

С. Н. Малов

(Иркутск)

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ СМЕЩЕНИЯ ОБЪЕКТА
ПО ФУРЬЕ-ИНТЕРФЕРОГРАММЕ**

Рассмотрен случай, когда в схеме голографии Фурье исследуемый образец претерпевает комбинированное смещение с заранее известным (тестовым) сдвигом, что позволяет легко определить величину и направление (знак) неизвестного смещения.

Переход от регистрации изображений средствами оптики спеклов [1] к голографической позволяет в силу восстановления комплексной амплитуды волнового поля проводить регистрацию светового поля в произвольной плоскости, а не только в плоскости изображения. В работе [2] представлен метод, который по сути является методом голографической интерферометрии, для исследования смещения объекта в собственной плоскости с формированием интерферограммы в фурье-плоскости оптической системы. Аналогично в [3] применительно к вычитанию изображений рассматривается метод исследования смещения объекта как жесткого целого вдоль оптической оси схемы голографии Фурье, где интерферограмма представляет собой систему концентрических колец с центром на оптической оси, по параметрам которых можно легко высчитать величину смещения.

Развитый в работе [4] метод регистрации спекл-интерферограмм в фурье-плоскости оптической системы позволяет путем применения операции пространственной фильтрации исключить в результирующей интерферограмме влияние поперечного или поступательного смещения диффузно рассеивающего объекта, оставляя тем самым только информацию о его деформационных изменениях. Однако часто представляет интерес определение знака и величины поперечного или поступательного смещения объекта без деформации, для чего предлагается ввести тестовый сдвиг на этапе регистрации интерферограммы Фурье.

Рассмотрим кратко математическую интерпретацию метода исследования сдвига объекта в собственной плоскости при регистрации двукратно экспонированной голограммы Фурье (рис. 1). Пусть объект освещается плоской монохроматической волной единичной амплитуды через диффузный рассеиватель (диффузор), тогда поле на выходе объекта запишем в следующем виде:

$$U_1(x) = t(x)h(x), \quad (1)$$

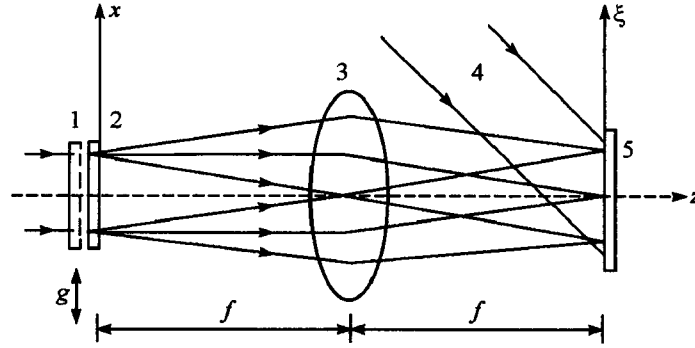


Рис. 1. Схема регистрации двукратно экспонированной фурье-голограммы: 1 – диффузор, 2 – транспарант, 3 – фурье-преобразующая линза, 4 – опорная волна, 5 – фотопластинка. Стрелка указывает направление смещения g

где $h(x)$ – функция пропускания диффузора; $t(x)$ – функция пропускания объекта; x – координата во входной плоскости.

Поле в фурье-плоскости, соответствующее первой экспозиции, будет иметь вид

$$U_1(\xi) = T(\xi) \otimes H(\xi) + U_R(\xi), \quad (2)$$

где $T(\xi)$ и $H(\xi)$ – фурье-образы функций $t(x)$ и $h(x)$ соответственно; $\xi = x_\xi / \lambda f$ – пространственная частота; x_ξ – координата входной плоскости; f – фокусное расстояние линзы; λ – длина волны; $U_R(\xi)$ – опорная волна; знак \otimes означает операцию свертки.

Далее транспарант смещается в собственной плоскости вместе с диффузором на величину g . Тогда поле во входной плоскости можно представить в виде

$$U_2(x) = [t(x)h(x)] \otimes \delta(x + g). \quad (3)$$

Распределение амплитуд в фурье-плоскости в присутствии той же опорной волны, соответствующее второй экспозиции, запишем как

$$U_2(\xi) = [T(\xi) \otimes H(\xi)] \exp(-2i\pi g\xi) + U_R(\xi). \quad (4)$$

Запишем коэффициент пропускания двукратно экспонированной фурье-голограммы, полагая, что между ним и регистрируемым распределением интенсивности существует линейная зависимость

$$\tau(\xi) = \tau_0 - kI(\xi), \quad (5)$$

где τ_0 – пропускание неэкспонированной фотопластинки; k – постоянный коэффициент; $I(\xi)$ записывается в виде

$$I(\xi) = |U_1(\xi) + U_2(\xi)|^2. \quad (6)$$

Для упрощения математических выкладок рассмотрим только ту составляющую пропускания голограммы, которая ответственна за формирование одного из сопряженных изображений, что не ограничивает общности рассуждений.

При освещении полученной голограммы копией опорной волны восстанавливаемое ею поле будет иметь вид

$$U_v(\xi) \approx T(\xi) \otimes H(\xi) + [T(\xi) \otimes H(\xi)] \exp(-2i\pi g\xi), \quad (7)$$

что свидетельствует о восстановлении голограммой двух волн, несущих фурье-образ исходного информационного массива и распространяющихся под углом φ друг к другу ($\varphi \sim g/f$). Следовательно, в плоскости голограммы формируется интерференционная картина (рис. 2), вызываемая взаимодействием двух идентичных полей. Поскольку эти поля существенно не отличаются друг от друга (взаимно когерентны), то распределение интенсивности в плоскости голограммы примет вид

$$I_v(\xi) = 4|T(\xi) \otimes H(\xi)|^2 \cos^2(\pi g\xi). \quad (8)$$

Надо отметить, что угол между направлениями распространения интерферирующих волн и обуславливает образование интерферограммы сдвига объекта в собственной плоскости. Период интерференционных полос d существенным образом зависит от смещения объекта между двумя экспозициями:

$$d = \lambda f / g. \quad (9)$$

Рассмотренная выше двукратно экспонированная фурье-голограмма восстанавливает два поля, когерентное взаимодействие которых обуславливает формирование в плоскости наблюдения интерферограммы, полосы которой представляют собой контуры равного перемещения объекта вдоль оси наблюдения, и каждая последующая полоса отображает смещение объекта на половину длины волны восстанавливающего лазерного источника (около 0,3 мкм для гелий-неонового лазера) [5]. Высокая точность расчета величины смещения объекта как жесткого целого (или его части), недостижимая другими методами, осуществляется крайне сложным (а в ряде случаев и невозможным) механизмом определения знака (направления) деформации [6].

Далее осуществим попытку создания методики определения величины и одновременно знака смещения объекта как жесткого целого, что может найти

применение, например, в прецизионных юстировочных задачах сложных оптических систем.

Представляется интересным модернизировать схему фурье-голографии путем введения в промежутке времени между экспозициями заранее известного (тестового) квадратичного фазового

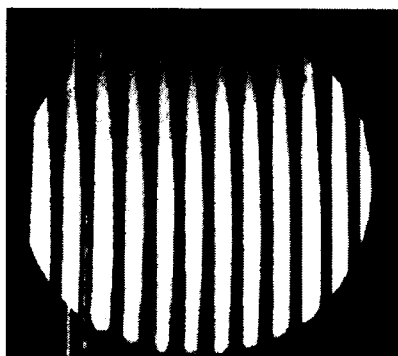


Рис. 2. Распределение интенсивности в плоскости двукратно экспонированной фурье-голограммы

Рис. 3. Интерферограмма, наблюдаемая в плоскости двукратно экспонированной фурье-голограммы при комбинированном смещении исследуемого объекта



сдвига, что в общем случае обуславливает формирование в плоскости голограммы смещенной кольцевой интерференционной структуры (рис. 3), причем направление смещения центра колец однозначно определяется знаком изучаемого смещения объекта.

Рассмотрим процесс формирования интерферограммы в методе двух экспозиций при условии, что голограмма регистрируется вблизи фурье-плоскости оптической системы, а между экспозициями объект смещается в собственной плоскости на изучаемое расстояние g (рис. 4). Пусть объектом является диффузно рассеивающий транспарант с функцией рассеяния $t(x)$. Для упрощения рассмотрим на рисунке ход лучей от центральной точки транспаранта, т. е. практически импульсный отклик системы регистрации-восстановления. Амплитуду освещающей волны выберем равной единице. Распределение амплитуд в плоскости регистрации ξ , соответствующее первой экспозиции, запишем как обычно:

$$U_1(\xi) = T(\xi), \quad (10)$$

где $\xi = x_f / \lambda f$; x_f – координата в плоскости регистрации; $T(\xi)$ – фурье-образ функции $t(x)$. Выражение для опорной волны не записываем, так как планируем использовать при восстановлении голограммы ее копию.

Перед второй экспозицией объект смещается на величину g в собственной плоскости (исследуемое смещение) и на величину G в направлении

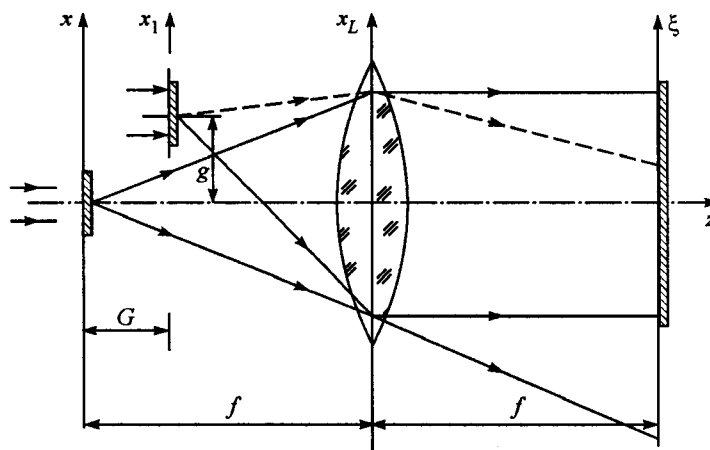


Рис. 4. Регистрация двукратно экспонированной фурье-голограммы с тестовым фазовым сдвигом G . Опорный и предметный пучки не показаны

оптической оси (тестовое смещение). Тогда на выходе объекта получим поле

$$U_2(x_1) = t(x_1) \otimes \delta(x_1 + g). \quad (11)$$

В плоскости регистрации распределение амплитуд, соответствующее второй экспозиции, представим следующим образом:

$$U_2(\xi) = \left\{ \left\{ U_2(x_1) \otimes \exp \left[-\frac{i\pi x_1^2}{\lambda(f-G)} \right] \right\} \exp \left(\frac{i\pi x_L^2}{\lambda f} \right) \right\} \otimes \exp \left(-\frac{i\pi x_L^2}{\lambda f} \right), \quad (12)$$

где $(f-G)$ – расстояние от объекта до линзы; x_L – координата в плоскости линзы. Свертка входной функции $U_2(x_1)$ с квадратичной экспонентой описывает поле, падающее на линзу. Влияние линзы учитывается произведением первой свертки на множитель сферической волны. В интегральной форме выражение (12) выглядит как

$$U_2(\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} \int t(x_1 + g) \exp \left[-\frac{i\pi(x_1 - x_L)^2}{\lambda(f-G)} \right] \exp \left[-\frac{i\pi}{\lambda f} (x_L - x_f)^2 \right] \times \\ \times \exp \left(\frac{i\pi}{\lambda f} x_L^2 \right) dx_1 dx_L, \quad (13)$$

где $x_f = \lambda f \xi$. Проводя интегральное преобразование Фурье, получим

$$U_s(\xi) \approx T(\xi) [1 + \exp(-2i\pi g \xi) \exp(-i\pi \lambda G \xi^2)]. \quad (14)$$

Последнее выражение свидетельствует о том, что волна, несущая фурье-образ входной функции, распространяется под углом к оптической оси $\varphi \approx g/f$, а также приобретает сферичность за счет выхода объекта из передней фокальной плоскости линзы на величину G .

Пропускание полученной таким образом двукратно экспонированной фурье-голограммы будет пропорционально интенсивности сумм волн, описываемых выражениями (10) и (14). При освещении голограммы копией опорного пучка в ее плоскости получим следующее распределение амплитуд:

$$U_s(\xi) \approx T(\xi) [1 + \exp(-2i\pi g \xi) \exp(-i\pi \lambda G \xi^2)]. \quad (15)$$

Выражение (15) описывает только часть реконструируемого голограммой поля. Опущенные слагаемые, представляющие волны, распространяющиеся под существенно большими углами к оптической оси, интереса в данном случае не представляют. Кроме того, в (15) опущены постоянные коэффициенты, связанные с влиянием фотохимического процесса проявления на пропускание пластинки.

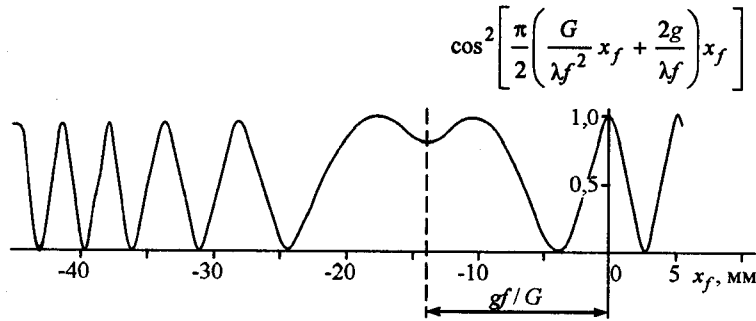


Рис. 5. Схематическое нормированное распределение интенсивности в плоскости голограммы, соответствующее выражению (16): $g = -20$ мкм, $G = 300$ мкм, $\lambda = 0,63$ мкм, $f = 210$ мм

Представим наблюдаемое распределение интенсивности в плоскости голограммы как сумму квадратов модулей первого и второго слагаемых выражения (15):

$$I_n(\xi) = 4|T(\xi)|^2 \cos^2 \left[\frac{\pi}{2} (\lambda G \xi + 2g) \xi \right], \quad (16)$$

которое свидетельствует о том, что в плоскости голограммы интенсивность фурье-образа исследуемого объекта оказывается промодулированной квадратичным косинусоидальным множителем (рис. 5).

Двумерный анализ этого процесса показывает, что в плоскости голограммы формируется концентрическая система интерференционных колец, локальный период которых убывает к периферии голограммы. Как видно из рис. 5, картина симметрична и центр симметрии смещен относительно оптической оси системы на расстояние $-gf/G$, причем знак этого смещения совпадает со знаком g .

Таким образом, положение центра симметрии x_f^0 интерференционной структуры определяется выражением

$$x_f^0 = gf/G. \quad (17)$$

На практике реализовать тестовое смещение достаточно легко путем продольного смещения коллимирующей линзы опорного пучка для изменения его радиуса кривизны. Из (17) видно, что при изменении знака g на обратный x_f^0 также меняет знак. Это легко обнаруживается визуально при наблюдении интерферограммы, а также при расшифровке данных с ленты самописца после проведения сканирования плоскости интерферограммы.

Добавим, что положение оптической оси на ленте самописца можно определить путем регистрации и последующего сканирования эталонной интерферограммы с тестовым продольным смещением коллимирующей линзы опорного пучка без исследуемого поперечного смещения объекта. Оптическая ось в этом случае будет совпадать с центром симметрии эталонной интерферограммы (центром кольцевой интерференционной структуры).

Таким образом, предложенный здесь алгоритм определения направления (знака) смещения объекта как жесткого целого может быть применен после минимальной модернизации оптической схемы в известных методах голографической интерферометрии в тех случаях, когда необходимо с достаточно высокой степенью точности определить деформации объекта в собственной плоскости как жесткого целого.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Francon M.** La granularité laser (speckle) et ses applications en optique. Paris: Masson, 1977.
2. **Malov S. N.** Investigation of the formation of a difference image with a linear phase shift // Laser Phys. 1999. 9, N 5. P. 1070.
3. **Malov S. N.** Multiplexing the spatial spectrum of a phase object in image subtraction // Ibid. P. 1079.
4. **Клименко И. С.** Голография сфокусированных изображений и спекл-интерферометрия. М.: Наука, 1985.
5. **Эрф Р. К.** Голографические неразрушающие исследования. М.: Машиностроение, 1979.
6. **Оптическая голография:** Пер. с англ. /Под ред. Г. Колфилда. М.: Мир, 1982.

*Иркутский филиал
Института лазерной физики СО РАН,
E-mail: malov@ilph.irk.ru*

*Поступила в редакцию
28 апреля 2003 г.*