

тельства убыстрения процесса распада не оправдано из-за того, что при взаимодействии ударной волны с системой капель повышается температура газа. Отвлечение от перечисленных особенностей процесса дробления привело к тому, что ожидаемое по модели [3] сокращение времени не отмечено в ряде опытов в [3] и не подтвердилось в наших экспериментах.

Поступила 30 XII 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. Luna R. E., Klikov W. A. On aerodynamic breakup of liquid drops. SC-RR-2716, 1966.
2. Гельфанд Б. Е., Губин С. А., Когарко С. М. Разновидности дробления капель в ударных волнах и их характеристики. — ИФЖ, 1974, т. 27, № 1, с. 120—126.
3. Fox G. E., Dabora E. K. Breakup liquid drops due to convective flow in shocked sprays. — In: 14th Int. Symp. on combustion. Combustion Inst., 1973, p. 1365—1373.
4. Rowe P. N. Drag forces in a hydraulic model of a fluidized bed. — «Trans. Inst. Chem. Engrs», 1964, vol. 39, N 2, p. 175—180.
5. Reinecke W. G., Waldman G. D. An investigation of water drop disintegration in the region behind strong shock waves. AIAA-paper, N 147, 1975.
6. Когарко С. М., Гельфанд Б. Е., Губин С. А., Борисов А. А. Динамика разрушения капель жидкости в газовом потоке. — «Докл. АН СССР», 1974, т. 198, № 1, с. 71—73.
7. Zajac L. J. Droplet breakup in accelerating gas flows. NASA CR-134479, 1973.

УДК 533.6.011

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КОЛЕБАТЕЛЬНОГО ЦИКЛА ПРИ НЕСТАЦИОНАРНОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ СВЕРХЗВУКОВОЙ СТРУИ С ПРЕГРАДОЙ

В. Г. Дулов

(Красноярск)

При взаимодействии сверхзвуковой струи с преградой формируется сложный поток с разветвленной системой скачков уплотнения, содержащий области местного дозвукового течения, контактные разрывы и участки течения с большими градиентами параметров (фиг. 1, где сплошные линии — фронты ударных волн, штриховые — контактные разрывы). При этом, согласно многочисленным экспериментальным данным (см., например, [1, 2]), для некоторого ограниченного набора исходных параметров возникает в теоретическом аспекте недостаточно изученное физическое явление: конфигурация ударных волн в струе теряет устойчивость, стационарное обтекание самопроизвольно переходит в нестационарное и перед лицевой стороной преграды формируется самоподдерживающийся сильнопульсирующий волновой процесс.

В [3] выдвинута гипотеза о том, что в механизме этого явления определяющую роль играет внутренний турбулентный след, периодически возникающий и распадающийся за линией ветвления фронтов ударных волн. Такой след образуется, если непосредственно за тройной точкой возникают не один, а два контактных разрыва, между которыми формируется изобарическая область, заполненная газом в состоянии относительного покоя по отношению к точке ветвления скачков.

В стационарных условиях след за тройной точкой возникать не может, и в этом смысле факт его появления может рассматриваться как первопричина

перехода стационарного режима обтекания в нестационарный. В данной работе предложена математическая модель этого явления, основанная на гипотезе возникающего и распадающегося следа.

Пульсации потока сопровождаются значительными перемещениями по неравномерному фону сильного центрального скачка, в результате чего по дозвуковой стружке за скачком проходят интенсивные энтропийные волны. Здесь имеет место явление, аналогичное нестационарному энтропийному слою.

Обычно наблюдается несколько дискретных колебательных тонов, существенно различающихся по частоте. При этом низкочастотные пульсации могут иметь весьма большую амплитуду и представляют основной интерес для исследования. У высокочастотных колебаний амплитуда невелика, а оценки частоты показывают, что эти колебания связаны с процессами, распространяющимися со скоростью звука.

Первый шаг в построении модели низкочастотных циклов состоит в игнорировании роли высокочастотных колебаний, их искажающего влияния на развитие процессов во времени. Это достигается, если принять скорость звука равной бесконечности в дозвуковой области за центральным скачком. В таком приближении квазистационарность процесса в дозвуковой области нарушается только энтропийными волнами.

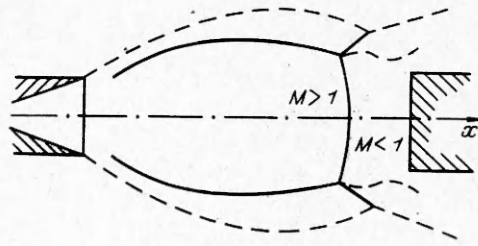
1. Аналитическое описание энтропийных волн выполним при следующих допущениях: относительно небольшую по протяженности область существенно пространственного течения перед лицевой стороной преграды учтем интегрально с помощью общих законов сохранения в виде интегрирующего разрыва [4]. Тогда на участке течения между центральным скачком уплотнения и сечением 1—1 (фиг. 2) можно использовать одномерное приближение; между сечениями 1—1 и 2—2 течение носит ярко выраженный пространственный характер и допускает квазистационарное описание с помощью общих законов сохранения. Газ, прошедший через центральный скачок, движется до сечения 1—1 в канале с площадью поперечного сечения F , которая изменяется по долине канала и с течением времени. Уравнения движения для газа в таком канале запишутся в виде

$$(1.1) \quad \frac{\partial \rho F}{\partial t} + \frac{\partial v \rho F}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}, \quad \frac{\partial S}{\partial t} + v \frac{\partial S}{\partial x} = 0,$$

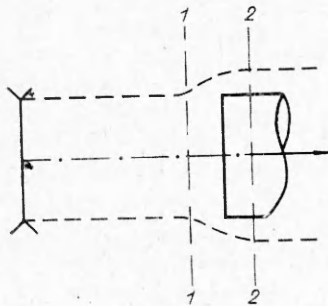
где $F = F(t, x)$; x — координата вдоль оси симметрии струи; ρ — плотность; v — скорость; p — давление; S — энтропия. В соответствии с предположением о том, что квазистационарность течения в дозвуковой области за центральным скачком нарушается только энтропийными волнами, принимаем давление зависящим только от времени $p = p(t)$, $\partial p / \partial x = 0$. Тогда общее решение системы (1.1) имеет вид

$$(1.2) \quad \mathcal{F}(v, \lambda) = 0, \quad \lambda = vt - x, \quad S = S(\lambda), \\ p = p(t), \quad p^{1/k} F(\mathcal{F}_v - \mathcal{F}_\lambda t) = \beta(\lambda),$$

где \mathcal{F} , S , p , β — произвольные функции своих аргументов; k — отношение теплоемкостей. Из (1.2) следует, что характеристики



Фиг. 1



Фиг. 2

$\lambda = \text{const}$ — прямые линии, образующие сходящиеся или расходящиеся пучки. Если все характеристики пучка проходят через одну точку (обычно вне поля течения), то такую энтропийную волну будем называть центрированной. Пусть волна центрирована в точке с координатами (x_i, t_i) . Тогда в этой точке первое из соотношений (1.2) не может быть явно разрешено относительно скорости v , так как в этой точке сходятся характеристики с разными значениями скорости. Поэтому

$$\mathcal{F}_v \Big|_{\substack{x=x_i \\ t=t_i}} + \mathcal{F}_\lambda \Big|_{\substack{x=x_i \\ t=t_i}} = 0.$$

Отсюда

$$(1.3) \quad v = (x - x_i)/(t - t_i),$$

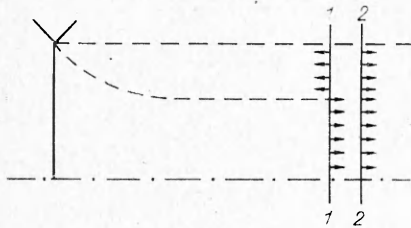
а последнее соотношение из (1.2) переписывается в виде

$$(1.4) \quad p^{1/k} F(1 - t/t_i) = \beta(\lambda).$$

Таким образом, соотношения (1.3), (1.4) определяют центрированную волну.

Рассмотрим тот частный случай, когда площадь поперечного сечения зависит только от времени $F = F(t)$, т. е. образующие цилиндрических стенок канала параллельны оси симметрии. Из последнего соотношения (1.2) при $F = F(t)$ следует, что для скорости v имеет место формула (1.3) и $\beta \equiv \text{const}$, т. е. в таком канале энтропийная волна является частным случаем центрированной волны.

2. Не повторяя рассуждений, проведенных в [3], принимаем, что в конце следа имеет место резкое изменение геометрии потока, подпитка массой газа развивающегося следа происходит главным образом в его хвостовой части преимущественно за счет



Ф и г. 3

газа, прошедшего через центральный скачок (фиг. 3). Область резкого изменения параметров потока можно уподобить некоторому фиктивному разрыву, причем в число параметров, претерпевающих разрыв, включается площадь поперечного сечения потока. В соответствии с принятым раньше допущением считаем, что давление не рвется на таком разрыве. Поскольку изменение параметров происходит резко, но, строго говоря, непрерывно, энтропию будем считать одинаковой по обе стороны скачка. Следовательно, и плотность в основном потоке непрерывна, но в следе она имеет иную величину. Закон сохранения энергии при таких допущениях выполняется автоматически, а для двух механических законов (сохранения массы и импульса) можно записать следующие равенства:

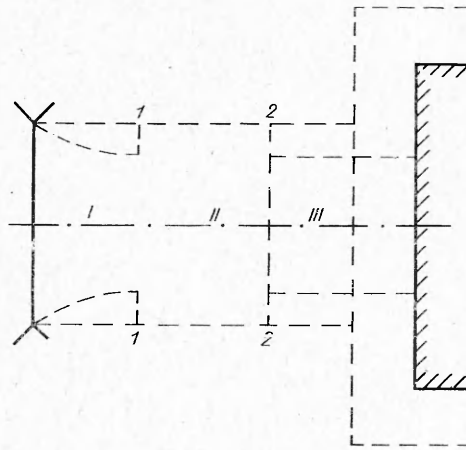
$$(2.1) \quad \begin{aligned} F_1 \rho (v_1 - N) + \rho_c (F_2 - F_1) (D - N) &= \rho (v_2 - N) F_2, \\ F_1 \rho (v_1 - N)^2 + \rho_c (F_2 - F_1) (D - N)^2 &= \rho (v_2 - N)^2 F_2, \end{aligned}$$

где индексы относятся к соответствующим сечениям (см. фиг. 3); ρ — плотность в этих сечениях; N — скорость перемещения хвоста следа; ρ_c — плотность в сечении 1—1 следа; D — скорость перемещения центрального скачка уплотнения (все частицы следа движутся в момент t с такой скоростью). Из (2.1) имеем

$$(2.2) \quad N = \frac{v_2 (v_2 - D) - f (v_1 - D) v_1}{v_2 - D - f (v_1 - D)},$$

где $f = F_1/F_2$; D вычисляется в тот же момент времени, в который рассматривается условный разрыв.

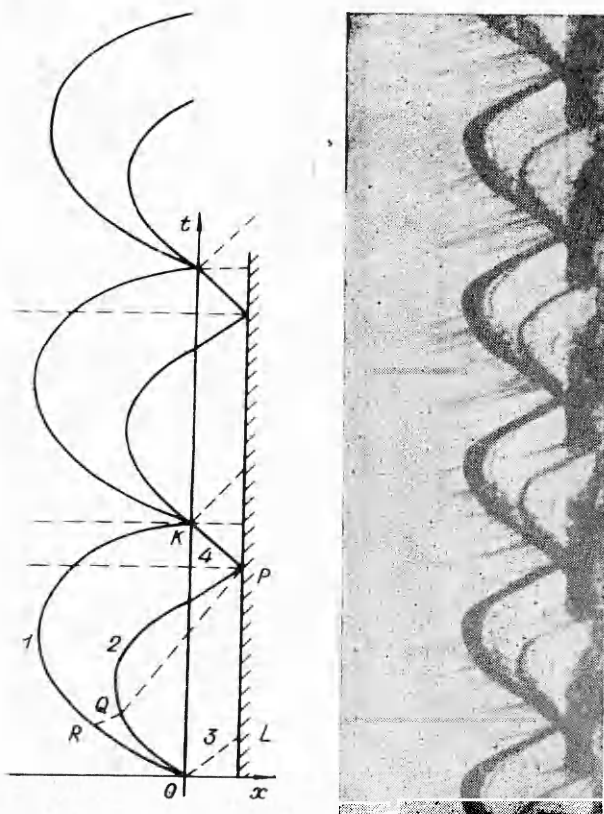
3. Эволюцию волновой структуры нестационарной зоны струи в пределах одного периода теперь можно описать по следующей схеме. Пусть в некотором промежуточном положении центрального скачка возникает произвольный разрыв параметров газа, распад которого вызывает движение этого скачка в направлении от преграды в сторону сопла с некоторой конечной скоростью $D_0 < 0$. Скорость волны убывает со временем и в некоторый момент обращается



Ф и г. 4

в нуль, после чего начинается обратное движение волны в сторону преграды. Интенсивность центрального скачка монотонно убывает. В этих условиях может развиваться след за тройной точкой. Если до распада за точкой ветвления скачков существовал след, то в момент распада он отрывается от волновой конфигурации и уносится потоком со скоростью течения.

Таким образом, через малый промежуток времени после распада формируется картина течения, качественно изображенная на фиг. 4. Струйку газа между движущимся центральным скачком и преградой можно разбить на три участка. Первый участок между фронтом центрального скачка и сечением $1-1$, где кончается новый развивающийся след (область I), второй — между сечением $1-1$ и сечением $2-2$ в конце оторвавшегося следа, уносимого потоком (область II), и, наконец, область III между сечением $2-2$ и условным разрывом, имитирующим преграду. Границу с высоконапорным потоком, прошедшим через два криволинейных скачка, в рассматриваемой схеме можно считать практически прямолинейной и параллельной оси струи. Следовательно, в области III , где след отсутствует, $F_2 \neq F(t)$ и течение является частным случаем центрированной волны с $\beta = \beta_2 = \text{const}$. На участке III имеет значение не форма оторвавшегося следа, а масса газа, вовлеченного в след. Поэтому здесь тоже можно считать, что след ограничен цилиндрическими поверхностями с прямолинейными образующими, т. е. $F_3 = F_3(t)$, и энтропийная волна является центрированной с $\beta = \beta_3 = \text{const}$. На участке I внутренняя граница следа существенно криволинейная. Для учета этого факта необходимый произвол в решении должен быть увеличен на одну произвольную функцию одного аргумента, т. е. течение здесь может быть описано также центрированной волной, но с $\beta = \beta_1(\lambda) \neq \text{const}$. След на участке I , развиваясь, достигает сечения, где располагается преграда, т. е. волна I охватывает всю область между центральным скачком и преградой. Если след в этот момент достаточно развит, происходит перекрытие кольцевой щели между внешним высоконапорным потоком и кромкой преграды газом, сбрасывающим след, что приводит к полному торможению потока перед лицевой стороной преграды. Нижний берег следа — контактный разрыв — выходит на поверхность преграды. Эти два факта (полное торможение потока перед преградой и выход контактного разрыва на поверхность преграды) многократно констатировались в экспериментах и вызывали удивление, поскольку обычно считалось, что существует один кон-



Фиг. 5

на за ударной волной, идущей от преграды, центрирована в сечении, где располагается преграда, в той точке, куда приходит контактный разрыв. До момента прихода этого разрыва скорость в сечении перед преградой равна нулю и скачком приобретает конечное значение в момент прихода контактного разрыва. На фиг. 5 справа приведена экспериментальная регистрограмма процесса*. Имеется неплохое качественное и количественное согласование расчета и экспериментальной картины.

4. Обозначим через l расстояние от среза сопла до преграды. Пусть x_c — ана логичное расстояние до сечения, в котором происходят последовательные распады произвольных разрывов. Будем считать, что в плоскости x, t точка $O(0, 0)$ соответствует некоторому промежуточному распаду. На фиг. 5 линия 1 — путь фронта центрального скачка, 2 — траектория «хвоста» развивающегося следа, 3 — путь контактного разрыва. Получим уравнения для основных характеристик цикла. В области 1 скорость

$$(4.1) \quad v_1 = (x - x_1)/(t - t_1).$$

Пусть D — скорость перемещения ударной волны. Считая заданными распределения всех параметров вдоль оси свободной струи, при помощи ус-

тактный разрыв за точкой ветвления ударных волн, выход которого на поверхность преграды казался противоестественным.

Торможение потока перед преградой можно имитировать ударной волной, возникающей перед преградой (линия 4 на фиг. 5). В некоторый момент происходит встреча этой волны с центральным скачком. Возникает произвольный разрыв параметров газа, распад которого создает предпосылки для повторения цикла. В момент распада след отрывается от тройной конфигурации волн и создаются предпосылки для зарождения нового следа. Оторвавшийся след уносится потоком со скоростью течения, т. е. замыкающее сечение этого следа (2—2 на фиг. 4) является контактным разрывом, образовавшимся при распаде. Энтропийная вол-

* Получена А. П. Петровым в ИГиМ СО АН СССР.

ловий совместности на фронте волны и формулы (4.1) из равенства $dx/dt = D$ получим обыкновенное нелинейное дифференциальное уравнение первого порядка относительно функции $x = x_B(t)$, определяющей траекторию фронта центрального скачка в плоскости x, t . Ради получения конечных соотношений используем гиперзвуковое приближение, которое, как правило, будет достаточно точным, ибо перед скачком обычно число Маха велико. Запишем закон сохранения массы на прямом скачке в окрестности оси симметрии

$$\rho(v - D) = \rho_1(v_1 - D)$$

(ρ — плотность, v — скорость перед фронтом, с индексом 1 — те же величины за фронтом), при больших числах Маха $\rho_1/\rho \approx (k+1)/(k-1)$, $v \approx v_m$, где v_m — максимальная скорость стационарного течения. Следовательно,

$$(4.2) \quad D \approx \frac{k+1}{2} v_1 - \frac{k-1}{2} v_m$$

или

$$\frac{\partial x}{\partial t} = \frac{k+1}{2} \frac{x - x_1}{t - t_1} - \frac{k-1}{2} v_m.$$

Отсюда

$$(4.3) \quad x = x_B(t) = x_1 - v_m(t_1 - t) + c(t_1 - t)^{(k+1)/2}$$

(c — произвольная константа). Скорость ударной волны в произвольный момент времени

$$(4.4) \quad D = \frac{dx_B}{dt} = v_m - \frac{k-1}{2} c (t_1 - t)^{\frac{k-1}{2}}.$$

Рассмотрим движение «хвоста» развивающегося следа (сечение 1—1 на фиг. 4 или линия 2 на фиг. 5). Пусть F — площадь центрального скачка. В силу сделанного предположения о прямолинейности границы «внешнего» высоконапорного потока $F_2 = F$. Записав формулу (1.4) для сечения непосредственно за центральным скачком и для сечения 2—2 (см. фиг. 3) в «хвосте» следа, а затем разделив первый результат на второй, получим

$$(4.5) \quad \frac{\beta_1(\lambda)}{\beta_2} = \frac{1 - \frac{\bar{t}(\lambda)}{t_1}}{1 - \frac{t(\lambda)}{t_2}},$$

где $t(\lambda)$ — функция, обратная $\lambda(t)$; $\bar{t}(\lambda)$ — для сечения 2—2.

$$\lambda(t) = \frac{x_B(t) - x_1}{t - t_1} t - x_B(t) = \frac{x_B(t) t_1 - t x_1}{t - t_1}.$$

Поскольку $\beta_2 = \text{const}$, соотношение (4.5) определяет функцию $\beta_1(\lambda)$. Записывая отношение равенств (1.4) для сечений 1—1 и 2—2 (см. фиг. 3), находим

$$(4.6) \quad f = \frac{\beta_2}{\beta_1(\lambda)} \frac{1 - t/t_2}{1 - t/t_1}.$$

С учетом (2.2), (4.5) и (4.6) равенство $dx/dt = N$ представляет собой нелинейное дифференциальное уравнение первого порядка довольно сложной структуры для функции $x = \chi(t)$, численное интегрирование которого

затрудняется тем, что уравнение содержит большое количество параметров. Можно построить простое приближенное решение этого уравнения, используя ту дополнительную информацию, которая попутно получается при расчете колебательного цикла: необходимо определять координаты и параметры состояния по крайней мере в трех точках искомой траектории, обозначенных на фиг. 5 через O, P, Q . По формуле (2.2) в этих точках могут быть вычислены соответствующие значения скорости перемещения «хвоста» следа N_0, N_p, N_q . С помощью интерполяционного полинома Лагранжа по этим значениям приближенно восстанавливается N

$$N \approx \frac{(t_q - t)(t_p - t)}{t_q t_p} N_0 + \frac{t(t_p - t)}{t_q(t_p - t_q)} N_q + \frac{t(t_q - t)}{t_p(t_q - t_p)} N_p.$$

Здесь индексами отмечены величины, относящиеся к соответствующим точкам. Интегрирование соотношения $dx/dt = N$ дает функцию $\chi(t)$. Точнее,

$$(4.7) \quad x = \chi(t_1, t_2, t_q, t_p, x_c, t),$$

где перечислены параметры, которые будет содержать эта функция.

В области III скорость

$$(4.8) \quad v_3 = (x - x_3)/(t - t_3),$$

причем в точке L , в которую приходит замыкающее сечение оторвавшегося следа, скорость основного потока меняется скачком, т. е. в этой точке должна быть центрирована волна с распределением скорости (4.8). Следовательно,

$$(4.9) \quad x_3 = l - x_c, \quad t_3 = (l - x_c)/v_{3k},$$

где v_{3k} — скорость на последней характеристике области III , равная скорости после распада разрыва за центральным скачком, движущимся со скоростью D_0 .

В момент $t = t_p$ развивающийся след достигает преграды, происходит полное торможение потока, прошедшего через центральный скачок, и формируется отраженная ударная волна, удаляющаяся от преграды. Из условий совместности на этой волне ее скорость перемещения в предположении относительной слабости имеет вид

$$(4.10) \quad \frac{dx}{dt} = \frac{\frac{v_1 + v_3'}{2} - \frac{4}{k-1} a_1 \frac{v_1 - a_1}{v_1 - v_3'}}{\frac{4}{k-1} \frac{a_1}{v_1 - v_3'}}.$$

Здесь v_1, a_1 — скорость и скорость звука перед фронтом волны (течение в области I), а v_3' — скорость в области, аналогичной III , но переходящей в следующий цикл,

$$v_3' = \frac{x - l + x_c}{t - t_3 - T},$$

где T — период циклов. Из (4.10) получается нелинейное дифференциальное уравнение первого порядка для траектории фронта. На всех регистрах процессов путь фронта оказывается практически прямолинейным и временная продолжительность существования этой волны невелика. Поэтому ради простоты записей будем заменять ее скорость перемещения

средним значением $(N_p + N_k)/2$, где N_p — скорость отраженной волны в момент ее возникновения, а N_k — значение этой скорости в момент встречи с центральным скачком. Обе скорости вычисляются по формуле (4.10). Тогда траектория фронта волны приближенно описывается уравнением

$$(4.11) \quad x = l - x_c + \frac{N_k + N_p}{2} (t - t_p).$$

5. Рассмотрим последовательность вычислительных процедур на основе изложенной выше качественной схемы. Эта последовательность опирается на точное решение граничных задач в рамках сделанных предположений. В момент перед столкновением центрального скачка с отраженной ударной волной, движущейся по закону (4.11), давление за фронтом скачка p_{1k} вычисляется по известной формуле

$$(5.1) \quad \frac{F_{1k}}{p(x_c)} = \frac{2k}{k+1} \left[\frac{v(x_c) - D_1}{a_1(x_c)} \right]^2 - \frac{k-1}{k+1},$$

где $v(x_c)$, $a(x_c)$, $p(x_c)$ — заданные функции, характеризующие распределение скорости, скорости звука и давления вдоль оси свободной струи (см., например, [5]); D_1 — скорость перемещения центрального скачка в момент $t = T$. Согласно (4.4),

$$D_1 = v_m - \frac{k+1}{2} c (t_1 - T)^{\frac{k-1}{2}}.$$

Пусть S_{1k} , a_{1k} — энтропийная функция и скорость звука, вычисленные в тот же момент за фронтом центрального скачка,

$$(5.2) \quad S_{1k} = \frac{p_{1k}}{p(x_c)} \left[\frac{\rho(x_c)}{\rho_{1k}} \right]^k \approx \frac{p_{1k}}{p(x_c)} \left(\frac{k-1}{k+1} \right)^k, \quad \frac{a_{1k}}{a(x_c)} \approx \sqrt{\frac{F_{1k}}{p(x_c)} \frac{k-1}{k+1}}.$$

По формуле (4.10) определяем скорость

$$N_k = \frac{\frac{v_{1k} + v_{3k}}{2} - \frac{4}{k-1} a_{1k} \frac{v_{1k} - a_{1k}}{v_{1k} - v_{3k}}}{1 - \frac{4}{k-1} \frac{a_{1k}}{v_{1k} - v_{3k}}}, \quad v_{1k} = \frac{x_1}{t_1 - T}.$$

Поскольку скорость газа за фронтом отраженной волны в момент ее возникновения равна нулю,

$$N_p = \frac{\frac{v_{1H}}{2} - \frac{4}{k-1} a_{1H} \frac{v_{1H} - a_{1H}}{v_{1H}}}{1 - \frac{4}{k-1} \frac{a_{1H}}{v_{1H}}}.$$

Непростой оказывается процедура вычисления скорости звука перед отраженной волной в момент $t = t_p$. Необходимо определить давление p_{1H} и энтропийную функцию в этой точке; p_{1H} равно давлению за фронтом центрального скачка в момент $t = t_p$

$$(5.3) \quad \frac{p_{1H}}{p(x_{cp})} = \frac{2k}{k+1} \left[\frac{v_{1p} - D_p}{a(x_{cp})} \right]^2 - \frac{k-1}{k+1},$$

$$(5.4) \quad x_{cp} = x_c + x_p; \quad v_{1p} = \frac{x_p - x_1}{t_p - t_1}; \quad D_p = v_m - \frac{k+1}{2} c (t_1 - t_p)^{(k-1)/2};$$

$$(5.5) \quad x_p = x_B(t_p) = x_1 - v_m(t_1 - t_p) + c(t_1 - t_p)^{(k+1)/2}.$$

Энтропийная функция в точке P равна значению этой функции в точке R за фронтом центрального скачка (см. фиг. 5), где ломаная RQP — траектория частицы, приходящей в точку P . Уравнения звеньев этой ломаной имеют вид

$$(5.6) \quad x_r - x_q = v_r(t_r - t_q), \quad v_r = (x_1 - x_r)/(t_1 - t_r);$$

$$(5.7) \quad l - x_c - x_q = v_q(t_p - t_q), \quad v_q = (x_q - x_2)/(t_q - t_2);$$

где x_2, t_2 — константы в формуле для скорости в области II

$$v_2 = (x - x_2)/(t - t_2).$$

Кроме того, согласно (4.3)

$$(5.8) \quad x_r = x_1 - v_m(t_1 - t_r) + c(t_1 - t_r)^{(k+1)/2},$$

а из (4.7)

$$(5.9) \quad x_q = \chi(t_1, t_2, t_q, t_p, t_c).$$

Этих соотношений достаточно для нахождения S_{1H} и a_{1H}

$$(5.10) \quad S_{1H} = S(D_r), \quad D_r = v_m - \frac{k+1}{2} c (t_1 - t_r)^{(k+1)/2},$$

$$a_{1H} = a(p_{1H}, S_{1H}).$$

Из (4.11) и условия $x = 0$ при $t = T$ на траектории отраженной волны следует

$$(5.11) \quad T = t_p - 2(l - x_c)/(N_k + N_H).$$

Для установившегося колебательного режима распад произвольного разрыва в точках O или K ($0, T$) должен сводиться только к усилению центрального скачка и возникновению контактного разрыва, т. е. сразу же после распада давление может быть вычислено двумя способами. С одной стороны, это давление за мгновенно усиленным центральным скачком

$$(5.12) \quad \frac{p_{3k}}{p(x_c)} = \frac{2k}{k+1} \left[\frac{v(x_c) - D_0}{a(x_c)} \right]^2 - \frac{k-1}{k+1}.$$

С другой стороны, p_{3k} равно давлению за отраженной ударной волной непосредственно перед распадом

$$(5.13) \quad \frac{p_{3k}}{p_{1k}} = \frac{2k}{k+1} \left(\frac{v_{1k} - N_k}{a_{1k}} \right)^2 - \frac{k-1}{k+1}.$$

Для расчета значений β_2 и $\beta_1(\lambda_k) = \beta_k$ в точке K перед распадом используем соотношения (1.4), (4.5)

$$(5.14) \quad \beta_2 = \beta_1(0)_1 = p_{3k}^{1/k} F_0, \quad \beta_k = \frac{1 - T/t_2}{1 - T/t_1} \beta_2.$$

6. Для 30 неизвестных параметров цикла $x_1, t_1, v_{1k}, v_{1p}, D_0, D_1, v_{3k}, c, T, t_2, t_q, t_p, D_p, x_c, t_3, p_{1k}, p_{3k}, \beta_2, \beta_k, S_{1k}, x_2, a_{1k}, a_{1H}, p_{1H}, x_p, x_r, t_r,$

x_q, S_{1h}, D_r из вышеприведенных равенств получается замкнутая система соотношений (см. фиг. 5). Запишем равенство (4.1) в точках K и P , соотношения (1.4), (4.2)—(4.4) — в точках O и K , (4.7) — в точке P . К полученным девяти уравнениям добавим (4.9), (5.1), (5.2)—(5.14) и условие $dF/dt = 0$ при $D = 0$. Общее число перечисленных равенств равно 30, т. е. числу неизвестных параметров. Поскольку большинство из этих соотношений явно разрешены или легко разрешаются относительно неизвестных величин, то система просто сводится к системе из пяти нелинейных уравнений относительно неизвестных x_c, t_1, t_p, t_q, t_r . Ввиду громоздкости записи эта система здесь не приводится. Дальнейшее упрощение системы возможно на основе частичной линеаризации, которая следует как частный результат из нижеследующего качественного анализа.

7. Для реализации периодического процесса необходимо, чтобы в пределах цикла центральный скачок монотонно ослабевал, а следовательно, скорость v_1 за скачком монотонно увеличивалась. Поэтому энтропийная волна в области I должна быть центрирована в точке, расположенной в первом квадранте на плоскости x, t , т. е. $x_1 > 0, t_1 > 0$. Более того, поскольку недопустимы бесконечные значения скорости за фронтом ударной волны, $t_1 \geq T$. Если $t_1 = T$, то в точке $K(0, T)$ имеет место сток газа, что физически нереально. Поэтому равенство $t_1 = T$ (один из корней системы) неприемлемо. Таким образом, необходимым условием реализации колебательного процесса является строгое неравенство $t_1 > T$. Так как скорости в точках O и L (см. фиг. 5) одинаковы, то $v_{k3} = x_1/t_1 = x_2/t_2 = (l - x_c)/t_3$ и все три энтропийные волны (в областях I, II, III) центрированы в точках, которые расположены на одной прямой, проходящей через точки O и L . Площадь центрального скачка в начале (точка O) и в конце (точка K) цикла одинакова и равна F_0 . Из (1.4) следует

$$\beta_k = p_{1k}^{1/k} F_0 \left(1 - \frac{T}{t_1}\right).$$

Отсюда с учетом (5.14) получаем

$$(7.1) \quad \frac{p_{3k}^{1/k}}{p_{1k}^{1/k}} = (1 + \Delta p)^{1/k} = 1 - \frac{T}{t_2},$$

где Δp — относительная сила отраженной волны перед распадом. Считая отраженную ударную волну достаточно слабой, из (7.1) находим с точностью до величин более высокого порядка малости

$$t_2 \approx -kT/\Delta p,$$

т. е. t_2 должно быть большим отрицательным числом. Энтропийная волна в области II центрирована в третьем квадранте на плоскости x, t . В расчетные соотношения величины t_p и t_q входят в виде $1 - t_p/t_2$ и $1 - t_q/t_2$. Допустима линеаризация в предположениях $t_p/t_2 \ll 1, t_q/t_2 \ll 1$. Чем меньше отношение T/t_1 по сравнению с единицей, тем медленнее меняется скорость за фронтом центрального скачка и тем больше период T колебательного цикла. Для низких частот $T/t_1 \ll 1$ и возможны аналогичные упрощения, связанные с этим последним неравенством.

Область существования корней соответствует области существования самоподдерживающегося колебательного процесса. Целенаправленная проверка предлагаемой математической модели не проводилась. Опубликованные экспериментальные результаты по волновой структуре циклов немногочисленны и носят в основном качественный характер.

ЛИТЕРАТУРА

1. Семилетенко Б. Г., Собколов Б. Н., Усков В. Н. Особенности неустойчивого взаимодействия сверхзвуковой струи с безграничной преградой. — «Изв. СО АН СССР. Сер. техн. наук», 1972, № 13, вып. 3.
2. Голубков А. Г., Козьменко Б. К., Остапенко В. А., Солотчин А. В. О взаимодействии сверхзвуковой недорасширенной струи с плоской ограниченной преградой. — «Изв. СО АН СССР. Сер. техн. наук», 1972, № 13, вып. 3.
3. Дулов В. Г. О движении тройной конфигурации ударных волн с образованием следа за точкой ветвления. — ПМТФ, 1973, № 6.
4. Голубков А. Г., Дулов В. Г. Об имитации влияния преграды, размещенной в сверхзвуковой струе, условным разрывом параметров потока. — «Изв. СО АН СССР. Сер. техн. наук.», 1975, № 3, вып. 1.
5. Дулов В. Г. О моделях потоков, аппроксимирующих свойства сверхзвуковых струйных течений. — ПМТФ, 1976, № 4.

УДК 532.528

**ОСОБЕННОСТИ ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННОЙ ЭВОЛЮЦИИ
ПАРОГАЗОВЫХ ПОЛОСТЕЙ,
ГЕНЕРИРУЕМЫХ ПОДВОДНЫМ ИСКРОВОМ РАЗРЯДОМ**

А. И. Вовченко, В. В. Кучеренко, В. В. Шамко

(Николаев)

После того как электрическая энергия заряженного конденсатора полностью выделится на элементах разрядной цепи, искровой канал превращается в парогазовую полость (ПГП), совершающую ряд последовательных пульсаций. Последние сопровождаются акустическим излучением и формированием нестационарных гидротоков, являющихся основными рабочими факторами при электрогидроимпульсной обработке материалов [1]. Наряду с нестационарностью движения ПГП масса и состав газа в ней с течением времени изменяются. Поэтому описание такого рода явлений принадлежит к разделу наиболее трудных задач механики жидкости, газа и плазмы.

Для расчета акустического излучения и нестационарного гидротока важно знать закон движения границы ПГП [2, 3], а для оценки силовых параметров — ее экстремальные пространственно-временные характеристики [2—4].

Математическая модель явления разработана только для сферических [5] и цилиндрических [6—9] полостей. Что же касается динамики полостей других форм [1, 3, 10—12], то здесь происходит пока лишь накопление информации в основном на базе экспериментальных исследований. Данные же о зависимости экстремальных пространственно-временных характеристик ПГП, отличных от сферы, от электротехнических параметров разряда практически отсутствуют в литературе.

В данной работе предусматривается изучение пространственно-временной эволюции генерируемых подводным искровым разрядом (ПИР) полостей различной геометрической формы с целью получения корреляции основных экстремальных кинематических характеристик с исходными параметрами энергоисточника. Решение поставленной задачи осуществляется экспериментальным путем с привлечением методов высокоскоростной кинематографии.

Опыты проводились в специальной ванне (1500 × 1000 × 500 мм), заполненной дистиллированной водой и снабженной двумя иллюминаторами из плексигласа, позволяющими фотографировать процесс в лучах проходящего света от мощного источника. Стабильность разряда (соответственно и параметров полости) поддерживалась за счет спрямления