} - F_S, \quad \frac{\partial m_2}{\partial t} + u_2 \frac{\partial m_2}{\partial x} = R, \end{aligned} \quad (1.1)$$

$$m_1 = 1 - m_2, \quad P_1 = \rho_1 / m_1 - 1, \quad P_2 = a^2 (\rho_2 / m_2 - \bar{\rho}).$$

Здесь ρ_i , u_i , P_i , m_i — средняя плотность, скорость, давление, объемная концентрация i -го компонента смеси; $F_S = m_1 \rho_2 (u_2 - u_1) / \tau_S$ — сила Стокса; $\tau_S = 2\rho / (9\mu_1)$ — время стоксовой релаксации скоростей; $R = m_1 m_2 (P_2 - P_1) / \tau_{m_2}$ — функция, описывающая процесс переноса твердой фазы; $\tau_{m_2} = 2\rho_{22,0} a_2 r / (\rho_{11,0} a_1^2) \approx \tau_{\mu_2}$ — время релаксации давлений компонентов смеси; μ_i — коэффициент динамической вязкости i -го компонента; $a = a_2 / a_1$;

$\bar{\rho} = \rho_{22,0}/\rho_{11,0}$; $\rho_i = m_i \rho_{ii}$; ρ_{ii} — истинная плотность i -го компонента; a_i и $\rho_{ii,0}$ — скорость звука и истинная плотность материала i -го компонента смеси. Обезразмеривание скоростей проводилось по отношению к a_1 , плотностей — к $\rho_{11,0}$, давления — к $a_1^2 \rho_{11,0}$, x — к радиусу твердых частиц r , t — к $t_0 = r/a_1$, μ_i — к $a_1 \rho_{11,0} r$.

Для уравнений (1.1) корректной является задача Коши для вектора решения $\varphi(\rho_1, \rho_2, u_1, u_2, m_2)$

$$\varphi = \varphi_1 \quad \text{при} \quad t = 0, \quad (1.2)$$

где φ_1 — вектор параметров течения в начальный момент времени.

Задача 1. Устойчивость распространения УВ.

В качестве начальных данных рассматривается стационарная УВ, описываемая решением краевой задачи для системы обыкновенных дифференциальных уравнений [6, 7]. В этом случае φ_1 представляет собой:

- непрерывные функции для полностью дисперсионных УВ,
- разрывные функции в первом (легком) компоненте и непрерывные во втором (тяжелом) для замороженно-дисперсионных УВ,
- непрерывные функции в первом компоненте, разрывные во втором для дисперсионно-замороженных УВ,
- разрывные функции в обоих компонентах для замороженных УВ.

При таких начальных данных возмущения всех длин волн малы, что обусловлено применением численного метода решения краевой задачи для системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Часто в литературе решение этой задачи трактуется как исследование устойчивости стационарного распространения УВ к инфинитезимальным возмущениям.

Изучается распространение ударных волн указанных типов с наложением на каждый из компонентов смеси возмущений конечной амплитуды вида

$$u_i(x) = u_{i,st}(x) \left(1 + A_i \sin \left(\frac{x - x_{f0,i}}{l_{i,P_r}} \pi k_i \right) \right). \quad (1.3)$$

Здесь $u_{i,st}(x)$ — невозмущенный профиль скорости; A_i — амплитуда гармонического возмущения i -го компонента; $x_{f0,i}$ — левая граница фронта УВ i -го компонента; l_{i,P_r} — толщина УВ i -го компонента по Прандтлю; k_i — число пучностей на УВ i -го компонента. Остальные параметры начального состояния определялись из законов сохранения для смеси.

Задача 2. Иницирование стационарной УВ.

В качестве функции φ_1 в (1.2) рассматривается постоянное решение перед фронтом УВ, распространяющейся со скоростью D (начальное состояние φ_0), и за фронтом (конечное состояние φ_k). Оба состояния принадлежат равновесной адиабате Гюгонио.

2. Численный метод решения. Задачи 1 и 2 решались методом «крупных частиц» первого порядка аппроксимации [8, 9], модифицированным для учета уравнения кинетики компактирования (т. е. уравнения m_2 -переноса). Поэтому на первом этапе расчета для определения промежуточных по времени значений скоростей потока \tilde{u}_1 , \tilde{u}_2 используем уравнения, которые зависят не только от P , но и от P_1 и записываются в виде

$$\begin{aligned} \tilde{u}_{1j} &= u_{1j} - \frac{m_{1j}}{\rho_{1j}} \frac{\Delta t}{\Delta x} (P_{1j+1/2} - P_{1j-1/2}), \\ \tilde{u}_{2j} &= u_{2j} - \frac{1}{\rho_{2j}} \frac{\Delta t}{\Delta x} (P_{j+1/2} - P_{j-1/2}) + \frac{m_{1j}}{\rho_{2j}} \frac{\Delta t}{\Delta x} (P_{1j+1/2} - P_{1j-1/2}). \end{aligned}$$

39 Разностные уравнения имеют первый порядок точности по времени и пространству.

На втором этапе для вычисления плотностей потоков масс и импульсов обычно используется выражение с аппроксимационной вязкостью, что позволяет вести сквозной счет через УВ, при этом несильно размывая ее фронт.

На заключительном третьем этапе находим поля параметров потока $\hat{\rho}_i$, \hat{u}_i в момент времени $\hat{t} = t + \Delta t$. Разностное уравнение для определения объемной концентрации смеси \hat{m}_2 на новом временном слое имеет вид

$$\hat{m}_{2j} = \frac{1}{\hat{\rho}_{2j}} \left\{ (\rho_2 m_2)_j - \frac{\Delta t}{\Delta x} [(\rho_2 m_2 \bar{u}_2)_{j+1/2} - (\rho_2 m_2 \bar{u}_2)_{j-1/2}] + R \rho_{2j} \Delta t \right\},$$

где $R = m_{1j} m_{2j} (P_{2j} - P_{1j}) / \tau_{m_2}$.

Граница устойчивости полученной разностной схемы определяется условием Куранта — Фридрихса — Леви, адаптированным к многофазному течению смеси:

$$\Delta t < \Delta x / |U_*|,$$

где $U_* = C_{ef} + u_*$ (u_* является максимальной скоростью распространения волн по ячейкам).

3. Обсуждение результатов численных расчетов. *Устойчивость распространения УВ различных типов* (задача 1). Рассмотрим распространение различных типов УВ, полученных в [7] для автомодельного течения смеси в рамках нестационарного приближения.

1. При $D = -1,5$ и малых значениях m_{10} в стационарной постановке реализуется полностью дисперсионное течение по обоим компонентам смеси. В задаче 1 на правой границе области течения поддерживаются постоянные равновесные значения параметров смеси, поэтому влево устойчиво распространяется дисперсионная УВ с монотонными профилями скоростей и давлений компонентов. В расчетах эти профили устойчиво перемещаются с постоянной скоростью и остаются монотонными при $t = 100, 300, 500$.

В [7] показано, что увеличение объемной концентрации легкого компонента смеси приводит к изменению типа течения с полностью дисперсионного на замороженно-дисперсионный. Новый тип течения характеризуется внутренней УВ в первой фазе, однако является непрерывным во второй. В начальный период расчета происходит нарушение стационарности, но затем течение вновь устанавливается с прежним профилем (время установления $t < 10$). В зависимости от значения m_{10} скачок несколько размывается (от 3 до 5 ячеек). В дальнейшем распространяющаяся волна сохраняет постоянную конфигурацию замороженно-дисперсионной УВ. На рис. 1 показаны профили скоростей компонентов в моменты времени $t = 0, 10, 30, 50$ при $D = -1,5$ и $m_{10} = 0,95$.

2. При увеличении скорости УВ ($D = -2,5$) течение в начальный момент представляет собой полностью дисперсионную УВ с монотонным ($m_{10} = 0,1$) или немонотонным ($m_{10} = 0,3; 0,5$) профилем скорости в легком компоненте. Здесь, так же как и при $D = -1,5$, стационарная дисперсионная УВ устойчиво распространяется влево. Профиль скорости в первом компоненте немонотонный с минимальным значением, меньшим скорости смеси в конечном равновесном состоянии.

С увеличением содержания воды в смеси, т. е. с ростом m_{10} , происходит перестройка течения: в первой фазе возникает УВ. При $D = -2,5$, $m_{10} = 0,7; 0,9$ ударная волна устойчиво распространяется с постоянной скоростью. Скачок слегка размывается из-за метода решения.

3. С увеличением скорости УВ ($D = -3,3$, $m_{10} = 0,4$) при $t = 0$ реализуется течение с замороженной УВ во втором компоненте смеси, а в первом течение является дисперсионным с немонотонным профилем скорости. Анализ профиля давления второго компонента показал, что передний скачок также немного размывается из-за метода решения и волна устойчиво распространяется со скоростью $D = -3,3$.

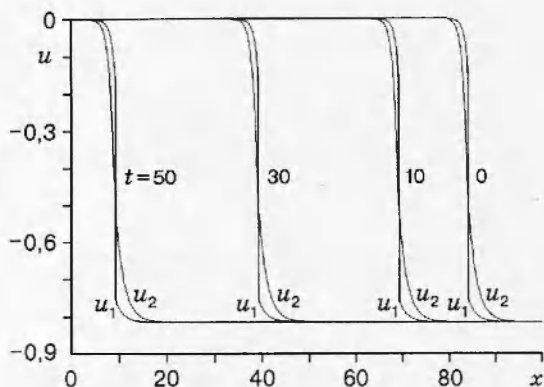


Рис. 1

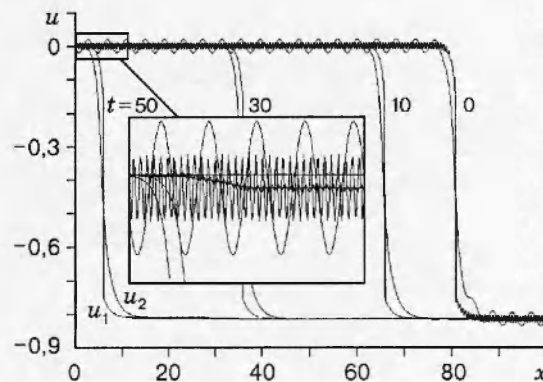


Рис. 2

Увеличив объемную концентрацию $m_{10} = 0,7; 0,9$ при том же значении $D = -3,3$, переходим в область существования замороженной УВ двухволновой структуры. Течение при $t = 0$ характеризуется наличием головного скачка в тяжелом компоненте и внутренней УВ в легком. На начальном этапе расчета течение нестационарное, но со временем течение устанавливается. Во втором компоненте с передним разрывом стационарное течение формируется несколько быстрее, чем в первом. Далее наблюдается устойчивое стационарное распространение исходной двухволновой конфигурации.

Отметим некоторые характерные особенности численного расчета процесса распространения УВ различных типов. В первые моменты времени в случае разрывного течения в решении возникает провал значения скорости в легком компоненте, обуславливающий изменение остальных параметров за фронтом УВ. Затем наблюдается постепенное сглаживание параметров смеси в рассматриваемой зоне. Уменьшение шага по пространству приводит к более резкому сокращению зоны установления, чем уменьшение шага по времени.

Устойчивость УВ к конечным возмущениям. При наложении конечных возмущений вида (1.3) на УВ изучаемых типов определено, что профили скоростей, а следовательно, и давлений компонентов смеси за короткий период устанавливаются и затем устойчиво распространяются со скоростью D . На рис. 2 показан процесс установления течения смеси с возмущениями, наложенными на начальные данные при $D = -1,5$ и $m_{10} = 0,95$. При расчетах отмечены следующие особенности:

- увеличение частоты возмущающих колебаний в одном из компонентов приводит к незначительному росту времени установления;
- возрастание амплитуды гармонического возмущения компонентов приводит к пропорциональному росту времени выхода на установившийся режим;
- время установления $t_{уст}$ возрастает с увеличением значений начальных параметров смеси (D и m_{10}).

Иницирование ударных волн (задача 2).

1. Из начальных данных типа ступеньки при $m_{10} = 0,2$ образуется дисперсионная УВ со скоростью $D = -1,5$. Процесс формирования такой УВ длится от $t = 0$ до $t = 300$. При $t = 100$ видны небольшие отклонения искомого профиля от профиля, полученного при $t = 300$ (особенно в областях, примыкающих к начальному и конечному равновесным состояниям). Дальнейшее увеличение времени интегрирования ($t = 300; 500; 700; 1000$) показывает, что профили скоростей и давлений компонентов смеси устанавливаются. С ростом m_{10} продолжительность формирования УВ уменьшается. Так, при $m_{10} = 0,5$ пе-

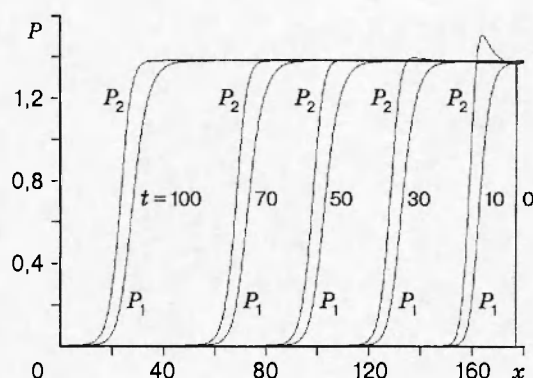


Рис. 3

риод установления сужается до интервала $t = 0 \div 100$.

Увеличение m_{10} до 0,6 приводит к перестройке течения: возникает внутренняя УВ в легком компоненте. Амплитуда этой волны очень мала, поэтому в стационарной задаче [7] ее местоположение было сложно определить. В нашем случае на начальной стадии установления в давлении второго компонента наблюдается всплеск над равновесным значением, который затем постепенно рассасывается. Процесс формирования данного типа течения заканчивается при $t = 50$, $D = -1,5$, $m_{10} = 0,6$ (рис. 3).

При $m_{10} = 0,7$ поведение давления в тяжелом компоненте немонотонное, поэтому следует учитывать особенности стационарных решений, чтобы отделить немонотонности, обусловленные численным интегрированием (как, например, при $m_{10} = 0,6$). С дальнейшим увеличением m_{10} до 0,85 и 0,95 амплитуда УВ возрастает, профили скоростей компонентов все больше различаются. Течения при указанных значениях m_{10} сформировались до $t = 30$.

Таким образом, до $m_{10} = 0,5$ профили u_1 и u_2 очень близки, течение с высокой степенью точности можно считать равновесным. При $m_{10} = 0,6; 0,7$ в первом компоненте возникает внутренняя УВ, перед фронтом которой течение практически равновесно по скоростям, а за фронтом имеет место скоростная неравновесность. С увеличением m_{10} ($m_{10} = 0,85; 0,95$) различия в профилях скоростей компонентов отчетливо проявляются в легком компоненте как перед фронтом УВ, так и за ним.

В табл. 1 представлена зависимость периода установления течений разных типов УВ для смеси от начальной скорости УВ и объемных концентраций компонентов. Увеличение объемной концентрации легкого компонента приводит к уменьшению зоны формирования течения, что обуславливается инерционными свойствами исходных материалов смеси.

2. При увеличении D до $-2,5$ стационарное течение формируется быстрее, чем при $D = -1,5$. Анализ результатов расчета течений при различных значениях $m_{10} = 0,1; 0,3; 0,5; 0,6; 0,7; 0,9$ показал, что они полностью совпадают с полученными ранее в задаче 1. Это позволяет утверждать, что, иницируя течение из начальных данных ступенчатого типа, со временем можно получить профили скоростей и давлений компонентов такой же структуры, как и при решении автотельной задачи. Более того, на основе решения задачи иницирования можно получить такие течения, расчет которых в стационарном приближении был затруднен из-за наличия внутренних особых точек. На рис. 4 представлены профили скоростей компонентов при $D = -2,5$, $m_{10} = 0,6$. Сложность решения в автотельном приближении заключалась в необходимости гладкого перехода через скорость звука в первом компоненте. Анализируя профили при $t = 20$ и $t = 30$, можно заключить, что переход из сверхзвукового состояния в дозвуковое в первом компоненте осуществляет-

Таблица 1

m_{10}	$t_{уст}$		
	$D = -1,5$	$D = -2,5$	$D = -3,3$
0,2	300	100	25
0,5	100	50	20
0,7	50	20	15
0,9	30	15	15

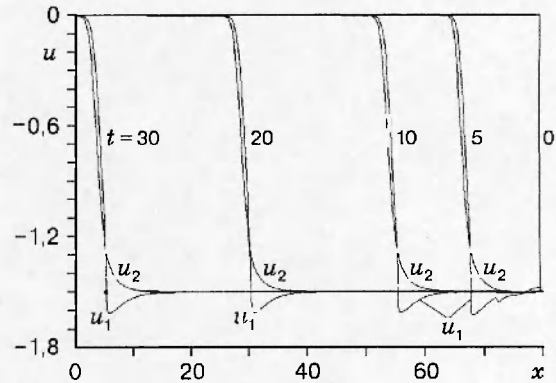


Рис. 4

ся посредством небольшой по амплитуде внутренней УВ. За фронтом этой ударной волны жидкость разгоняется и профиль ее скорости проходит через a_1 в некоторой точке течения. Эта особая точка является неустойчивой, и течение через нее непрерывно переходит в сверхзвуковое состояние.

Остановимся на анализе картины перехода в транззвуковом по первой фазе типе течения с особой точкой. Изменение скорости в первой фазе описывается обыкновенным дифференциальным уравнением

$$\frac{dU_1}{d\zeta} = \frac{U_1}{\rho_1} \frac{F_S - \rho_1 R/m_1}{U_1^2 - 1}. \quad (3.1)$$

Видно, что при подходе скорости течения первого компонента к скорости звука в первой фазе наступает градиентная катастрофа. Приравняв в уравнении (3.1) числитель к нулю при $U_1 = 1$, находим, что значение скорости U_2 в тяжелом компоненте удовлетворяет уравнению

$$\begin{aligned} F(U_2) = & U_2^5 C_2^3 \tau_{m_2} - U_2^4 C_2^2 [\tau_{m_2} (C_2 + 2C_3 + 2a^2 \bar{\rho} - 4C_1) - 2CC_1 \tau_S] + \\ & + U_2^3 C_2 [\tau_{m_2} \{ (C_3 + a^2 \bar{\rho} - 2C_1)^2 + 2C_2 (C_3 + a^2 \bar{\rho} - 2C_1) + 2a^2 C_2^2 \} - \\ & - 2CC_1 \tau_S (2C_3 + 1 + a^2 \bar{\rho} - 3C_1)] - U_2^2 [\tau_{m_2} C_2 \{ (C_3 + a^2 \bar{\rho} - 2C_1)^2 + \\ & + 2a^2 C_2 (C_3 + a^2 \bar{\rho} - 2C_1 + C_2) \} - 2CC_1 \tau_S \{ (C_3 + 1 - 2C_1)(C_3 + a^2 \bar{\rho} - C_1) + C_2^2 a^2 \}] + \\ & + U_2 a^2 C_2 [\tau_{m_2} C_2 (C_2 a^2 + 2C_3 + 2a^2 \bar{\rho} - 4C_1) - 2CC_1 \tau_S (C_3 + 1 - C_1)] - \tau_{m_2} C_2^3 a^4 = 0, \quad (3.2) \end{aligned}$$

где $C = 1 - a^2 \bar{\rho}$; $C_i = \rho_{i0} U_0$; $C_3 = (C_1 + C_2) U_0$. Полученное уравнение имеет один действительный корень U_2^I , который находится в интервале от 0 до 1. Он не имеет физического смысла и в дальнейшем не рассматривается.

Поведение функции $F(U_2)$ в зависимости от параметра m_{10} при $U_0 = 2,5$ представлено на рис. 5. Можно проследить процесс появления двух новых корней уравнения (3.2). Так, при $m_{10} = 0,5$ выше оси абсцисс находится U-образная ветвь $F(U_2)$, которая с увеличением m_{10} опускается и при $m_{10} \sim 0,5396$ касается оси. При этом возникают два кратных корня U_2^{II} , U_2^{III} . Дальнейшее увеличение объемной концентрации легкого компонента приводит к появлению двух различных корней. С ростом m_{10} значения U_2^{II} смещаются в сторону уменьшения U_2 , а значения U_2^{III} — в сторону увеличения. Численные значения корней даны в табл. 2.

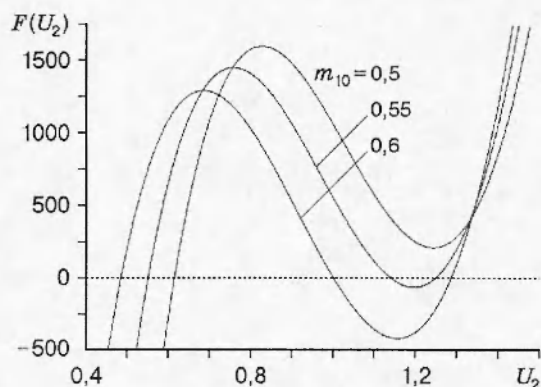


Рис. 5

Проведенный расчет нестационарной задачи показал, что физически в течении реализуется только второй корень U_2^{II} . Течение с кратковременным выходом в дозвуковую область существует при $m_{10} > m_{1*}$ (m_{1*} — объемная концентрация, при которой $U_{1,min} = 1$) и разрушается, когда конечные значения скоростей достигают единицы.

Таким образом, при начальной скорости $U_0 = 2,5$ трансзвуковой диапазон течения начинается при $m_{10} \sim 0,53$ и заканчивается при $m_{10} \sim 0,6005$. Следует отметить, что после реализации течения со звуковым по первой фазе конечным состоянием $U_1 = U_2 = U_k = 1$ последующие движения смеси при увеличении m_{10} имеют дозвуковое конечное состояние по обоим компонентам. Анализ подтверждает возможность непрерывного перехода с дозвуковой на сверхзвуковую ветвь решения.

Суммируем сказанное выше относительно возникновения течения со слабой УВ в трансзвуковом диапазоне. При $D = -2,5$ и малых m_{10} конечное состояние сверхзвуковое по первой фазе и профиль скорости в ней монотонный. С увеличением содержания жидкости в смеси в профиле $u_1(x)$ возникает локальный минимум, который с ростом m_{10} приближается к скорости звука в первой фазе. Имеется значение $m_{10} = m_{1*}$, при котором $u_{1,min} = a_1 + D$, $u_k > a_1 + D$. Дальнейшее увеличение m_{10} в стационарном подходе приводит к градиентной катастрофе. Это указывает на необходимость введения УВ, после которой течение непрерывно переходит через скорость звука в первой фазе, т. е. через вну-

Таблица 2

m_{10}	$U_0 = 2,5$				$U_0 = 3,3$			
	U_2^I	U_2^{II}	U_2^{III}	U_k	U_2^I	U_2^{II}	U_2^{III}	U_k
0,35	0,7877	—	—	1,4638	0,7611	—	—	1,5022
0,3715	0,7653	—	—	1,4195	0,7393	1,5616	1,5675	1,4564
0,40	0,7342	—	—	1,3625	0,7092	1,4571	1,5939	1,3970
0,45	0,6762	—	—	1,2664	0,6537	1,3354	1,5891	1,2963
0,50	0,6147	—	—	1,1745	0,5950	1,2247	1,5853	1,1989
0,52	0,5893	—	—	1,1388	0,5708	1,1818	1,5854	1,1607
0,5396	0,5641	1,2042	1,2069	1,1043	0,5467	1,1401	1,5867	1,1237
0,55	0,5506	1,1405	1,2486	1,0862	0,5337	1,1182	1,5879	1,1042
0,58	0,5112	1,0511	1,2761	1,0346	0,4959	1,0551	1,5936	1,0483
0,60	0,4846	1,0012	1,2862	1,0008	0,4703	1,0131	1,5993	1,0115
0,61	0,4712	0,9774	1,2906	0,9841	0,4574	0,9222	1,6029	0,9932

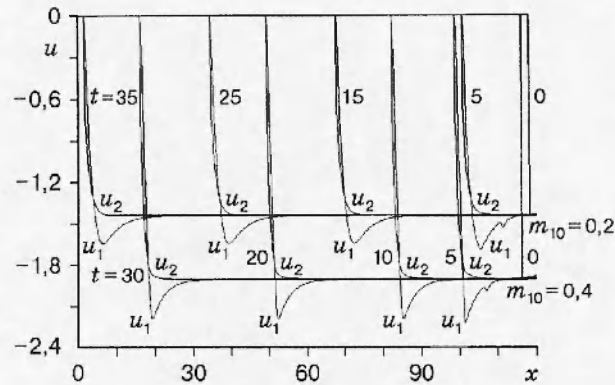


Рис. 6

треннюю особую точку (значения скорости второй фазы в этой точке для различных m_{10} приведены в табл. 2). На рис. 4 изображен процесс образования такого типа течения при $D = -2,5$, $m_{10} = 0,6$. При $t = 20$ устанавливается стационарное течение с внутренней УВ в трансзвуковом диапазоне (точкой на профиле u_1 отмечена внутренняя УВ). Дозвуковая зона характеризуется тем, что в ней $u_1(x)$ имеет локальный минимум. С ростом концентрации жидкости положение этого минимума приближается к фронту УВ, амплитуда которой растет. Расчеты данных типов течения в нестационарном приближении показали устойчивость их распространения.

3. С увеличением D до $-3,3$ течение при всех m_{10} дополняется головной УВ во втором компоненте. Рис. 6 иллюстрирует процесс установления для $m_{10} = 0,2; 0,4$. Здесь можно проследить за формированием головной УВ, амплитуда которой немного колеблется на начальном этапе установления течения. Отметим, что монотонно убывающий профиль скорости u_2 в течении с головной УВ формируется быстрее, чем немонотонный профиль скорости u_1 первого компонента.

При $m_{10} = 0,5$ реализуется течение, входящее в трансзвуковую область. Для УВ со скоростью распространения $D = -3,3$ ширина области существования трансзвукового течения при изменении m_{10} увеличивается. Проведенные расчеты показали, что трансзвуковой диапазон начинается при $m_{10} \approx 0,43$ и заканчивается при $m_{10} \approx 0,6063$. Некоторые числовые значения корней уравнения (3.2) приведены в табл. 2, а характерные особенности качественного поведения аналогичны случаю, описанному для $D = -2,5$.

Если $m_{10} = 0,7$ или $m_{10} = 0,9$, то реализуется течение УВ двухфронтной конфигурации с головной УВ во втором компоненте и внутренней УВ в первом. Здесь, как и в рассмотренной ранее задаче об установлении, течение с передним разрывом во второй фазе формируется быстрее, чем с внутренним в первой. Отметим, что скорости и давления компонентов на достаточно удаленном расстоянии от сформировавшейся структуры УВ несколько отличаются от значений этих параметров в конечном состоянии, определяемых аналитически, что связано с методикой расчета.

Выводы. На основе численного моделирования нестационарных задач о распространении УВ в гетерогенной смеси конденсированных сред с различными давлениями и скоростями показано:

— стационарные дисперсионные, замороженно-дисперсионные, дисперсионно-замороженные и полностью замороженные УВ устойчивы по отношению к инфинитезимальным и конечным возмущениям;

— из начальных данных типа ступеньки, представляющей собой начальное и конечное стационарные состояния на равновесной адиабате Гюгонио, со временем развиваются

течения с УВ упомянутых выше конфигураций;

— существует трансзвуковое движение смеси в виде замороженно-дисперсионной УВ с непрерывным переходом через скорость звука в первой фазе.

3

ЛИТЕРАТУРА

1. **Федоров А. В.** Математическое описание течения смеси конденсированных материалов при высоких давлениях / Физическая газодинамика реагирующих сред. Новосибирск: Наука, 1990. С. 119–128.
2. **Федоров А. В.** Структура ударной волны в смеси двух твердых тел (гидродинамическое приближение) // Моделирование в механике / АН СССР. Сиб. отд.-ние. Ин-т теорет. и прикл. механики, ВЦ. 1991. Т. 5 (22), № 4. С. 135–158.
3. **Федоров А. В.** Структура ударной волны в гетерогенной смеси двух твердых тел с одинаковыми давлениями компонентов // Численные методы решения задач теории упругости и пластичности. Новосибирск: Ин-т теорет. и прикл. механики, 1992. С. 235–249.
4. **Варламов Е. В., Федоров А. В.** Бегущая волна в неизотермической смеси двух твердых тел // Моделирование в механике / АН СССР. Сиб. отд.-ние. Ин-т теорет. и прикл. механики, ВЦ. 1991. Т. 5 (22), № 3. С. 14–26.
5. **Федоров А. В., Федорова Н. Н.** Структура, распространение и отражение ударных волн в смеси твердых тел (гидродинамическое приближение) // ПМТФ. 1992. № 4. С. 10–18.
6. **Жилин А. А., Федоров А. В., Фомин В. М.** Бегущая волна в двухскоростной смеси сжимаемых сред с различными давлениями // Докл. РАН. 1996. Т. 350, № 2. С. 201–205.
7. **Жилин А. А., Федоров А. В.** Структура ударной волны в двухскоростной смеси сжимаемых сред с различными давлениями // ПМТФ. 1998. Т. 39, № 2. С. 10–19.
8. **Губайдуллин А. А., Ивандаев А. И., Нигматулин Р. И.** Модифицированный метод «крупных частиц» для расчета нестационарных волновых процессов в многофазных дисперсных средах // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1977. Т. 17, № 6. С. 1531–1544.
9. **Ивандаев А. И., Кутушев А. Г.** Численное моделирование нестационарных волновых течений газовзвесей с выделением границ двухфазных областей и контактных разрывов в несущем газе // Численные методы механики сплошной среды / АН СССР. Сиб. отд.-ние. Ин-т теорет. и прикл. механики, ВЦ. 1983. Т. 14, № 6. С. 58–82.

Поступила в редакцию 28/IV 1997 г.
