ЛИТЕРАТУРА

1. H. S. Pilloff, S. K. Searles. N. Djeu. Appl. Phys. Lett., 1971, **19**, 9.
2. S. K. Searles, N. Djeu. Chem. Phys. Lett., 1971, **12**, 53.
3. Е. Б. Гордон, В. С. Павленко и др. ЖЭТФ, 1972, **63**, 1159.
4. Е. Б. Гордон, Ю. Л. Москвин и др. Квантовая электроника, 1975, 2, 397.
5. M. J. Linevsky, R. A. Carabetta. Appl. Phys. Lett., 1973, 22, 238.
6. K. D. Foster, G. H. Kimbell, D. R. Snelling. IEEE J. Quant. El., 1975, QE-**11**, 6, 253.
7. В. А. Дудкин, В. Б. Либрович, В. Б. Рухин. ФГВ, 1975, **11**, 6, 953.

УСТОЙЧИВОСТЬ ГОРЕНИЯ ПОРОХОВОГО КАНАЛА

А. Д. Марголин, В. М. Волохов

(Москва)

В экспериментах по горению пористых зарядов показано, что горение проникает в поры заряда. Неустойчивости такого рода можно дать естественное объяснение, если вспомнить о неустойчивости симметричного горения порохового канала [1]. Действительно, в разветвленной системе пор и трещин горящего образца всегда найдутся поры, начинающиеся и оканчивающиеся на горящей поверхности, т. е. представляющие симметрично горящий с двух концов канал. Как экспериментально показано в [1], такое горение канала неустойчиво, процесс развивается несимметрично и горение проникает в канал.

В настоящей работе проведено исследование устойчивости симметричного горения канала по отношению к малым возмущениям.

Постановка задачи

Рассмотрим стационарный режим симметричного горения порохового канала длиной L и радиусом r. Горение проникло в канал с обоих концов на глубину l, достаточно малую, чтобы вытекающий из канала газ можно считать несжимаемым. Для этого величина l должна удовлетворять следующей оценке:

$$l/r \ll \sqrt{\mu\gamma/RT_г}\cdot p^{1-\nu}\cdot(\rho_п\cdot B)^{-1},$$

где μ — молекулярный вес газа; γ — показатель адиабаты; R — универсальная газовая постоянная; $T_г$ — температура горячего газа; $\rho_п$ — плотность пороха; ν и B — постоянные.

В диапазоне $\mathrm{Re} \ll 1{,}5\cdot10^3$ трение в канале можно учитывать в форме закона Дарси [2]. В зонах горения канала I и III (см. рисунок) стационарные уравнения движения газа в поре имеют вид

$$v_{i0}\cdot dv_{i0}/dx = -1/\rho_г\cdot dp_{i0}/dx - 1/\rho_г\cdot\eta_г/k\cdot v_{i0}.\quad i=1,\ 3, \qquad (1)$$

$$dv_{i0}/dx = 2\cdot u/r\cdot\rho_п/\rho_г, \qquad (2)$$

где v — скорость газа; $\eta_г$ — вязкость горячего газа; k — газопроницаемость; u — скорость нормального горения пороха; индекс i — номер зоны, 0 — стационарное движение. В соотношении (2) справа находится член, описывающий выделение газа при горении стенок поры в единицу времени на единицу объема.

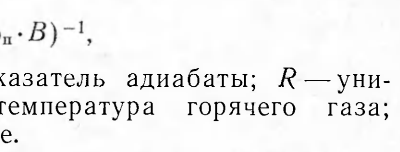

Рис. 1.

В зоне II в силу симметрии течения скорость газа равна нулю, а давление постоянно. На концах канала давление равно внешнему:

$$p_{10}=p_0 \quad \text{при} \quad x=0, \tag{3}$$

$$p_{30}=p_0 \quad \text{при} \quad x=L. \tag{4}$$

На границах $x=l$ и $x=L-l$ скорость газа равна нулю:

$$v_{10}=0 \quad \text{при} \quad x=l, \tag{5}$$

$$v_{30}=0 \quad \text{при} \quad x=L-l. \tag{6}$$

Течение газа в стационарном режиме описывается следующими выражениями:

зона I

$$v_{10}=m/\rho_{г}\cdot(x-l),$$

$$p_{10}=p_0+m/\rho_{г}\cdot(m+\eta_{г}/k)\cdot l^2/2-m\rho_{г}(m+\eta_{г}/k)\cdot(x-l)^2/2; \tag{7}$$

зона II

$$v_{20}=0,$$

$$p_{20}=p_0+m/\rho_{г}\cdot(m+\eta_0/k)\cdot l^2/2; \tag{8}$$

зона III

$$v_{30}=m/\rho_{г}\cdot[x-(L-l)], \tag{9}$$

$$p_{30}=p_0+m/\rho_{г}\cdot(m+\eta_{г}/k)\cdot l^2/2-m/\rho_{г}\cdot(m+\eta_{г}/k)\cdot[x-(L-l)]^2/2,$$

где $m=2(\rho u)_{п}/r$; η_0 — вязкость холодного газа.

Уравнения возмущенного движения

После возмущения положения левого фронта горения ($\delta l>0$) скорость, давление и плотность газа также испытывают возмущение

$$\left.\begin{aligned} v_i &= v_{i0}+v_i' \\ p_i &= p_{i0}+p_i' \\ \rho_{г} &= \rho_{г0}+\rho_{г}' \\ \rho_0 &= \rho_0+\rho_0' \end{aligned}\right\} \quad i=1,2,3, \tag{10}$$

где ρ_0 — плотность холодного газа. В дальнейшем рассмотрении не учитывалась зависимость скорости горения пороха от давления. Линеаризованные уравнения движения газа в зонах горения I и III приобретают вид

$$\partial v_i'/\partial t+v_i'\cdot\partial v_{i0}/\partial x=-1/\rho_{г}\cdot\partial p_i'/\partial x-1/\rho_{г}\cdot\eta_{г}/k\cdot v_i', \quad i=1,3; \tag{11}$$

$$\partial v_i'/\partial x=0. \tag{12}$$

В III зоне холодный газ из зоны II, втекающий через фронт с координатой $x=L-l$, нагревается продуктами горения. Расстояние $x_{н}$, на котором температура газа повышается так, что выполнено соотношение $(T_{г}-T)/T_{г}\ll 1$, много меньше длины зоны III. Поскольку $x_{н}\ll l$, пренебрегаем зоной нагрева в уравнении (11). Плотность в зоне III считается постоянной и равной $\rho_{г}$.

Во II зоне происходит охлаждение газа, вытекающего из I зоны. В работе [3] сделана оценка расстояния, на котором втекающий горячий газ охлаждается до температуры T_0:

$$x_{охл}=v_{г}\cdot r^2\cdot(T_{г}-T_0)/\mathrm{Nu}\cdot\varkappa_{г}\cdot(T_{г}-T_*), \tag{13}$$

где $v_{г}$ — скорость втекающего горячего газа.

Из (13) следует, что $x_{охл}\sim r^2$, т. е. для узких каналов зона охлаждения мала, в силу чего по сравнению с длиной зоны II пренебрегаем ею и рассматриваем газ в зоне II уже остывшим до T_0. Линеаризованные уравнения движения газа в зоне II имеют вид

$$\partial v_2'/\partial t = -1/\rho_0 \cdot \partial p_2'/\partial x - 1/\rho_0 \cdot \eta_0/k \cdot v_2', \qquad (14)$$

$$\partial v_2'/\partial x = 0 \qquad (15)$$

Граничные условия

На концах канала давление вытекающего газа равно внешнему давлению, следовательно,

$$p_1' = 0, \quad x = 0, \qquad (16)$$

$$p_3' = 0, \quad x = L. \qquad (17)$$

На границе зон I и II ($x = l + \delta l$) следует приравнять давления p_1 и p_2. Учитывая малость δl, получаем

$$\partial p_{10}/\partial l \cdot \delta l + p_1' = p_2', \qquad (18)$$

Второе условие на этой границе: сохранение потока массы относительно движущегося фронта

$$\rho_г \cdot \left(\partial v_{10}/\partial l \cdot \delta l + v_1' - d(\delta l)/dt\right) = \rho_0 \left[v_2' - d(\delta l)/dt\right]. \qquad (19)$$

Приравнивая давления на границе с координатой, равной $L-l$, получаем

$$p_2' = p_3', \quad x = L - l. \qquad (20)$$

Второе условие на этой границе требует особого рассмотрения. Рассмотрим структуру скачка плотности и температуры на границе зон II и III. Из законов сохранения потоков массы и энергии, примененных к сечениям a и b (сечение a находится на границе зон II и III, а сечение b — внутри зоны III),

$$\rho_0 \cdot v_2 + 2 \cdot (\rho u)_п \cdot l/r = \rho_b \cdot v_b, \qquad (21)$$

$$\rho_0 \cdot v_2 \cdot c_p \cdot T_0 + 2 \cdot (\rho \cdot u)_п \cdot l/r \cdot c_p \cdot T_г = \rho_b \cdot v_b \cdot c_p \cdot T_b \qquad (22)$$

в предположении постоянства среднего молекулярного веса газовой фазы (т. е. $\rho T = \text{const}$) получаем соотношение

$$v_b = v_2 + 2 \cdot l/r \cdot T_г/T_0 \cdot (u \cdot \rho)_п/\rho_0. \qquad (23)$$

Поскольку величина скорости течения газа в произвольном сечении, находящемся в зоне III, согласно соотношению (23), есть сумма скорости v_2 на входе в зону III и величины, являющейся функцией только координаты, граничное условие на границе зон II и III имеет следующий вид:

$$v_2' = v_3', \quad x = L - l. \qquad (24)$$

При написании граничных условий предполагалось, что поток горячего газа через фронт, отделяющий зону горения от зоны отсутствия горения, вызывает воспламенение стенок пороха, в то время как поток из зоны холодного газа в зону горения (в случае малого потока) не вызывает потухания стенок горящей части канала. В связи со сказанным на границе горячего и холодного газа с координатой $x = l$ следует записать зависимость скорости фронта поджигания от скорости горячего газа в виде

$$d(\delta l)/dt = f(v_1'). \qquad (25)$$

Условие (25) можно упростить, используя малость скорости v_1

$$f(v_1') = f(0) + (\partial f/\partial v)_{v=0} \cdot v_1'.$$

Очевидно, $f(0)=0$, так как скорость фронта воспламенения равна нулю, если поток поджигающего газа отсутствует. Окончательно это граничное условие принимает вид

$$d(\delta l)/dt = \alpha \cdot v_1'; \quad \alpha = \partial f/\partial v\,|_{v=0}. \tag{26}$$

Анализ устойчивости

Решая уравнения движения газа (11), (12), (14), (15), получаем следующие выражения соответственно для зон I, II, III:

$$\begin{aligned} v_1' &= v_1'(t); \quad p_1' = -\left(\rho_{\text{г}} \cdot dv_1'/dt + m \cdot v_1' + \eta_{\text{г}}/k \cdot v_1'\right) \cdot x + \varphi_1(t), \\ v_2' &= v_2'(t); \quad p_2' = -\left(\rho_0 \cdot dv_2'/dt + \eta_0/k \cdot v_2'\right) \cdot x + \varphi_2(t), \\ v_3' &= v_3'(t); \quad p_3' = -\left(\rho_{\text{г}} \cdot dv_3'/dt + m \cdot v_2' + \eta_{\text{г}}/k \cdot v_3'\right) \cdot x + \varphi_3(t), \end{aligned} \tag{27}$$

где φ_1, φ_2, φ_3, v_1', v_2', v_3' — неизвестные функции времени. Подставляя полученные решения в граничные условия и исключая неизвестные функции, получим уравнение, описывающее зависимость возмущения δl от времени,

$$\begin{aligned} &\{[\rho_{\text{г}} \cdot (1/\alpha - 1) + \rho_0] \cdot (L - 2l) + [\rho_{\text{г}}^2/\rho_0 \cdot (1/\alpha - 1) + \rho_{\text{г}}] \cdot l\}\, d^2(\delta l)/dt^2 + \\ &+ \{[-m + \eta_0/k \cdot \rho_{\text{г}}/\rho_0 \cdot (1/\alpha - 1) + \eta_0/k] \cdot (L - 2l) + [-m \cdot \rho_{\text{г}}/\rho_0 + \\ &+ (m + \eta_{\text{г}}/k) \cdot \rho_{\text{г}}/\rho_0 \cdot (1/\alpha - 1) + (m + \eta_{\text{г}}/k) \cdot l\}\, d(\delta l)/dt - \\ &- \left[\eta_0/k \cdot m/\rho_0 + (m + \eta_{\text{г}}/k) \cdot \frac{m}{\rho_0} + \eta_{\text{г}}/k \cdot m/\rho_0\right] = 0, \end{aligned} \tag{28}$$

Решение которого имеет вид:

$$\delta l = A e^{\lambda_1 \cdot t} + B e^{\lambda_2 \cdot t}, \tag{29}$$

где $\lambda_{1,2}$ — корни характеристического уравнения.

Совокупность корней λ_1, λ_2 всегда будет содержать положительный корень, если коэффициент перед λ^2 и свободный член имеют разные знаки. Так как $\alpha \leqslant 1$ в силу того, что скорость потока горячего газа, поджигающего стенки канала и вызывающего тем самым движение фронта горения, не меньше скорости движения фронта, то коэффициент перед λ^2 в характеристическом уравнении всегда положителен. Свободный член всегда отрицателен. Следовательно, возмущение δl будет экспоненциально нарастать со временем, т. е. исследуемый стационарный режим неустойчив.

Таким образом, исследована неустойчивость горения симметрично подожженного с двух концов порохового канала. Получено, что такое горение всегда неустойчиво. Развитие неустойчивости приводит к проникновению горения в канал с одной стороны. Динамика проникновения в пору представляет собой самостоятельную задачу, требующую отдельного анализа.

Поступила в редакцию
6/VIII 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Д. Марголин, В. М. Маргулис. ФГВ, 1969, 5, 1, 15.
2. В. И. Аравин. Теория движения жидкостей и газов в недеформируемой пористой среде. М., Гостехиздат, 1953.
3. А. Д. Марголин, Е. Е. Киселев. ФГВ, 1965, 1, 4, 83.
