ПМТФ, № 5, 1971

УДК 628.36

О КРИВОЙ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ДАВЛЕНИЯ В СКВАЖИНЕ ТРЕЩИННО-ПОРИСТОГО КОЛЛЕКТОРА

В. Т. Боярчук, К. М. Донцов

(Грозный)

Показывается, что наклон начального участка кривой восстановления давления не может быть меньше половины асимптотического наклона при большом времени и даются пределы ошибок при определении характерного размера блока по известному времени запаздывания восстановления давления.

В работе Воррена и Руута [1] на основе дифференциальных уравнений фильтрации жидкости в трещинно-пористой среде

$$\frac{k_1}{\mu}\nabla^2 p_1 = \beta_1^* \frac{\partial p_1}{\partial t} + \beta_2^* \frac{\partial p_2}{\partial t}, \quad \beta_2^* \frac{\partial p_2}{\partial t} = \frac{\alpha}{\mu}(p_1 - p_2) \tag{0.1}$$

впервые предложенных Г. И. Баренблаттом и Ю. П. Желтовым [2], получена зависимость, описывающая восстановление давления в скважине в бесконечном пласте в виде

$$P_c = \frac{1}{2}\left\{\ln\tau + 0.80908 + E_i\left[-\frac{\lambda\tau}{\omega(1-\omega)}\right] - E_i\left(-\frac{\lambda\tau}{1-\omega}\right)\right\} \tag{0.2}$$

Здесь

$$P_c = \frac{2\pi k_1 h}{q_0\mu}(p_1 - p_{10}), \quad \tau = \frac{k_1 t}{\mu(\beta_1^* + \beta_2^*) r_c^2}, \quad \lambda = \frac{r_c^2}{\eta}, \quad \omega = \frac{\beta_1^*}{\beta_1^* + \beta_2^*}$$

k_1 — коэффициент проницаемости трещинной среды; μ — коэффициент динамической вязкости жидкости; ∇^2 — оператор Лапласа; β_1^*, β_2^* — коэффициенты упругоемкости трещинной среды и пористых блоков соответственно; p_1, p_2 — давления на расстоянии r от оси скважины в трещинной среде и в блоках соответственно; α — безразмерный коэффициент, характеризующий трещинно-пористую среду; P_c — повышение давления в скважине, безразмерное; q_0 — установившийся дебит скважины до ее остановки; h — мощность пласта; p_{10} и p_{1c} — забойные давления до и после остановки скважины; t — время, отсчитываемое с момента остановки скважины; r_c — радиус скважины: τ — безразмерное время; η — характерный параметр трещинно-пористой среды: λ и ω — безразмерные параметры [1].

При $\omega \to 0$ из (0.2) следует: [1]

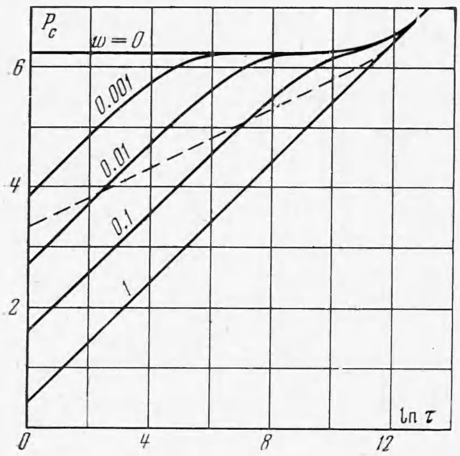
$$P_c = {}^1/_2\,[\ln\tau + 0.80908 - E_i(-\lambda\tau)] \tag{0.3}$$

Зависимость (0.2) и ее предельный случай — зависимость (0.3) — изображены графически на фиг. 1 (кроме пунктирной линии); здесь $\lambda = 5\cdot 10^{-6}$ (по данным [1]). Характерной особенностью графика зависимости (0.2) является наличие, начиная с некоторого значения $\omega \approx 0.002$,

[1] К такой же зависимости позднее пришли Э. А. Авакян [3] и Р. И. Медведский [4].

горизонтального участка на переходной линии, соединяющей параллельные наклонные прямые. Длина этого участка увеличивается с уменьшением ω. Поэтому, например, Р. И. Медведским [4] на основе анализа теоретической зависимости (0.3) в более явной форме сделан вывод о временной стабилизации начального участка практической кривой восстановления давления трещинно-пористого пласта. Однако очевидно, что такая форма начального участка обусловлена принятым видом функции перетока. При выводе исходных для (0.2) и (0.3) дифференциальных уравнений (0.1) предполагалось, что величина перетока жидкости пропорциональна разности давлений в двух средах: трещинной и пористой [1]. Поэтому интересно оценить, в какой мере это допущение соответствует действительности применительно к восстановлению давления.

Очевидно, что функция перетока определяется геометрической формой блока и отношением поверхности блока к его объему. Известно [6], что чем больше отношение поверхности тела к его объему, тем быстрее при прочих равных условиях происходит его охлаждение или нагревание. Надо полагать, что аналогичные явления, но относительно давления, будут осуществляться и для пористых тел, насыщенных жидкостью. По сравнению с телами других форм (при равенстве характерных линейных размеров) шар имеет наибольшее отношение поверхности к объему, а неограниченная пластина — наименьшее. Следовательно, пласты, в которых функции перетока соответствуют этим двум формам тел, будут иметь кривые восстановления давления с начальными участками, положения которых будут предельными для пластов с блоками любой формы.



Фиг. 1

В подтверждение сказанного рассмотрим две задачи о восстановлении давления в скважине. В первой задаче будем считать, что функция перетока соответствует неограниченным пористым пластинам, а во второй предполагается, что приток жидкости в блоки происходит так, как если бы они имели форму шара.

1. Рассмотрим первую задачу. В общем виде уравнение неустановившейся осесимметричной фильтрации жидкости в трещинно-пористой среде

$$\frac{k_1}{\mu}\left(\frac{\partial^2 p_1}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial p_1}{\partial r}\right)=\beta_1^*\frac{\partial p_1}{\partial t}+q$$

где q — величина перетока жидкости из трещин в блоки.

Подставляя величину перетока $q=\beta_2^*\,\partial p_2^\circ/\partial t$, где p_2° — среднее давление в пластине по оси z на расстоянии от оси скважины, получим

$$\frac{k_1}{\mu}\left(\frac{\partial^2 p_1}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial p_1}{\partial r}\right)-\beta_1^*\frac{\partial p_1}{\partial t}-\beta_2^*\frac{\partial p_2^\circ}{\partial t}=0 \qquad (1.1)$$

Ось z имеет начало в середине пластины и перпендикулярна к ее поверхности.

[1] На трудность оценки этого допущения указывалось в работе И. А. Волкова [5].

Считая, что скважина до остановки работала на стационарном режиме с дебитом q_0, выразим давления p_1 и p_2° через

$$u_1(r, t) = p_1(r, t) - p_0(r), \quad u_2^\circ(r, t) = p_2^\circ(r, t) - p_0(r)$$

где $p_0(r)$ — стационарное распределение давления до остановки скважины. Тогда вместо (1.1) имеем

$$\frac{\partial^2 u_1}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial u_1}{\partial r} - \frac{1}{\varkappa}\left(\frac{\beta_1^*}{\beta_2^*}\frac{\partial u_1}{\partial t} + \frac{\partial u_2^\circ}{\partial t}\right), \quad \varkappa = \frac{k_1}{\mu\beta_2^*} \tag{1.2}$$

Для восстановления давления в скважине при пренебрежении радиальной фильтрацией жидкости в пластинах начальные и граничные условия будут

$$u_1(r, t)\big|_{r=0} = 0, \quad u_2^\circ(r, t)\big|_{t=0} = 0 \tag{1.3}$$
$$u_1(r, t)\big|_{r\to\infty} = 0, \quad r\frac{\partial u_1(r, t)}{\partial r}\bigg|_{r=r_c} = -\frac{q_0\mu}{2\pi k_1 h}$$

Применив преобразование Лапласа по переменной t к (1.2), (1.3), получим

$$U_1'' + \frac{1}{r}U_1' - \frac{s}{\varkappa}\left(\frac{\beta_1^*}{\beta_2^*}U_1 + U_2^\circ\right) = 0 \tag{1.4}$$

$$U_1(r, s)\big|_{r\to\infty} = 0, \quad rU_1'(r, s)\big|_{r=r_c} = -\frac{1}{s}\frac{q_0\mu}{2\pi k_1 h} \tag{1.5}$$

Найдем U_2°. Для этого решим одномерное уравнение пьезопроводности для притока жидкости в неограниченную пористую среду (пластину). При этом будем считать, что направление скорости фильтрации жидкости в пластину перпендикулярно к ее поверхности.

Итак, имеем

$$\frac{\partial^2 u_2}{\partial z^2} - \frac{1}{\varkappa_2}\frac{\partial u_2}{\partial t} = 0, \quad \varkappa_2 = \frac{k_2}{\mu\beta_2^*} \tag{1.6}$$

при следующих начальном и граничном условиях:

$$u_2(z, r, t)\big|_{t=0} = 0$$
$$u_2(z, r, t)\big|_{z=R} = u_1(r, t), \quad \frac{\partial u_2(z, r, t)}{\partial z}\bigg|_{z=0} = 0 \tag{1.7}$$

Здесь R — половина толщины пластины — характерный линейный размер; k_2 — коэффициент проницаемости пористой среды.

Применив преобразование Лапласа по переменной t к (1.6), (1.7), найдем [7]

$$U_2 = U_1 \operatorname{ch}\sqrt{\frac{s}{\varkappa_2}}z / \operatorname{ch}\delta, \quad \delta = R\sqrt{\frac{s}{\varkappa_2}}$$

Отсюда

$$U_2^\circ = \frac{1}{R}\int_0^R U_2\,dz = U_1 \operatorname{th}\delta / \delta \tag{1.8}$$

Уравнение (1.4) с учетом (1.8) запишется

$$U_1'' + \frac{1}{r}U_1' - \frac{s}{\varkappa}\left(\frac{\beta_1^*}{\beta_2^*} + \frac{\operatorname{th}\delta}{\delta}\right)U_1 = 0 \tag{1.9}$$

Очевидно, решением (1.9), удовлетворяющим граничным условиям (1.5), является

$$U_1 = \frac{q_0\mu}{2\pi k_1 h}\frac{K_0(\sqrt{\xi(s)}r)}{s\sqrt{\xi(s)}r_c K_1(\sqrt{\xi(s)}r_c)}, \quad \xi(s) = \frac{s}{\varkappa}\left(\frac{\beta_1^*}{\beta_2^*} + \frac{\operatorname{th}\delta}{\delta}\right) \quad (1.10)$$

Приближенно (для $\sqrt{\xi(s)}\, rc < 0.01$), заменяя модифицированные функции Бесселя второго рода нулевого и первого порядков их асимптотическими выражениями для малого аргумента, получим для скважины ($r = r_c$)

$$U_1(r_c, s) = \frac{q_0\mu}{2\pi k_1 h}\frac{1}{s}\left(-\ln\frac{\gamma r_c}{2}\sqrt{\xi(s)}\right) \quad (\gamma = 1.781\ldots)$$

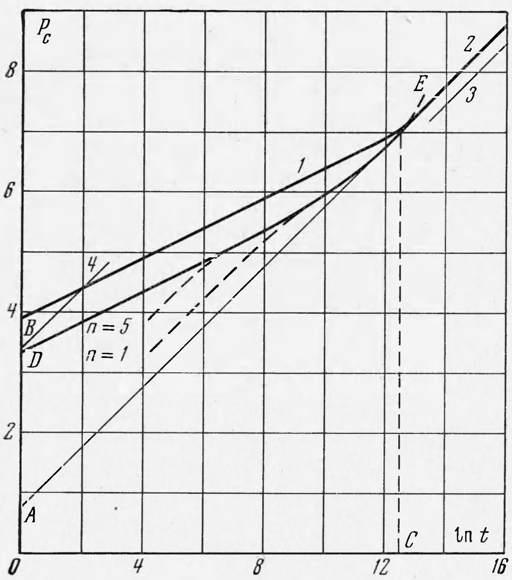
Рассмотрим случай, когда величиной β_1^* можно пренебречь. Тогда после несложных преобразований

$$U_1(r_c, s) = \frac{q_0\mu}{2\pi k_1 h}\left\{\frac{1}{s}\ln\frac{4\varkappa R}{\gamma^2\sqrt{\varkappa_2}rc^2} - \frac{1}{2}\frac{\ln s}{s} + \right.$$

$$\left. + 2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2n-1}\frac{\exp[-2(2n-1)\delta]}{s}\right\}$$

Перейдя к оригиналу и введя давление P_c, получим

$$P_c - \frac{1}{2}\left[\ln\frac{4\varkappa t}{\gamma r_c^2} - \ln\sqrt{\gamma F_0} + 2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2n-1}\operatorname{erfc}\frac{2n-1}{\sqrt{F_0}}\right] \quad (F_0 = \varkappa_2 t/R^2) \quad (1.11)$$



Фиг. 2

График зависимости (1.11) показан на фиг. 2 (сплошная линия). График этот построен по следующим исходным данным: $R = 1$ *м*, $r_c = 0.1$ *м*, $\varkappa = 2\cdot10^{-2}$ *м²/сек*, $\varkappa_2 = 2\cdot10^{-6}$ *м²/сек*.

На построенном графике резко выделяются два участка *1* и *2*. Участок *1* описывается зависимостью

$$P_c = \frac{1}{2}\left(\ln\frac{4\varkappa t}{\gamma r_c^2} - \ln\sqrt{\gamma F_0}\right) \quad (1.12)$$

так как при достаточно малых значениях F_0 сумма

$$2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2n-1}\operatorname{erfc}\frac{2n-1}{\sqrt{F_0}} \quad (1.13)$$

в силу свойств функции erfc ζ для больших значений аргумента ζ стремится к нулю.

Участок *2* описывается зависимостью

$$P_c = \frac{1}{2}\ln\frac{4\varkappa t}{\gamma r_c^2} \quad (1.14)$$

так как, начиная с достаточно больших значений F_0, сумма (1.13) уже не будет равна нулю и, как показывают расчеты, быстро стремится к $\ln\sqrt{\gamma F_0}$.

Как видно из (1.12) и (1.14), участок *1* имеет наклон, в два раза меньший наклона участка *2*, и соответствует такой работе пласта, когда блоки (пластины) еще ведут себя как полуограниченные тела. Отрезки на оси ординат

$$OA = \frac{1}{2} \ln \frac{4\varkappa}{\gamma r_c^2}, \quad AB = \frac{1}{4} \ln \frac{R}{\sqrt{\gamma\varkappa_2}}$$

Абсцисса точки пересечения продолжений участков *1* и *2* равна $4AB$. Время запаздывания восстановления давления τ_3, определенное по методу, предложенному в работе [4], приобретает для рассматриваемой модели пласта следующий смысл: $\tau_3 = R^2/\varkappa_2$. С учетом этого равенства зависимость (1.11) на фиг. 1 изобразится пунктирной линией.

Заметим, что вместо (1.11) для P_c можно получить следующее выражение:

$$P_c = \frac{1}{2}\left\{\ln \frac{4\varkappa t}{\gamma r_c^2} + \sum_{n=1}^{\infty} E_i(-n^2\pi^2F_0) - \sum_{n=1}^{\infty} E_i\left[-\left(\frac{2n-1}{2}\right)^2 \pi^2 F_0\right]\right\}$$

если $\operatorname{th} \delta$ представить в виде отношения бесконечных произведений [8].

Рассмотрим случай, когда $\beta_1^* \neq 0$.

Для малых значений комплекса δ, что соответствует большим F_0, уравнение (1.9) запишется так:

$$U_1'' + \frac{1}{r} U' - \frac{s}{\varkappa}\left(\frac{\beta_1^*}{\beta_2^*} + 1\right) U_1 = 0$$

а его решение будет

$$P_c = \frac{1}{2} \ln \frac{4k_1 t}{\gamma\mu(\beta_1^* + \beta_2^*) r_c^2} \tag{1.15}$$

Графически оно изобразится прямой линией *3* (фиг. 2), проходящей несколько ниже линии *2* и совпадающей с ней при $\beta_1^* \to 0$.

Для больших значений δ, когда $\operatorname{th} \delta/\delta$ становится пренебрежимо малым по сравнению с β_1^*/β_2^*, из (1.9) получим

$$U_1'' + \frac{1}{r} U_1' - \frac{s}{\varkappa_1} U_1 = 0, \quad \varkappa_1 = \frac{k_1}{\mu\beta_1^*}$$

и решение будет

$$P_c = \frac{1}{2} \ln \frac{4\varkappa_1 t}{\gamma 4_c^2} \tag{1.16}$$

На фиг. 2 оно изобразится линией *4*. Расстояние по ординате между линиями *4* и *3* определится разностью (1.16) и (1.15) $\Delta P_c = -\ln\sqrt{\omega}$, т. е. ω определяется тем же выражением, что и в работе [1]. Это говорит о том, что при $\beta_1^* \neq 0$ независимо от вида функции перетока на графике кривой восстановления давления должны наблюдаться две параллельные линии, смещенные одна относительно другой на $-\ln\sqrt{\omega}$.

2. Рассмотрим задачу о восстановлении давления в скважине, когда блоки имеют форму шара. Здесь также необходимо получить решение уравнения пьезопроводности

$$\frac{\partial^2 u_2}{\partial\rho^2} + \frac{2}{\rho}\frac{\partial u_2}{\partial\rho} - \frac{1}{\varkappa}\frac{\partial u_2}{\partial t} = 0 \tag{2.1}$$

при следующих начальном и граничном условиях:

$$u_2(\rho, r, t)|_{t=0} = 0$$
$$u_2(\rho, r, t)|_{\rho=R} = u_1(r, t), \quad \left.\frac{\partial u_2(\rho, r, t)}{\partial\rho}\right|_{\rho=0} = 0 \tag{2.2}$$

где ρ — текущая координата, R — радиус шара — характерный линейный размер.

Проделав преобразования, получим

$$U_2^\circ = U_1 3 \left(\frac{\operatorname{cth}\delta}{\delta} - \frac{1}{\delta}\right) = U_1 \Phi(s)$$

Далее, аналогично предыдущему имеем

$$U_1(r_c, s) = \frac{q_0\mu}{2\pi k_1 h} \frac{1}{s}\left(-\ln\frac{\gamma r_c}{2}\sqrt{\frac{s}{\varkappa}\Phi(s)}\right) \qquad (2.3)$$

Преобразовывая (2.3), получим

$$U_1(r_c, s) = \frac{q_0\mu}{4\pi k_1 h}\left[\frac{1}{s}\ln\frac{4\varkappa R}{3\gamma^2\sqrt{\varkappa_2 r_c^2}} - \frac{1}{2}\frac{\ln s}{s} + \right.$$
$$\left. + \frac{1}{s}\ln\operatorname{th}\delta - \frac{1}{s}\ln\left(1 - \frac{\operatorname{th}\delta}{\delta}\right)\right] \qquad (2.4)$$

Для больших значений δ можно принять $\operatorname{th}\delta \approx 1$. Тогда, разлагая последнее слагаемое в ряд, получим

$$U_1(r_c, s) = \frac{q_0\mu}{4\pi k_1 h}\left[\frac{1}{s}\ln\frac{4\varkappa R}{3\gamma^2\sqrt{\varkappa_2 r_c^2}} - \frac{1}{2}\frac{\ln s}{s} + \frac{1}{s}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n\delta^n}\right] \qquad (2.5)$$

Перейдя в (2.5) к оригиналу, получим для малых F_0

$$P_c \approx \frac{1}{2}\left[\ln\frac{4\varkappa t}{\gamma r_0^2} - \ln\sqrt{\gamma F_0} - \ln 3 + \frac{1}{\sqrt{\pi}}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{(2n-1)(2n-1)!!} \times \right.$$
$$\left. \times F_0^{(2n-1)/2} + \frac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}F_0^n\right]$$

или, ограничившись первыми слагаемыми рядов

$$P_c \approx \frac{1}{2}\left[\ln\frac{4\varkappa t}{\gamma r_c^2} - \ln\sqrt{\gamma F_0} - \ln 3 + \frac{2}{\sqrt{\pi}}\sqrt{F_0} + \frac{1}{2}F_0 + \frac{4}{9\sqrt{\pi}}\sqrt{F_0^3}\right] \qquad (2.6)$$

Из последнего выражения следует, что в рассматриваемом случае, наклон участка *1* больше наклона такого же участка для пласта с функцией перетока, соответствующей блокам в виде неограниченных пластин.

График зависимости (2.6), построенный по таким же исходным данным, что и в предыдущей задаче показан на фиг. 2 (линия DE).

Для малых значений δ получить оригинал (2.3) затруднительно. Поэтому представим $\Phi(s)$ в виде ряда [8]

$$\Phi(s) = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{6}{\delta + n^2\pi^2} \qquad (2.7)$$

или

$$\Phi(s) = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{6}{\delta + n^2\pi^2} + 1 - \sum_{n=1}^{\infty}\frac{6}{n^2\pi^2} \qquad (2.8)$$

поскольку дальше [1] это выражение для $\Phi(s)$ будет использовано для небольших n. Последнее выражение можно получить из соотношения [9]

$$\frac{1}{s}\Phi(s) = 1 - \sum_{n=1}^{\infty}\frac{6}{n^2\pi^2}\exp(-n^2\pi^2F_0)$$

используя правило операционного исчисления $f'(t) = sF(s) - f(0)$.

Таким образом, (2.3) запишется так:

$$U_1(r_c, s) = \frac{q_0\mu}{2\pi k_1 h}\,\frac{1}{s}\left[-\ln\frac{\gamma r_c}{2}\sqrt{\frac{s}{\varkappa}\left(\sum_{n=1}^{\infty}\frac{6}{\delta+n^2\pi^2} + 1 - \sum_{n=1}^{\infty}\frac{6}{n^2\pi^2}\right)}\right] \tag{2.9}$$

Ограничиваясь в (2.9) числом слагаемых в суммах: $n = 1$, $n = 2$, $n = 3$, $n = 4$, $n = 5$ и т. д., и находя последовательно оригиналы $U_1(r_c, s)$, можно построить кривую восстановления давления для малых значений δ (фиг. 2).

Так, при $n = 1$

$$P_c \approx \frac{1}{2}\left[\ln\frac{4\varkappa t}{\gamma r_c^2} - E_i(-\pi^2F_0) + E_i(-2.5506\pi^2F_0)\right]$$

для $n = 5$

$$\begin{aligned}P_c \approx \frac{1}{2}\Big[\ln\frac{4\varkappa t}{\gamma r_c^2} &- E_i(-\pi^2F_0) - E_i(-4\pi^2F_0) - E_i(-9\pi^2F_0) - \\ &- E_i(-16\pi^2F_0) - E_i(-25\pi^2F_0) + E_i(-2.0492\pi^2F_0) + \\ &+ E_i(-6.0805\pi^2F_0) + E_i(-12.2058\pi^2F_0) + \\ &+ E_i(-20.6557\pi^2F_0) + E_i(-41.5842\pi^2F_0)\Big]\end{aligned}$$

Расчеты показывают, что уже при $n = 1$ кривая, полученная таким способом, имеет общую часть с кривой, описываемой формулой (2.6). При увеличении n область совпадения этих кривых увеличивается (фиг. 2). Это значит, что кривую восстановления давления можно построить и для малых значений F_0 (больших δ), но при этом возникают большие трудности при расчетах.

Из графика восстановления давления (кривая DE на фиг. 2) видно, что в рассматриваемом случае начальный участок расположен ниже такого же участка для пласта с функцией перетока, соответствующей блокам — неограниченным пластинам. Объясняется это большей интенсивностью притока жидкости в блоки при функции перетока, соответствующей шаровой форме блока, что обусловливает поступление по трещинам к скважине меньшего количества жидкости.

Разность ординат начальных участков возрастает в направлении уменьшения времени остановки и стремится к $\ln 3$ при малых $\varkappa_2/R^2$. Иначе говоря, наклоны начальных участков для малых $\varkappa_2/R^2$, несмотря на различные функции перетока, практически одинаковы в начале восстановления давления и только затем, с ростом времени остановки, наклон участка, соответствующего шаровым блокам, начинает возрастать, что объясняется радиальностью фильтрации жидкости в шаровые блоки.

[1] При $n \to \infty \left(1 - \sum_{n=1}^{n}\frac{6}{n^2\pi^2}\right) \to 0$.

Если взять в качестве модели блока полуограниченное тело, то кривая восстановления давления в скважине будет иметь тот же наклон, что и начальный участок кривой восстановления давления для пласта с блоками в виде неограниченных пластин [1]. Следовательно, переток жидкости в блоки — пластины вначале осуществляется так же, как в полуограниченные тела. Подобный переток наблюдается до тех пор, пока не начинает сказываться ограниченность пластины по толщине. Этому как раз и соответствует окончание начального участка *1* на графике восстановления давления (фиг. 2).

Из совмещенных графиков восстановления давления и из описывающих их формул следует, что при $\beta_1^* = 0$ наклоны начальных участков в начале восстановления давления для пластов с блоками любой формы достаточно больших размеров, причем не обязательно одинаковой формы и размеров, будут одни и те же, равные половине наклона асимптотического при большом t участка кривой восстановления давления, и будут соответствовать работе блоков как полуограниченных тел.

Следует обратить внимание на то, что наклон начального участка для пласта с функцией перетока, соответствующей шаровым блокам, на всем его протяжении больше наклона начального участка для пласта с функцией перетока, соответствующей блокам — неограниченным пластинам. Для пласта с реальными блоками, поскольку они имеют различные размеры, эта особенность должна проявиться еще резче. Поэтому начальный участок (и переходный при $\beta_1^* \neq 0$) кривой восстановления давления не может быть горизонтальным, как это следует из [1], а лишь в пределе может достигнуть половины асимптотического, при больших t, наклона (пунктирная линия на фиг. 1). Кривая восстановления давления с горизонтальным участком не имеет физического смысла (жидкость притекает к скважине, а давление не восстанавливается).

Начальный участок для пласта с функцией перетока, соответствующей геометрически правильному телу другой формы, например кубу, будет лежать (при равенстве характерных линейных размеров) между начальными участками для пластины и шара.

3. В статье Г. И. Баренблатта, Ю. П. Желтова и Н. Н. Кочиной [10] показано, что между временем запаздывания перераспределения давления τ_3 и параметром $\alpha \sim k_2\sigma^2$ существует следующая связь:

$$\tau_3 = \frac{\eta}{\varkappa} = \frac{k_1}{\alpha\varkappa} \sim \frac{1}{\sigma^2\varkappa_2}$$

Поскольку удельная поверхность трещин $\sigma^2 \sim 1 / l^2$, то

$$\tau_3 \sim l^2 / \varkappa_2 \tag{3.1}$$

Соотношение (3.1), полученное на основе теории размерностей, не позволяет определить характерный линейный размер по известному τ_3. Более того, даже не существует оценок, указывающих на возможные границы размеров блоков, соответствующих конкретному значению τ_3. Между тем такие оценки можно установить, исходя из полученных выше результатов. Так, для пласта с функцией перетока, соответствующей блокам — неограниченным пластинам, соотношение (3.1) сразу же переходит в равенство

$$\tau_3 = R^2 / \varkappa_2$$

Для пласта с функцией перетока, соответствующей шаровым блокам, такое же значение τ_3, определенное согласно [4], равно $R^2 / 9\varkappa_2$ (т. е. одному и тому же значению τ_3 будет соответствовать либо половина толщины пластины, либо $1/3$ радиуса шара). В общем виде эту зависимость можно представить так:

$$\sqrt{\tau_3\varkappa_2} = Rv \tag{3.2}$$

[1] Что это действительно так, легко показать, пользуясь тем же способом сочетания уравнений в операционном виде.

где Rv — обобщенный размер тела, который для неограниченной пластины равен R, для бесконечного цилиндра — $^1/_2$ R и для шара — $^1/_3$ R [6].

Таким образом, по значению τ_3 можно найти лишь обобщенный размер блока.

Пользуясь представлением об обобщенном размере блока, оценим величину возможной ошибки при определении характерного линейного размера блока по известному τ_3.

Допустим, что функция перетока соответствует шаровым блокам, а при определении характерного линейного размера блоков считали функцию перетока соответствующей блокам — неограниченным пластинам. Тогда, очевидно, найденное значение l будет меньше действительного в 3 раза. И наоборот, если принять за исходную функцию перетока, соответствующую блокам — неограниченным пластинам, то найденное значение l будет больше действительного в 3 раза. Иначе говоря, максимальные ошибки при определении характерного линейного размера блоков по времени запаздывания восстановления давления могут лежать лишь в указанных пределах. В действительности, при определении характерного линейного размера блоков реального пласта, приведенного, например, к пласту с блоками — неограниченными пластинами, ошибка будет меньше.

Оценим теперь возможное время появления на кривой восстановления давления характерного участка, необходимого для определения τ_3. Используем для этого данные по нижнемеловой залежи Карабулак — Ачалуки. Значение проницаемости породы блоков для этой залежи колеблется от $0.1\cdot10^{-12}$ до $0.001\cdot10^{-12}$ $м^2$, пористость породы блоков в среднем составляет 13%, вязкость нефти $0.26\cdot10^{-3}$ $нсек/м^2$, значение коэффициента сжимаемости жидкости $25.2\cdot10^{-2}$ $м^2/н$. Пьезопроводность блоков, приближенно подсчитанная по этим данным, равна $\varkappa_2 = 1.2 \div 1.2\cdot10^{-2}$ $м^2/сек$.

Положим, что пласт сложен неограниченными пористыми пластинами. Тогда при среднем значении размеров блоков, равном 0.3 $м$ ($R = 0.15$ $м$), время запаздывания восстановления давления $\tau_3 = 2 \div 2\cdot10^{-2}$ $сек$. Поэтому практически получить кривую восстановления давления с начальным участком невозможно.

Однако при среднем значении размеров блоков, равном 6 $м$ ($R = 3$ $м$), $\tau_3 = 7.5 \div \div 750$ $сек$.

При таком условии уже можно получить кривую восстановления давления с начальным участком.

Следует отметить, что несколько другим способом аналогичный результат получен В. П. Степановым.

Авторы благодарят В. П. Степанова за обсуждение статьи и высказанные пожелания.

Поступила 29 IV 1971

ЛИТЕРАТУРА

1. Warren J. E., Root P. J. The behavior of naturally fractured reservoirs. Soc. Petrol. Engrs. J., 1963, vol. 3, No. 3.
2. Баренблатт Г. И., Желтов Ю. П. Об основных уравнениях фильтрации однородных жидкостей в трещиноватых породах. Докл. АН СССР, 1960.
3. Авакян Э. А. Осесимметричные задачи неустановившейся фильтрации в трещиновато-пористых пластах. Тр. Всес. нефтегаз. научн.-исслед. ин-та, 1967, вып. 50.
4. Медведский Р. И. Об изменении давления в остановленной скважине пористо-трещиноватого коллектора. Научн.-техн. сб. по добыче нефти Всес. нефтегаз. научн.-исслед. ин-та, 1968, вып. 34.
5. Волков И. А. К вопросу об упругом режиме фильтрации в трещиновато-пористой среде. В сб. «Исследования по математической и экспериментальной физике и механике», Л., Ленингр. инж.-строит. ин-т, 1965.
6. Исаченко В. П., Осипова В. А., Сукомел А. С. Теплопередача. М., «Энергия», 1969, стр. 95.
7. Лыков А. В. Теория теплопроводности. М., «Высшая школа», 1967, стр. 88—96, 113.
8. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления, т. 2. М., Физматгиз, 1962, стр. 300, 476.
9. Диткин В. А., Прудников А. П. Справочник по операционному исчислению. М., «Высшая школа», 1965, стр. 26.
10. Баренблатт Г. И., Желтов Ю. П., Кочина И. Н. Об основных представлениях теории фильтрации однородных жидкостей в трещиноватых породах. ПММ, 1960, т. 24, вып. 5.