

УДК 532.526:533.6.011.55

БЕГУЩИЕ И СТАЦИОНАРНЫЕ ВОЛНЫ В СВЕРХЗВУКОВОЙ СТРУЕ, ИХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ В ЛИНЕЙНОМ И НЕЛИНЕЙНОМ ПРИБЛИЖЕНИЯХ

Н. М. Терехова

Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН,
630090 Новосибирск, Россия
E-mail: terekh@itam.nsc.ru

Исследовано влияние искривления траекторий движения газа на начальном участке сверхзвуковой неизобарической струи на характеристики нестационарных возмущений из класса неустойчивости Кельвина — Гельмгольца. Показано, что при наличии бочкообразной структуры на начальном участке возникают стационарные возмущения Тейлора — Гертлера в виде продольных структур (полосчатых образований). Исследования проведены для слоя смешения при числе Маха $M = 1,5$. Рассмотрена возможность усиления и подавления роста волн Кельвина — Гельмгольца стационарными волнами Тейлора — Гертлера. Нелинейная задача решена в рамках трехволновых резонансных взаимодействий в локально-параллельном приближении. Волной накачки является стационарная волна Тейлора — Гертлера. Показано, что на начальном участке может происходить как усиление, так и подавление бегущих волн малой амплитуды.

Ключевые слова: неизобарическая струя, слой смешения, неустойчивость Кельвина — Гельмгольца, неустойчивость Тейлора — Гертлера.

DOI: 10.15372/PMTF20200507

Введение. При исследовании различных сценариев перехода из ламинарных режимов в турбулентные в рамках теории устойчивости некоторое внимание уделяется типу перехода, связанному с наличием стационарных возмущений в устойчивой области. Интерес к изучению таких возмущений во многом определен работой [1], в которой обнаружены незначительные стационарные изменения продольной скорости. Установлено, что это может быть инициировано взаимодействием внешней турбулентности с пограничным слоем в устойчивой относительно малых возмущений области. Обзор работ по данной теме приведен в работах [2, 3], в которых отмечается, что форма профиля возмущений продольной скорости в нормальном к стенке направлении совпадает с профилем собственных двумерных возмущений.

Результаты более поздних исследований возбуждения продольных структур в дозвуковом пограничном слое с использованием численных методов хорошо коррелируют с экспериментальными данными. Подробная информация о теоретических работах, посвященных исследованию взаимодействия вихревых возмущений с дозвуковым пограничным слоем, содержится в [4], где показано, что при специально выбранных параметрах внешней завихренности результаты согласуются не только качественно, но и количественно.

Установлено, что в сверхзвуковом пограничном слое возбуждение стационарных возмущений продольной скорости аналогично их возбуждению в случае дозвукового пограничного слоя. Данные о влиянии продольных структур и их связи с вихревыми возмущениями приведены в работе [5], которая стимулировала данное исследование.

Интенсивные возмущения в пограничном слое могут быть обусловлены не только квазирезонансными взаимодействиями внешних возмущений с собственными волнами пограничного слоя. В сверхзвуковых течениях помимо таких продольных стационарных структур в пограничном слое могут наблюдаться собственные стационарные возмущения [6].

Представляет интерес исследование возможности усиления (замедления) роста бегущих вихревых волн Толлмина — Шлихтинга полосчатыми стационарными структурами, описываемыми собственной задачей устойчивости сверхзвукового пограничного слоя [5]. Поскольку параметры возмущений сверхзвукового пограничного слоя аналогичны параметрам полосчатых структур, возбужденных внешней турбулентностью, результаты воздействия собственных стационарных возмущений на волны Толлмина — Шлихтинга можно использовать для прогнозирования влияния внешней турбулентности на ламинарно-турбулентный переход в пограничном слое. Кроме того, эти данные могут использоваться для управления величиной амплитуды волн Толлмина — Шлихтинга и, следовательно, положением перехода.

В работах [7, 8] нелинейная задача решалась в рамках трехволнового резонансного взаимодействия в локально-параллельном приближении. Исследования проводились с использованием теории Крайка для трех волн. В пограничном слое, особенно при сверхзвуковых скоростях, волны, имеющие разные частоты, могут находиться в квазирезонансном взаимодействии с основной волной. Кроме того, в качестве основной волны (волны накачки) могут выступать низкочастотные возмущения. В [9] рассмотрен случай, когда волны накачки представляли собой волны с частотой, много меньшей частоты волн Толлмина — Шлихтинга, которые могли усиливаться низкочастотными возмущениями.

Настоящая работа развивает исследования влияния внешней и внутренней стационарности на динамику собственных гидродинамических возмущений в сверхзвуковом пограничном слое (слое смещения) свободного газодинамического объекта — затопленной струи.

В сверхзвуковой струе, истекающей из круглого сопла в нерасчетном режиме, когда давление в потоке газа на выходе отличается от давления в окружающем пространстве, давления выравниваются при прохождении газа через систему скачков, в результате чего на начальном участке образуется периодическая ячеистая структура с выпуклостями, обращенными в затопленное пространство. На теневых снимках таких струй отчетливо видны чередующиеся темные и светлые полосы, свидетельствующие о наличии азимутальных неоднородностей потока в этих областях. Результаты проведенных исследований позволяют утверждать, что азимутальные неоднородности являются следствием наличия в потоке продольной завихренности типа вихрей Тейлора — Гертлера [10–12]. Азимутальные развертки значений полного давления показывают, что на фоне средних значений зафиксированы квазипериодические изменения, описываемые пилообразными кривыми (вариациями полного давления).

Образование вихрей Тейлора — Гертлера обусловлено тем, что при движении частицы по криволинейным траекториям может нарушиться баланс между центробежными силами и уравновешивающим их поперечным градиентом давления, что приводит к появлению неустойчивого вращательного движения. Поток приходит в равновесное состояние вследствие образования системы стационарных (квазистационарных) продольных вихрей, составляющих закрученные в противоположных направлениях пары, которые фиксируются в виде продольных полосчатых структур.

Продольные полосы зафиксированы в непосредственной близости от среза сопла, где траектории газа сильно криволинейны. При этом фиксируется широкополосный спектр шумов, что исключает возникновение сильных нелинейных эффектов на столь ранних стадиях, другие нелинейности имеют второй порядок малости по сравнению с линейными волнами Тейлора — Гертлера.

Результаты анализа амплитудно-частотных спектров показывают, что в прикорневой области струи обнаруживаются достаточно интенсивные крупномасштабные моды стационарных волн Тейлора — Гертлера с малыми азимутальными волновыми числами $n = 1, 2, 3$.

Если исключить возможные ошибки, обусловленные слабой эллиптичностью сопла, его эксцентриситетом и колебаниями полного давления в форкамере, можно предположить, что эти спектры свидетельствуют о существовании крупномасштабных волн Тейлора — Гертлера, интенсивность которых достаточно быстро убывает вниз по потоку [12]. Именно такие волны с малыми азимутальными числами могут взаимодействовать с бегущими сдвиговыми колебаниями в режиме резонансных триад, оказывая влияние на амплитуды последних.

Экспериментально установлено, что в дозвуковом пограничном слое система продольных вихрей типа вихрей “cross-flow” может ускорять рост волны Толлмина — Шлихтинга в линейной области и замедлять процесс перехода в нелинейной области [2]. Путем численного моделирования установлено, что в сверхзвуковом пограничном слое стационарные волны оказывают значительное влияние на динамику бегущих волн.

В свободной струе возмущения развиваются таким образом, что волны Кельвина — Гельмгольца в ней всегда являются растущими. Поэтому их динамику в поле полосчатых структур (волн Тейлора — Гертлера) более правильно считать фактором внутренних межволновых нелинейных воздействий, в рамках которых можно рассмотреть ряд триплетов, синхронизованных по азимутальному волновому числу, например для мод $n = 1, n = 0$ в случае бегущих волн и для моды $n = 1$ в случае волны Тейлора — Гертлера. Однако в такой системе имеет место достаточно большой разброс значений продольного азимутального волнового числа, поэтому фазовый синхронизм достаточно условен. В триплете, образованном маховской бегущей волной с модой $n = \pm 1$ и волной Тейлора — Гертлера с модой $n = 2$, это условие выполняется точно, если полученное расчетное значение α^r продольного волнового числа для волны Тейлора — Гертлера достаточно мало.

В настоящей работе данная резонансная система исследована при значении числа Маха $M = 1,5$ и значениях числа Струхала ($Sh = \pi\omega d/a$) $Sh = 0,125; 0,250$ для бегущих волн и $Sh = 0,005$ для волны Тейлора — Гертлера в пределах первой “бочки” струи $0,2 \leq \delta \leq 0,5$. Толщина слоя смещения в конце ячейки равна $\delta \approx 0,55$, радиус искривления $R_0 = 10; 20$. В используемые амплитудные уравнения включены центробежные силы, а система нелинейных коэффициентов адаптирована к условиям наличия добавочных сил [11].

1. Основные уравнения. Рассматривается динамика волнового процесса в сжимаемом нетеплопроводном газе, истекающем из круглого сопла радиусом $d/2$ (рис. 1) в расчетном или нерасчетном режиме при заданной выходной скорости U_0 . Степень нерасчетности полагается небольшой, поэтому неизобаричностью и поперечным градиентом давления в слое смещения в первом приближении пренебрегается, однако учет нерасчетности позволяет рассмотреть процессы, обусловленные искривлением в продольном направлении.

При $R_0 \rightarrow \infty$ моделируется расчетная изобарическая струя. Рассматривается расчетная область от линии висячего скачка уплотнения до внешней границы слоя смещения и ближнего поля потока ($r > r_2$). В качестве характерных параметров при осреднении выбраны максимальные значения средней скорости и плотности на срезе сопла и значение r_0 , соответствующее линии половинной скорости.

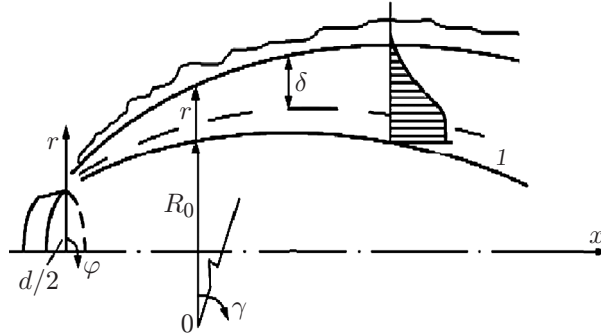


Рис. 1. Схема начального участка сверхзвуковой неизобарической струи:
1 — висячий скачок

В плоскопараллельном приближении безразмерная средняя продольная скорость $U_0(r)$ описывается соотношением

$$U_0 = e^{-(\ln 2)\eta^2},$$

где $\eta = 2(r - r_1)/\delta$; $r \geq r_2$; $r_{2,1} = 1 \pm \delta/2$; $\rho_0 = [1 + (\kappa - 1)/2 M_0^2(1 - U^2)]^{-1}$; $a^2 = (\rho_0 M_0^2)^{-1}$. Средние профили U_0 , ρ_0 в слое смешения толщиной δ имеют точку перегиба в окрестности значения $r \approx 1$. При таком подходе толщина δ рассматривается в качестве параметра.

Для указанных течений устойчивость рассматривается в рамках невязкого приближения. Для искривленных цилиндрических координат полная невязкая система имеет вид

$$\begin{aligned} v_t + vv_r + \frac{wv_\varphi}{r} + uv_x - \frac{w^2}{r} - \frac{u^2}{R_0} &= -\frac{pr}{\rho}, \\ w_t + vw_r + \frac{ww_\varphi}{r} + uw_x - \frac{vw}{r} &= -\frac{p}{r\rho}, \\ u_t + vu_r + \frac{wu_\varphi}{r} + uu_x - \frac{vu}{R_0} &= -\frac{p_x}{\rho}, \\ \rho_t + v\rho_r + \frac{w\rho_\varphi}{r} + u\rho_x - \frac{w^2}{r} - \frac{u^2}{R_0} + \rho \left(v_r + \frac{w_\varphi}{r} + u_x - \frac{w^2}{r} + \frac{v}{R_0} \right) &= 0, \\ s_t + vs_r + \frac{ws_\varphi}{r} + us_x = 0, \quad s = c_v \ln \left(\frac{p}{\rho^\kappa} \right), \quad a^2 = \frac{\kappa p}{\rho}. \end{aligned} \quad (1)$$

В рамках нелинейного подхода рассматривается взаимодействие волн различной природы с использованием слабонелинейной теории трехволнового взаимодействия [5, 7–9]. Исследуется взаимодействие стационарной волны с амплитудой A_{ST} с двумя косыми нестационарными волнами, которые симметричны по отношению друг к другу и имеют амплитуды A_1 и A_{-1} . Волновые поля задаются следующим образом:

— для бегущих волн $v', w', u', p', \rho' = A\{iv, w, u, p, \rho\} e^{i\theta}$;

— для стационарных волн $v', u', p', \rho', s' = A_{ST}\{iv, u, p, \rho, s\} \cos(n\varphi) e^{i(\alpha x - \omega t)}$.

Здесь $\theta = \alpha x - \omega t + n\varphi$; $\alpha = \alpha^r + i\alpha^i$; x, r — координаты в направлении основного потока и нормального к нему потока; φ — азимутальная координата; n — азимутальное волновое число; α^i — коэффициент продольного нарастания; t — время; ω — частота волны; $w' = A_{ST}\{iw\} \sin(n\varphi) e^{i(\alpha x - \omega t)}$. Соответствующие амплитудные уравнения приведены в [5] ($d/d\xi = d/d\delta$). В настоящей работе для построения решения и поиска собственных значений α_j использовались уравнения (1). Граничные условия затухания возмущений во внешнем поле и потенциальном ядре взяты из работы [11].

2. Результаты исследования и их обсуждение. Исследуем влияние центробежных сил на характеристики бегущих волн и трехволновое взаимодействие возмущений.

2.1. *Влияние центробежных сил на характеристики бегущих волн (линейное приближение).* Используя уравнения (1), можно решить задачу о влиянии добавочных сил на характеристики бегущих волн. До настоящего времени результаты расчетов амплитудно-частотных характеристик, полученные для расчетных струй, применялись к реальным струям, имеющим более сложные конфигурации. В частности, с их помощью оценивалась предпочтительная, несущая частота излучения широкополосных шумов. Ниже показано, что такое перенесение результатов вполне корректно и добавочные силы, обусловленные бочкообразной структурой начального участка, незначительно влияют на инкременты основных мод ($n = 1 \div 3$) даже при достаточно больших значениях кривизны $1/R_0$.

Рассмотрим общие закономерности волнового движения. Установлено, что система (1), помимо основной, дает несколько добавочных ветвей решений, соответствующих граничным условиям, которые отсутствовали в расчетных струях.

Значения α для основной ветви с конечными значениями R_0 близки к значениям α для $R_0 = \infty$ и позволяют оценить влияние центробежных сил на характеристики бегущих волн.

На рис. 2, 3 показано изменение коэффициентов продольного нарастания (инкрементов) нестационарных волн неустойчивости Тейлора — Гертлера при значениях $R_0 = \infty$; 25; 10; 5 (кривые 1–4), $Sh = 0,44$, $\delta = 0,2$. Заметим, что наибольший инкремент имеет не первая, а третья ($n = 3$) мода.

Установлено, что увеличение кривизны $1/R_0$ основной ветви приводит к увеличению инкрементов высоких азимутальных мод. Так, при $R_0 \approx 800$ это увеличение наблюдается для мод $n \geq 15$, при $R_0 = 25$ лишь моды с малыми азимутальными волновыми числами $n < 6$ соответствуют собственным значениям для расчетной струи. Таким образом, характеристики основных спиральных мод с малыми азимутальными номерами, как правило, реализующиеся в реальных струях, хорошо описываются в рамках системы (1) для расчетной струи.

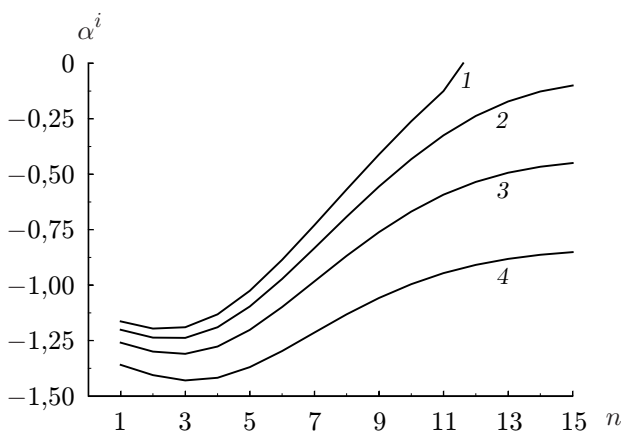


Рис. 2

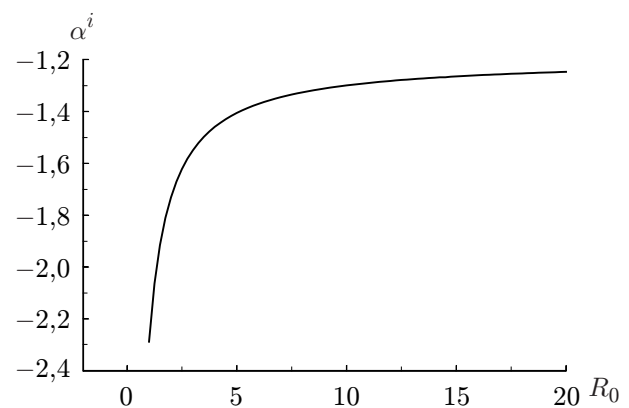


Рис. 3

Рис. 2. Влияние центробежных сил на инкременты волн Тейлора — Гертлера при $M = 1,5$, $Sh = 0,44$, $\delta = 0,2$ и различных значениях радиуса искривления: 1 — $R_0 = \infty$, 2 — $R_0 = 25$, 3 — $R_0 = 10$, 4 — $R_0 = 5$

Рис. 3. Зависимость инкрементов бегущей волны Тейлора — Гертлера моды $n = 2$ от радиуса R_0 при $M = 1,5$, $Sh = 0,44$, $\delta = 0,2$

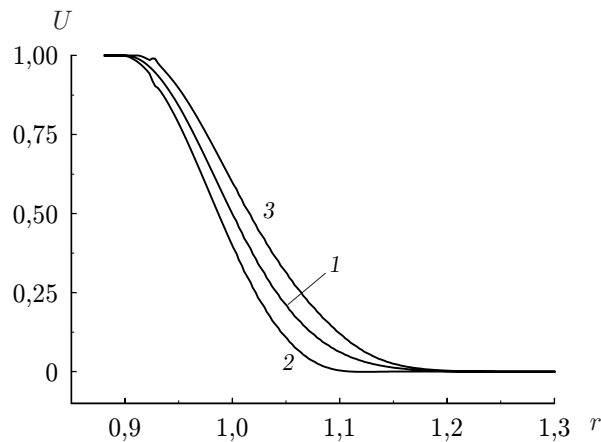


Рис. 4. Профиль средней продольной скорости, искаженной стационарной волной Тейлора — Гертлера моды $n = 8$ с амплитудой $A_{ST} \approx 0,05\bar{A}_{ST}$, при различных значениях частоты колебаний:

1 — $\cos \varphi = -1$, 2 — $\cos \varphi = 0$, 3 — $\cos \varphi = 1$

На рис. 3 показано влияние центробежных сил на инкременты бегущей азимутальной моды $n = 2$ при тех же значениях числа Струхаля и толщины слоя смешения. Очевидно, что в случае малых n влияние на инкременты значительно лишь при больших искривлениях траекторий.

На рис. 4, 5 показано влияние искажений средних характеристик, производимых стационарными возмущениями, на инкременты бегущих волн $U = U_0 + A_{ST}u \cos \varphi$. На рис. 4 показано искажение средней продольной скорости, создаваемое стационарной волной Тейлора — Гертлера моды $n = 8$. Амплитуда волны выбрана равной $A_{ST} \approx 0,05$ среднего локального значения \bar{A}_{ST} . Приведены значения $\cos \varphi = -1, 0, 1$, соответствующие различным фазам выноса высокоскоростного газа из слоя смешения, при которых профили продольной скорости становятся как менее, так и более наполненными (кривые 2, 3) по сравнению со случаем невозмущенных волн (кривая 1).

Поперечные распределения волновых скоростей для неустойчивости волн Тейлора — Гертлера показывают, что в случае малых мод центры вихрей локализуются внутри слоя смешения, в случае высоких мод вихрь “всплывает” к внешней границе, поэтому в первом случае искажения средних параметров максимальны внутри слоя, во втором — в приграничных внешних областях.

Представляет интерес рис. 5, на котором показаны изменения инкрементов при различных амплитудах стационарной волны. Рассмотрены амплитуды избыточного полного давления, составляющие $A_{ST} = 0,01\bar{A}_{ST}; 0,05\bar{A}_{ST}; 0,10\bar{A}_{ST}$ (кривые 1–3). Увеличение степени деформации среднего профиля оказывает более существенное влияние на инкременты бегущей моды $n = 1$. Увеличение заполненности профиля приводит к уменьшению степени роста бегущих волн в продольном направлении (области $\varphi > \pi/2$), и наоборот. Деформация поля потока небольшой модой ($n = 8$) (см. рис. 5, а) вызывает существенные изменения инкрементов по сравнению с деформациями, создаваемыми волной моды $n = 30$ (см. рис. 5, б). В последнем случае при больших амплитудах A_{ST} уменьшение инкрементов происходит при всех положениях вихря.

2.2. *Трехволновое взаимодействие возмущений различной природы (нелинейное приближение)*. Как указывалось выше, для струи рассматривался триплет, образованный маховской бегущей волной ($n = \pm 1$) и волной Тейлора — Гертлера ($n = 2$). В этом триплете условие синхронизма выполняется достаточно точно, в случае если расчетное значение α^T для волны Тейлора — Гертлера достаточно мало.

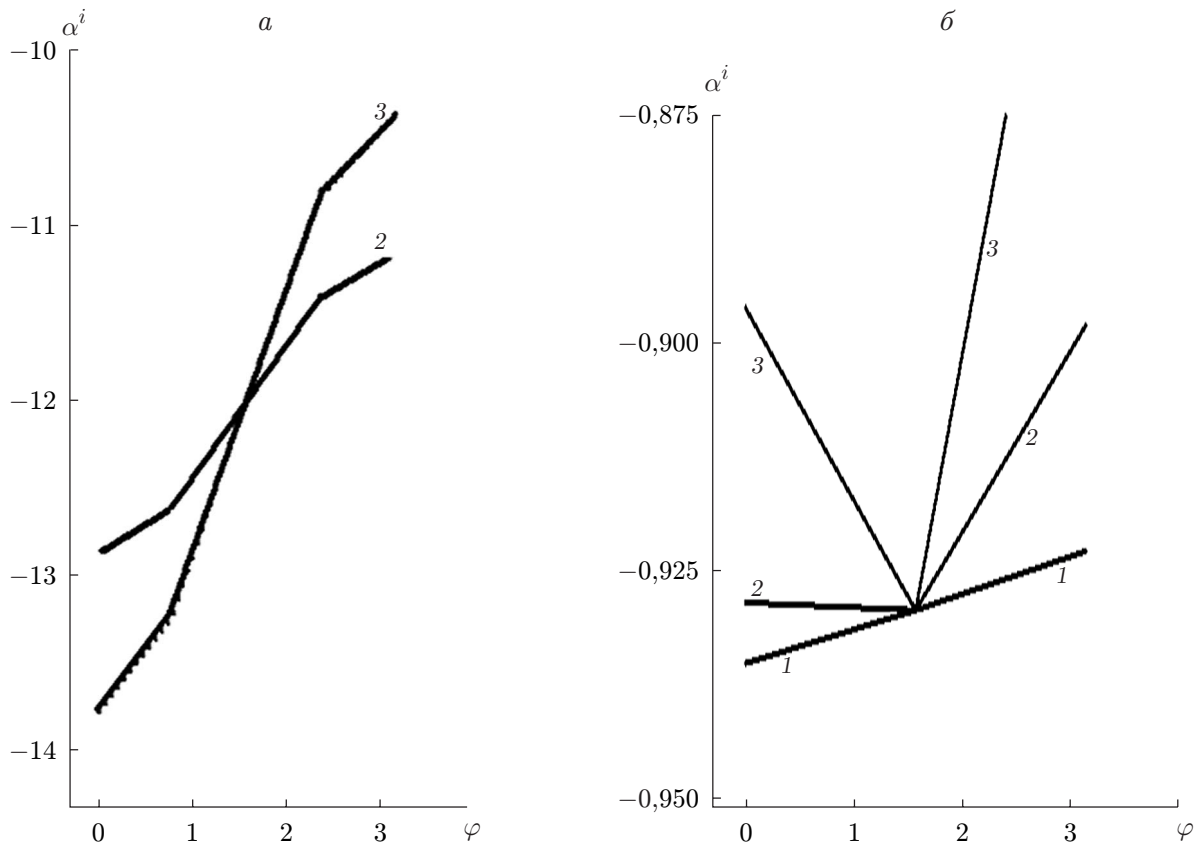


Рис. 5. Изменение инкрементов бегущей волны Кельвина — Гельмгольца моды $n = 1$ для профилей, искаженных волнами Тейлора — Гертлера моды $n = 8$ (а) и моды $n = 30$ (б) при различных значениях амплитуды:
 1 — $A_{ST} = 0,01\bar{A}_{ST}$, 2 — $A_{ST} = 0,05\bar{A}_{ST}$, 3 — $A_{ST} = 0,10\bar{A}_{ST}$

Одной из задач настоящей работы является изучение возможности увеличения или уменьшения амплитуд бегущих волн Кельвина — Гельмгольца стационарной волной. Амплитуды бегущих волн в начале расчетной области полагались малыми по сравнению с амплитудой стационарной волны (продольной структуры).

Изменение амплитуд бегущих волн вниз по потоку зависит от соотношения их начальных фаз. Как и в работе [5], решения существенно зависят от начального значения $\Phi_0 = \Phi_{ST} - \Phi_1 - \Phi_{-1}$. Существуют фазы как нарастания, так и затухания волн. Физический смысл таких зависимостей пока не вполне ясен. В отличие от [5] при малых значениях Sh значения амплитуд волн мод $n = 1$, $n = -1$ различаются несущественно, в случае если значения нелинейных коэффициентов для них близки.

Во всех рассмотренных случаях даже при больших амплитудах маховских волн их влияние на волну Тейлора — Гертлера незначительно. Результаты проведенного моделирования позволяют сделать вывод, что эта волна развивается автономно и наблюдаемое экспериментально уменьшение ее амплитуды определяется ее собственной динамикой, на которую практически не оказывают влияния сдвиговые волны.

В случае сдвиговых волн наличие на начальном участке стационарных продольных вихрей способствует некоторому росту волн в режиме параметрического усиления при определенных фазовых соотношениях рассмотренных волн. Обнаружены фазы, при которых амплитуды и интенсивности бегущих волн значительно уменьшаются. Это позволяет

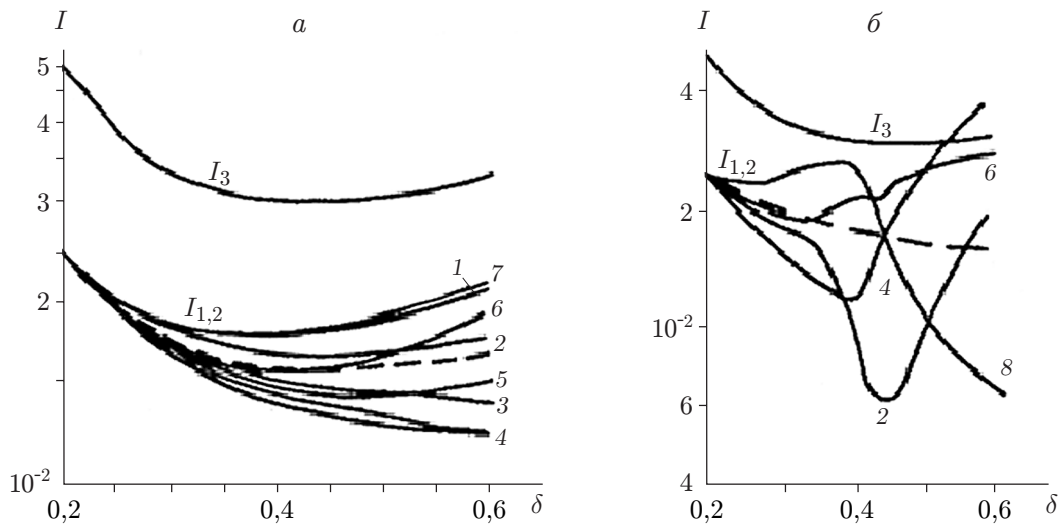


Рис. 6. Трехволновое взаимодействие бегущих волн первой моды ($I_{1,2}$) при $Sh = 0,125$ (а), $Sh = 0,25$ (б) и стационарной волны второй моды (I_3) при $Sh = 0,005$, $\Phi_0 = \pi i/4$ и различных фазах колебаний:

штриховые кривые — линейные значения, сплошные — нелинейные; 1 — $i = 1$, 2 — $i = 2$, 3 — $i = 3$, 4 — $i = 4$, 5 — $i = 5$, 6 — $i = 6$, 7 — $i = 7$, 8 — $i = 0$

предположить, что наличие продольных вихрей может препятствовать нарастанию волн, определяющих широкополосные шумы сверхзвуковой неизобарической струи, т. е. уменьшать интенсивность ее акустического излучения. На рис. 6 видно, что при малых значениях числа Струхала такое взаимодействие вызывает достаточно упорядоченный рост и деградацию нелинейных амплитуд, а при увеличении числа Струхала возникают локальные области противоположных воздействий, что не позволяет однозначно оценить результаты взаимодействия этих волн. Согласно [5] такое поведение амплитуд характерно для случаев, когда нелинейные амплитуды двух бегущих волн развиваются по-разному и нелинейные коэффициенты значительно различаются. Данный вопрос требует отдельного изучения, поскольку при $Sh = 0,25$ интенсивность акустического излучения струи максимальна.

Заключение. В работе получены результаты, свидетельствующие о том, что под влиянием стационарной волны может происходить как нарастание, так и затухание нестационарных (бегущих) волн, незначительно превышающее линейное. Численно установлено, что влияние бегущих волн на динамику стационарной моды незначительно и ее развитие слабо зависит от степени возмущенности потока (режима истечения). В линейном приближении показано, что на инкременты бегущих волн оказывают влияние как центробежные силы, так и деформации средних параметров.

ЛИТЕРАТУРА

1. Klebanoff P. S., Tidstrom K. D. Evolution of amplified waves leading to transition in a boundary layer with zero pressure gradient: Tech. Note / NASA. N TN D-195. S. 1., 1959.
2. Бойко А. В. Физические механизмы перехода к турбулентности в открытых течениях / А. В. Бойко, Г. Р. Грек, А. В. Довгаль, В. В. Козлов. М.; Ижевск: Науч.-издат. центр "Регулярная и хаотич. динамика", 2006.
3. Crow S. C. The spanwise perturbation of two-dimensional boundary layers // J. Fluid Mech. 1966. V. 24. P. 153–164.

4. **Goldstein M. E.** Effect of free-stream turbulence on boundary layer transition // Philos. Trans. Roy. Soc. London. Ser. A. 2014. V. 372. 20130354.
5. **Гапонов С. А., Терехова Н. М.** Взаимодействие стационарных возмущений с волнами Толлмина — Шлихтинга в сверхзвуковом пограничном слое // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2020. № 4. С. 3–10.
6. **Гапонов С. А., Терехова Н. М.** Стационарные возмущения в сверхзвуковом пограничном слое // Аэромеханика и газовая динамика. 2002. № 4. С. 35–42.
7. **Craik A. D. D.** Non-linear resonant instability in boundary layers // J. Fluid Mech. 1971. V. 50. P. 393–413.
8. **Гапонов С. А., Масленникова И. И.** Субгармоническая неустойчивость сверхзвукового пограничного слоя // Теплофизика и аэромеханика. 1997. Т. 4, № 1. С. 1–10.
9. **Гапонов С. А., Масленникова И. И., Тюшин В. Ю.** Нелинейное влияние внешней низкочастотной акустики на собственные колебания сверхзвукового пограничного слоя // ПМТФ. 1999. Т. 40, № 5. С. 99–105.
10. **Желтухин Н. А., Запрягаев В. И., Солотчин А. В., Терехова Н. М.** Спектральный состав и структура стационарных вихревых возмущений Тейлора — Гертлера сверхзвуковой недорасширенной струи // Докл. РАН. 1992. Т. 325, № 6. С. 1133–1137.
11. **Желтухин Н. А., Терехова Н. М.** Неустойчивость Тейлора — Гертлера в сверхзвуковой струе // ПМТФ. 1993. Т. 34, № 5. С. 48–55.
12. **Терехова Н. М.** Эволюция продольных вихрей в сверхзвуковой осесимметричной струе // Теплофизика и аэромеханика. 2001. Т. 8, № 3. С. 423–426.

*Поступила в редакцию 11/VI 2020 г.,
после доработки — 11/VI 2020 г.
Принята к публикации 29/VI 2020 г.*
