

## ЛИТЕРАТУРА

1. Соловьев А. Н., Макарова О. П., Кирьяненко А. А. Экспериментальное исследование поверхностного натяжения расплавленных щелочных металлов. В сб.: «Исследования теплофизических свойств веществ», Новосибирск, «Наука», 1967.
2. Бадлькес И. С. Рабочие вещества и процессы холодильных машин. М., Госторгиздат, 1962.
3. Laipе P. Prüfung von Kältemaschinenteilen auf Dichtheit. Kältetechnik, 1953, В. 5, Н. 6, S. 173.
4. Stei nle H. Über die Oberflächenspannung von Kältemitteln, Kältemaschinenölen und Deren Gemischen. Kältetechnik, 1960, В. 12, Н. 11, S. 334—339.
5. P l a n k R. Die Oberflächenspannung der Freone. Kältetechnik, 1954, В. 6, Н. 3, S. 58.
6. В у к а л о в и ч М. П., Н о в и к о в И. И. Техническая термодинамика. М. — Л., Госэнергоиздат, 1952.

### О ВЗАИМОДЕЙСТВИИ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН С ГОРЯЩЕЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ ТВЕРДЫХ ТОПЛИВ ПРИ ПОВЫШЕННЫХ ЧАСТОТАХ

В. П. Волков, Ю. И. Медведев

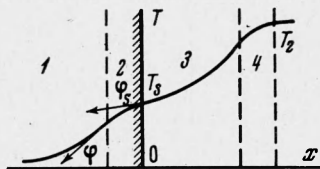
(Томск)

В рамках линейной теории акустической неустойчивости конденсированных систем исследуется взаимодействие волн давления с горячей поверхностью. Характер этого взаимодействия описывается акустической проводимостью зоны горения.

При решении задачи об акустической проводимости приходится существенно упрощать модель зоны горения, по возможности учитывая лишь наиболее характерные особенности механизма горения [1-5]. В одной из последних работ [5] получена формула для акустической проводимости горячей поверхности с учетом экзотермической химической реакции в конденсированной фазе (*k*-фаза), причем, в отличие от работ [1,2], здесь принято условие постоянства тепловыделения в зонах реакции в нестационарных условиях. Анализ ограничен частотами возмущений порядка  $10^4$  гц, когда можно не учитывать инерционность теплового слоя в газовой фазе зоны горения.

Ниже анализ, развитый в [5], применяется для более высоких частот, когда становятся существенными нестационарные процессы в тепловом слое газовой фазы. Считается, что в интервале частот до  $10^5$  гц размеры зоны горения в газе много меньше длины акустической волны и величина давления в пределах зоны горения есть функция только времени.

1. Модель зоны горения и математические соотношения. Задача рассматривается в одномерной постановке для полубесконечной области. Модель зоны горения представлена на фиг. 1. Здесь 1 — тепловой слой в *k*-фазе, где химические реакции отсутствуют; 2 — зона химических реакций в *k*-фазе; 3 — зона подогрева в газовой фазе, где химическими реакциями можно пренебречь; 4 — реакционная зона в газе; 5 — продукты сгорания топлива.



Фиг. 1

Анализ характеристических времен для различных зон [1,3] показывает, что при частотах порядка  $10^5$  гц термодинамические параметры и скорость горения в зонах 2 и 4 успевают следить за изменением давления, а нестационарные процессы будут зависеть от времени параметрически через граничные условия. В зонах 1 и 3 необходимо использовать нестационарные уравнения переноса тепла и вещества.

Как и в [5], будем считать, что химические реакции в газовой и *k*-фазе протекают в узком интервале температур вблизи температуры поверхности  $T_s$  и изобарической температуры пламени  $T_2$ , а величины тепловыделения в реакционных зонах постоянны и равны соответственно  $Q_1$  и  $Q_2$ .

Получим уравнения, связывающие линейные возмущения термодинамических параметров с возмущениями скорости горения в областях 1—4.

а) Зона прогрева в *k*-фазе. Зона 1 наиболее инерционна, и процессы распространения тепла описываются здесь нестационарным уравнением теплопроводности без тепловых источников. Если давление *p* и скорость горения *u* испытывают малые гар-

монические возмущения с частотой  $\omega$ , то, решая уравнение для амплитуды возмущений температуры  $\delta T$  при граничных условиях

$$x = -\infty, \delta T = 0; x = 0, \delta T = \delta T_s$$

найдем, что

$$\delta T(x) = \left( \delta T_s - i \frac{\Phi}{\omega} \delta u_1 \right) \exp\left(\frac{u_1 \beta_1}{2\kappa_1} x\right) + i \frac{\Phi}{\omega} \delta u_1 \exp\left(\frac{u_1}{\kappa} x\right) \quad (1.1)$$

Здесь  $\kappa_1$  — коэффициент температуропроводности  $\kappa$ -фазы

$$\beta_{1,2} = 1 \pm \sqrt{1 + 4i\Omega}, \quad \Omega = \frac{\kappa_1 \omega}{u_1^2}, \quad \Phi = \frac{u_1}{\kappa_1} (T_s - T_0)$$

Дифференцируя (1.1) и полагая  $x = 0$ , получаем связь между амплитудами возмущений массовой скорости горения  $\delta m_1 = \rho_1 \delta u_1$ , температуры и ее градиента на правой границе теплового слоя в  $\kappa$ -фазе

$$\frac{\delta \Phi}{\Phi} = \frac{\beta_1}{2} \frac{\delta T_s}{T_s - T_0} + i \frac{\beta_2}{2\Omega} \frac{\delta m_1}{m} \quad (1.2)$$

Здесь  $m = \rho_1 u_1$  — стационарная массовая скорость горения,  $\rho_1 = \text{const}$  — плотность  $\kappa$ -фазы.

При выводе этого соотношения использовалось допущение о малой протяженности области 2 и малой разности температур на ее границах. Область 2 считается условно поверхностью, совпадающей с границей раздела топливо — газ ( $x = 0$ ).

б) *Реакционная зона  $\kappa$ -фазы.* В квазистационарном приближении уравнения для скорости фронта химической реакции нулевого порядка могут быть записаны в виде [6]

$$\lambda_1 (\Phi_s^2 - \Phi^2) = -2\rho_1 Q_1 \int_{T_0}^{T_s} \Phi_1(T) dT, \quad \lambda_1 (\Phi - \Phi_s) = m Q_1 \quad (1.3)$$

Здесь  $\Phi$  и  $\Phi_s$  — градиенты температуры на соответствующих границах реакционной зоны,  $\lambda_1$  — коэффициент теплопроводности,  $\Phi_1$  — скорость реакции.

Линеаризируя (1.3), приходим к равенству

$$(1 - \mu_1) \frac{\delta m_1}{m} - z_1 \frac{\delta T_s}{T_s - T_0} + \frac{\delta \Phi}{\Phi} = 0 \quad \left( \mu_1 = \frac{Q_1}{C_{p_1} (T_s - T_0)}, \quad z_1 = \frac{\lambda_1 \Phi_1 (T_s)}{m^2 C_{p_1}} \right) \quad (1.4)$$

где  $C_{p_1}$  — теплоемкость  $\kappa$ -фазы

в) *Зона прогрева в газе.* Соотношения, которые здесь будут получены, должны связать возмущения в зоне реакции  $\kappa$ -фазы и ее тепловом слое с возмущениями в реакционной зоне газовой фазы. Поэтому границы зон должны быть включены в рассмотрение.

Уравнение баланса тепла запишется в виде

$$m_1 C_{p_1} T_s - \lambda_1 \Phi = m_2 C_{p_2} T_2 - m_1 Q_1 - m_2 Q_2 - \Delta Q \quad (1.5)$$

где  $C_{p_2}$  — удельная теплоемкость газа. Величина  $\Delta Q$  характеризует количество тепла, обусловленное наличием времени запаздывания в зоне индукции. Из нестационарного уравнения теплопроводности, записанного для этой зоны, следует, что

$$\Delta Q = \int_0^{x_1'} C_{V_2} \frac{\partial}{\partial t} (\rho_2 T) dx$$

Здесь  $\rho_2$  — плотность газовой смеси,  $x_1'$  — ширина зоны индукции.

При помощи уравнения состояния  $p/\rho_2 = RT$ , считая, что  $p = p(t)$ , получим

$$\Delta Q = \frac{1}{\gamma - 1} \frac{\partial p}{\partial t} x_1' \quad (\gamma = C_p / C_v) \quad (1.6)$$

Линеаризируя (1.5) с учетом (1.6), получаем окончательно

$$\left( \frac{1}{\tau_1} + \mu_1 \right) \frac{\delta m_1}{m} - \left( \frac{1}{\tau_2} - \mu_2 \right) \frac{\delta m_2}{m} - \frac{\delta \Phi}{\Phi} + \frac{\delta T_s}{T_s - T_0} - \frac{1}{\tau_2} \frac{\delta T_2}{T_2} = i\Omega \chi \frac{\delta p}{p} \quad (1.7)$$

где

$$\tau_1 = \frac{T_s - T_0}{T_s}, \quad \tau_2 = \frac{C_{p_1} (T_s - T_0)}{C_{p_2} T_2}, \quad \mu_2 = \frac{Q_2}{C_{p_1} (T_s - T_0)}, \quad \chi = \frac{x_1' m p}{(\gamma - 1) \lambda_1 \rho_1 (T_s - T_0)}$$

Связь между возмущениями массовых скоростей горения найдется из решения нестационарного уравнения неразрывности в зоне прогрева

$$\frac{\partial m}{\partial x} = - \frac{\partial p}{\partial t} \quad (1.8)$$

Линеаризуя (1.8) и интегрируя в пределах от 0 до  $x_1'$ , получим

$$\delta m_1 - \delta m_2 = i\omega \frac{\delta p}{\gamma R} \int_0^{x_1'} \frac{dx}{T(x)} \quad (1.9)$$

Здесь  $T(x)$  — стационарное распределение температуры в зоне прогрева газовой фазы. Аналитическое выражение  $T(x)$  получается интегрированием стационарного уравнения теплопроводности в зоне 3 при граничных условиях

$$x = 0, T = T_s; \quad x = x_1', T = T_2$$

В результате получим

$$T(x) = T_s + \frac{T_2 - T_s}{\exp(mc_{p_2}x_1'/\lambda) - 1} \left[ \exp \frac{mc_{p_2}x}{\lambda_2} - 1 \right] \quad (1.10)$$

После подстановки (1.10) в (1.9) и несложных преобразований приходим к равенству

$$\frac{\delta m_1}{m} - \frac{\delta m_2}{m} = i\Omega\Theta \frac{\delta p}{p} \quad (1.11)$$

где

$$\Theta = \frac{mpc_1}{\rho_1\lambda_1c_{p_2}(\gamma - 1)} \left( x_1' - \frac{\lambda_2}{mc_{p_2}} \ln \frac{T_2}{T_s} \right) \left( T_s - \frac{T_2 - T_s}{\exp(mc_{p_2}x_1'/\lambda_2) - 1} \right)^{-1}$$

Для определения ширины зоны индукции  $x_1'$  воспользуемся стационарными уравнениями теплопроводности для конденсированной и газовой фазы. Интегрирование этих уравнений с учетом разрыва тепловых потоков на границах зоны 2 при допущении, что температура на правой границе зоны индукции мало отличается от температуры пламени  $T_2$ , позволяет выразить  $x_1'$  в виде

$$x_1' = \frac{\lambda_2}{mc_{p_2}} \ln \frac{c_{p_2}(T_2 - T_s) + [c_1(T_s - T_0) - Q_1] \lambda_2 / \lambda_1}{(\lambda_2 / \lambda_1 [c_1(T_s - T_0) - Q_1] \lambda_2 / \lambda_1)} \quad (1.12)$$

г) *Зона химических реакций в газе.* В этой зоне можно считать известной зависимость массовой скорости распространения фронта пламени от давления и температуры  $m = m(p, T_2)$ . Согласно формуле Я. Б. Зельдовича и Д. А. Франк-Каменецкого для малых возмущений будем иметь

$$\frac{\delta m_2}{m} = v \frac{\delta p}{p} + \frac{\varepsilon}{\tau_2} \frac{\delta T_2}{T_2} \quad v = \left( \frac{\partial \ln u}{\partial \ln p} \right)_{T_2}, \quad \varepsilon = \left( \frac{\partial \ln u}{\partial T_0} \right)_p (T_s - T_0) \quad (1.13)$$

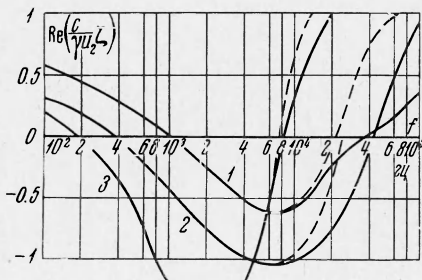
**2. Акустическая проводимость.** До частот порядка  $10^5$  гц длина акустической волны, по крайней мере, на порядок больше ширины зоны горения, так что в рассматриваемой задаче фронт химических реакций в газе можно считать совпадающим с поверхностью  $\kappa$ -фазы.

Акустическая проводимость такой поверхности, записанная в безразмерном виде, равна

$$\xi = - \rho c \frac{\partial u_2}{\delta p} \quad (2.1)$$

где  $\rho$  и  $c$  — соответственно плотность газа и скорость звука в нем.

При взаимодействии волны давления с горячей поверхностью наряду с падающей и отраженной волной возникает энтропийная волна, распространяющаяся со скоростью газового потока [4]. Можно показать, что с учетом инерционности зоны 3 и наличия энтропийной волны формула, связывающая возмущения скорости газа с воз-



Фиг. 2

мущениями термодинамических переменных на границе зоны горения, имеет вид

$$\frac{\delta u_2}{u} = \frac{\delta m_1}{m} + \frac{\delta T_2}{T_2} - (1 + i\Omega\theta) \frac{\delta p}{p} \quad (2.2)$$

Используя уравнения (1.2), (1.4), (1.7), (1.11), (1.13), выразим величины  $\delta m_1$  и  $\delta T_2$  через  $\delta p$ , затем, подставив найденные соотношения в уравнение (2.2), получим связь между  $\delta u_2$  и  $\delta p$  и определим акустическую проводимость в виде

$$\xi = \gamma \frac{u_2}{c} \left\{ 1 - \nu + \nu (\varepsilon + \tau_2) \frac{1 - z + \xi (2 - \mu_1)}{(1 - z)\varepsilon + \nu} + \right. \\ \left. + i\Omega (\varepsilon - \tau_2) \frac{\theta (1 - z) + \sigma + \varepsilon [\theta (2 - \mu_1) + \sigma]}{(1 - z)\varepsilon + \nu} \right\} \dots, \quad z = \frac{\sqrt{1 + 4i\Omega} - 1}{2i\Omega} \\ \sigma = \Theta \left( \frac{1}{\tau_2} - \mu_2 \right) - \xi \nu = \frac{(2 - \beta_1)(2\varepsilon - \varepsilon\mu_1 - 1)}{2(z_1 - 1)} - 1, \quad \xi = \frac{2 - \beta_1}{2(z_1 - 1)}$$

Усиление акустических волн при отражении от поверхности горения имеет место, если действительная часть (2.3) отрицательна. Разделяя (2.3) имеем

$$\operatorname{Re} \left( \xi \frac{c}{u_2 \gamma} \right) = \frac{-f_1(x) + 2Bbx(x^2 - 1)(x - x_1)}{f_2(x) + 2b^2x(x^2 - 1)(x - x_2)} - \frac{\varepsilon + \tau_2}{2} \frac{x(x^2 - 1)f_3(x)}{f_2(x) + 2b^2x(x^2 - 1)(x - x_2)} \quad (2.4)$$

где в соответствии с [5] введены обозначения

$$x = [0.5 + 0.5(1 + 16\Omega^2)^{1/2}]^{1/2}$$

$$x_1 = (z_1 - 1) [(2 - \mu_1)(2\varepsilon - \varepsilon\nu + \nu\tau_2) - 2(2 - \mu_1)(\varepsilon + \nu\tau_2)\varepsilon - (1 - \nu)(2 - \varepsilon) + \\ + \varepsilon + \nu\tau_2] [(2 - \mu_1)(\varepsilon + \nu\tau_2) - (1 - \nu)]^{-1} [1 - (2 - \mu_1)\varepsilon]^{-1}$$

$$x_2 = 2(\varepsilon - 1)(z_1 - 1) [(2 - \mu_1)\varepsilon - 1]^{-1}$$

$$f_1(x) = a_1x^2 + b_1x + c_1, \quad f_2(x) = (1 - \varepsilon)x^2 + (1 - \varepsilon^2)x + 2\varepsilon, \quad f_3(x) = a_3x^2 + b_3x + c_3$$

$$a_1 = (1 - \varepsilon)[\nu(\tau_2 + 1) - (1 - \varepsilon)], \quad a_3 = (1 - \mu_1)(\theta + \sigma\varepsilon)(z_1 - 1)^{-1}$$

$$b_1 = \nu(1 + \varepsilon\tau_2) - (1 - \varepsilon^2), \quad b_3 = (3 - \mu_1)(\theta + \sigma\varepsilon)(z_1 - 1)^{-1}$$

$$c_1 = \varepsilon(\nu - 2) - \nu\tau_2, \quad c_3 = 2(\theta + \sigma\varepsilon)$$

$$B = [(2 - \mu_1)(\varepsilon + \nu\tau_2) - (1 - \nu)] [2(z_1 - 1)]^{-1}, \quad b = [\varepsilon(2 - \mu_1) - 1] [2(z_1 - 1)]^{-1}$$

Если не учитывается инерционность зоны индукции, формула для акустической проводимости будет содержать только первое слагаемое, в точности совпадающее с приведенным в работе [5]. Второе слагаемое будет поправкой на инерционность газовой фазы и начинает существенно сказываться только при частотах, больших  $10^4$  гц. Это хорошо можно видеть на фиг. 2, где представлены величины акустической проводимости в зависимости от частоты  $f$  гц в виде кривых 1 {0.5, 0.9}, 2 {0.7, 0.9}, 3 {0.5, 1.1}; здесь в скобках указаны комбинации значений параметров  $\varepsilon$  (первое число) и  $\nu$  (второе число); пунктирной линией показаны расчеты по формуле (2.4) без учета второго слагаемого. Видно, что поправка на инерционность расширяет область акустической неустойчивости при повышенных частотах.

Поступила 13 VIII 1968

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Мак-Клур Ф. Т., Харт Р. В., Берд Дж. Ф. Ракетные двигатели твердого топлива как источники акустических колебаний. В сб.: «Исследование ракетных двигателей на твердом топливе», М., Изд-во иностр. лит., 1963.
2. Чен Синь И. Неустойчивость процесса горения, вызванная высокочастотными колебаниями в ракетах, работающих на твердом топливе. Вопросы ракетной техники, 1954, № 6.
3. Новиков С. С., Рязанцев Ю. С. Об акустической проводимости горячей поверхности конденсированных систем. ПМТФ, 1964, № 6.
4. Новиков С. С., Рязанцев Ю. С. Взаимодействие слабых волн давления с фронтом пламени. Докл. АН СССР, 1961, т. 137, № 6.
5. Новиков С. С., Рязанцев Ю. С. О взаимодействии акустических волн с горячей поверхностью конденсированных систем. ПМТФ, 1966, № 2.
6. Новиков С. С., Рязанцев Ю. С. К теории стационарной скорости распространения фронта экзотермической реакции в конденсированной фазе. ПМТФ, 1965, № 3.