УДК 536.3:536.25

РАДИАЦИОННО-КОНВЕКТИВНЫЙ ТЕПЛООБМЕН В ПЛОСКОМ СЛОЕ СЕЛЕКТИВНОЙ ПОГЛОЩАЮЩЕЙ ЗАВЕСЫ

А. Л. Бурка, Н. А. Рубцов, В. А. Синицын

(Новосибирск)

В работе рассматривается тепловое состояние плоского слоя селективно поглощающего газа, вдуваемого в стабилизированной турбулентный поток высокотемпературного газа, обтекающего пористую пластину. Краевая задача для уравнения энергии сводится к нелинейному интегральному уравнению относительно безразмерной температуры, которое решается численно с помощью итерационного метода Ньютона — Канторовича. Результаты решения представлены на графиках в виде зависимостей температуры и потока тепла в слое поглощающего газа от координаты. Рассмотрение такой задачи для случая серого вдуваемого газа проведено в работе [1].

В плоском слое селективно поглощающей среды перенос тепла осуществляется излучением, конвекцией и молекулярной теплопроводностью. Физические свойства среды и оптические свойства граничных поверхностей предполагаются постоянными. Скорость движения вдуваемого газа является известной функцией координаты. Постановка задачи предполагает одномерный перенос тепла.

В рассматриваемом случае одномерное уравнение энергии и граничные условия на соответствующих поверхностях плоского слоя записываются в виде

$$\rho c_p w(y) \frac{dT}{dy} = \lambda \frac{d^2T}{dy^2} - \frac{dE}{dy}, \quad 0 \leqslant y \leqslant \delta \tag{1}$$

$$T(0) = T_1, \quad T(\delta) = T_2 \tag{2}$$

Здесь E — результирующая плотность полусферического излучения, w — скорость течения вдуваемого газа. Остальные обозначения обычные.

Безразмерное представление краевой задачи (1), (2) имеет вид

$$\frac{d^2\theta}{d\xi^2} = S_k \left[\frac{d\varphi}{d\xi} + B_0 f(\xi) \frac{d\theta}{d\xi} \right], \quad 0 \leqslant \xi \leqslant 1 \tag{3}$$

$$\theta(0) = \theta_1, \quad \theta(1) = \theta_2 \tag{4}$$

$$\left(\theta = \frac{T}{T_*}, \quad \theta_i = \frac{T_i}{T_*}, \quad \varphi = \frac{E}{\sigma_0 T_*^4}, \quad S_k = \frac{\sigma_0 T_*^3 \delta}{\lambda}, \quad B_0 = \frac{\rho c_p w}{\sigma_0 T_*^3}, \quad \xi = \frac{y}{\delta}, \quad f(\xi) = \frac{w(\xi)}{w_*} \right)$$

Здесь f, θ, Φ, B_0, S_k, T_*, w_*, σ_0, δ — соответственно безразмерные скорость течения газа, температура, плотность результирующего потока, параметры, характеризующие радиационно-конвективное и радиационно-кондуктивное соотношения в суммарном потоке тепла, размерные характерная температура и скорость течения газа, постоянная Стефана — Больцмана, толщина плоского слоя.

Дивергенция потока излучения определяется следующим интегральным соотношением [2]:

$$\frac{d\Phi}{d\xi} = D \int_{z_1}^{z_2} h_z \left\{ 2\varepsilon_z(\xi) - w_{1z}(\xi) - \int_0^1 w_{2z}(\xi, x)\, \varepsilon_z(x)\, dx \right\} dz \tag{5}$$

$$\varepsilon_z(\xi) = \frac{z^3}{[\exp(\omega z/\theta(\xi)) - 1]}$$

$$w_{1z}(\xi) = \alpha_z \{[a_1 \varepsilon_{1z} + 2a_2 r_1 \varepsilon_{2z} K_3(h_z)] K_2(\tau) + [a_2 \varepsilon_{2z} + 2a_1 r_2 \varepsilon_{1z} K_3(h_z)] K_2(h_z - \tau)\}$$

$$w_{2z}(\xi, x) = h_z \{K_1 |\tau - t| + 2\alpha_z [r_1 (K_2(t) + 2r_2 K_3(h_z) K_2(h_z - t)) \times$$
$$\times K_2(\tau) + r_2 (K_2(h_z - t) + 2r_1 K_3(h_z) K_2(t)) K_2(h_z - \tau)]\}$$

$$\left(K_n(\tau) = \int_0^1 \mu^{n-1} \exp(-\tau/\mu)\, d\mu, \quad \tau = h_z \xi, \quad t = h_z x \right.$$

$$\left. \alpha_z = [1 - 4r_1 r_2 K_3^2(h_z)]^{-1}, \quad z_i = \frac{\nu_i}{\nu_*}, \quad D = 30 \left(\frac{\omega}{\pi}\right)^4, \quad \omega = \frac{h\nu_*}{kT_*} \right)$$

Здесь h_z, a_i, r_i, ν, ν_*, k, h, ε_z, ε_{iz}, K_n — соответственно оптическая толщина слоя, поглощательные и отражательные способности соответствующих поверхностей слоя, текущая и характерная частоты спектра вдуваемого газа, постоянные Больцмана и Планка, функция Планка при текущей температуре θ и при температурах θ_i соответствующих поверхностей слоя, экспоненциальные интегралы ($i = 1, 2$), ($n = 1, 2, 3$).

Из (5) видно, что $d\varphi/d\xi$ представляет собой нелинейное относительно θ интегральное выражение, вследствие чего уравнение (3) становится нелинейным интегро-дифференциальным. Это обстоятельство не дает возмо ности получить решение краевой задачи (3), (4) в аналитическом виде. С помощью функции Грина уравнение (3) сводится к нелинейному интегральному уравнению относительно θ

$$\theta(\xi) = [\theta_1 \operatorname{sh}(1-\xi) + \theta_2 \operatorname{sh}\xi] \left[\operatorname{sh} 1 + S_k \int_0^1 F(\theta)\, G(\xi, x)\, dx\right]^{-1} \qquad (6)$$

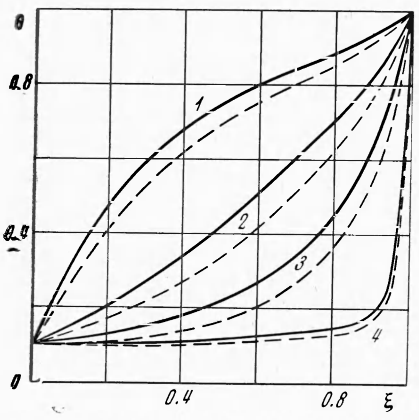
$$F(\theta) = \frac{d\Phi}{dx} G(\xi, x) - B_0 \frac{d}{dx}[f(x)\, G(\xi, x)]$$

$$G(\xi, x) = \begin{cases} -\dfrac{\operatorname{sh} x \operatorname{sh}(1-\xi)}{\operatorname{sh} 1} & (x \leqslant \xi) \\ -\dfrac{\operatorname{sh}\xi \operatorname{sh}(1-x)}{\operatorname{sh} 1} & (x \geqslant \xi) \end{cases}$$

Здесь G — функция Грина видоизмененной линейной части дифференциального оператора в (3).

Сведение интегро-дифференциального уравнения (3) к интегральному (6) дает возможность использовать для численного решения задачи эффективные итерационные методы.

При численном решении уравнения (6) интеграл аппроксимируется квадратурной формулой Гаусса. После чего оно сводится к системе нелинейных алгебраических уравнений, порядок которой соответствует числу гауссовых точек. Полученная система уравнений численно решается итерационным методом Ньютона — Канторовича [3].



Фиг. 1

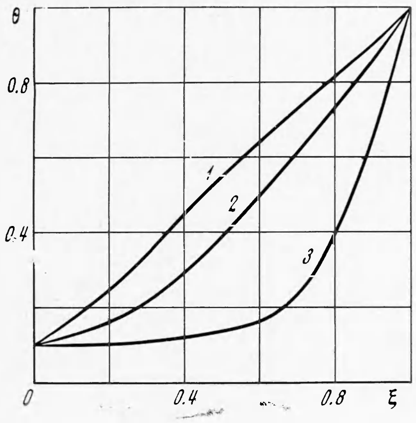
Результаты решения уравнения (6) для различных вариантов значений параметров, характеризующих оптические свойства пористой пластины, интенсивность вдува селективно поглощающего газа, радиационно-кондуктивное соотношение в суммарном переносе тепла, получены при $\theta_1 = 0.1$ и $\theta_2 = 1.0$ в виде температурных кривых. В качестве вдуваемой среды взят углекислый газ, спектр поглощения которого заимствован из [4]. В качестве параметра, определяющего радиационно-кондуктивное соотношение принималась величина S_k. На фиг. 1 представлено распределение безразмерной температуры в слое при $S_k = 10$, $f(\xi) = 1$; сплошные линии соответствуют значениям $r_1 = 0.9$, $r_2 = 0.1$; штриховые — $r_1 = r_2 = 0.5$; кривым *1*, *2*, *3*, *4* соответствуют значения $B_0 = 0$, 0.5, 1.0, 4.0.

Наблюдается заметное снижение температурного уровня в слое с ростом величины параметра вдува B_0. Уже при $B_0 \geqslant 4$ температурное распределение в слое становится постоянным и равным температуре вдуваемого газа вплоть до горячей поверхности слоя. Кроме того, на формировании температурного профиля сказывается влияние оптических свойств пористой пластины. С увеличением отражательной способности поверхности пористой пластины температурный уровень несколько повышается.

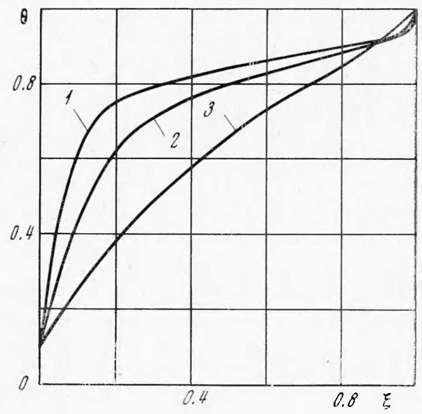
В случае линейного профиля скорости вдуваемого газа $f(\xi) = 1 - \xi$ влияние параметра вдува B_0 на температурный профиль в слое несколько ослабляется. На фиг. 2 показано распределение безразмерной температуры в слое при $S_k = 10$, $f(\xi) = 1 - \xi$, $r_1 = r_2 = 0.1$, $\theta_1 = 0.1$, $\theta_2 = 1.0$; кривым *1*, *2*, *3* соответствуют значения $B_0 = 0.5$, 1.0, 4.0. Охлаждаемая зона при $B_0 \geqslant 4$ становится уже, чем в случае постоянного профиля скорости вдуваемого газа.

Фиг. 3 иллюстрирует влияние критерия радиационно-кондуктивного соотношения S_k на формирование температурных профилей при постоянном значении параметров вдува B_0. Распределение безразмерной температуры в слое показано для значений $B_0 = 0.15$, $f(\xi) = 1$, $r_1 = 0.9$, $r_2 = 0.1$, $\theta_1 = 0.1$, $\theta_2 = 1.0$; кривым *1*, *2*, *3* соответствуют значения $S_k = 1000,\ 100,\ 10$. Наблюдаемая картина во многом напоминает тепловое состояние в слое поглощающей среды, обладающей лишь молекулярной теплопроводностью.

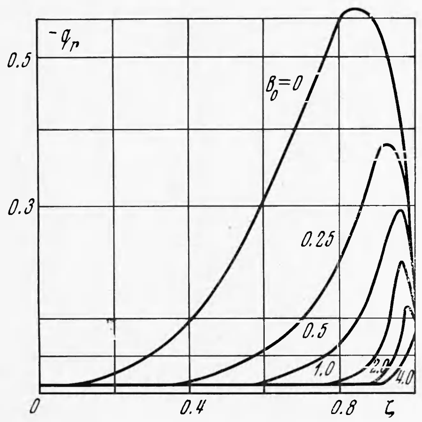
Следует отметить, что качественная картина температурного поля при вдуве селективно поглощающего газа остается такой же, как и в случае вдува серого газа [1]. Однако с точки зрения тепловой защиты завеса из селективно поглощающего газа может оказаться эффективней (зона охлаждения в слое расширяется), чем завеса из серо-



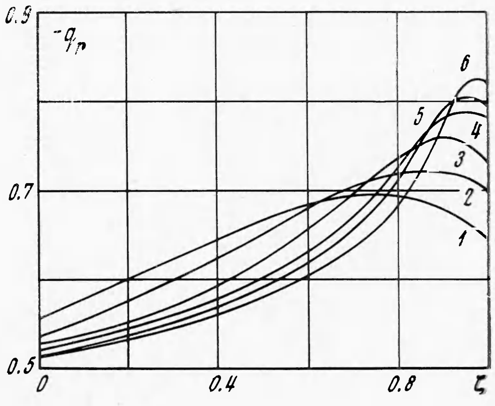
Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4



Фиг. 5

го газа. Практический интерес представляет вычисление суммарного потока тепла и его отдельных составляющих (теплопроводной, конвективной и радиационной). Однократным формальным интегрированием уравнения (3) получаем выражение для суммарного потока тепла в случае постоянной по толщине слоя скорости течения газа

$$q = q_T + q_k + \varphi = \text{const} \tag{7}$$

$$q_T = -d\theta/d\xi, \qquad q_k = B_0\theta(\xi)S_k, \qquad q_r = \varphi$$

$$\varphi(\xi) = \frac{a_1 a_2}{1 - r_1 r_2}(\theta_1{}^4 - \theta_2{}^4) + \int\limits_{z_1}^{z_2}\left[\varphi_z(h_z\xi) - \frac{D}{2}\,\frac{a_1 a_2}{1 - r_1 r_2}(\varepsilon_{1z} - \varepsilon_{2z})\,dz\right]$$

$$\varphi_z(h_z\xi) = h_z\left\{2\varepsilon_z(\xi) - w_{1z}(\xi) - \int\limits_0^1 w_{2z}(\xi, x)\,\varepsilon_z(x)\,dx\right\}S_k$$

Здесь q_T, q_k, φ — соответственно безразмерные теплопроводная, конвективная и радиационная составляющие суммарного потока тепла.

Вычисление суммарного значения потока тепла и его составляющих не представляло труда, так как необходимые значения температуры θ ранее были получены из решения интегрального уравнения (6). Расчеты проводились для $S_k = 10$, $f(\xi) = 1$, $\theta_1 = 0.1$, $\theta_2 = 1$. На фиг. 4 представлена зависимость радиационной составляющей теплового потока $\varphi(\xi)$ от безразмерной координаты для различных значений критерия B_0 при $r_1 = 0.9$, $r_2 = 0.1$.

Аналогичная зависимость для радиационной составляющей представлена на фиг. 5 при $S_k = 10$, $f(\xi) = 1$, $r_1 = r_2 = 0.1$; кривым *1*, *2*, *3*, *4*, *5*, *6* соответствуют значения $B_0 = 0, 0.25, 0.5, 1.0, 2.0, 4.0$. Наблюдаются характерные максимумы (фиг. 4 и фиг. 5), которые по мере возрастания числа B_0 смещаются в сторону горячей стенки. Такое смещение максимумов может быть объяснено влиянием конвективной составляющей потока на суммарный поток тепла и, в частности, на его радиационную составляющую. Уровень экстремальных значений потока в значительной мере определяется оптическими свойствами горячей стенки. В случае низких излучательных способностей (фиг. 4) с ростом критерия B_0 максимальные значения радиационных потоков снижаются и, наоборот, если горячая стенка является хорошо излучающей, характер зависимости потоков от B_0 меняется на обратный (фиг. 5).

Поступила 2 XII 1971

ЛИТЕРАТУРА

1. Кутателадзе С. С., Рубцов Н. А. Лучисто-конвективный теплообмен в плоском слое поглощающей завесы. ПМТФ, 1968, № 6.
2. Бурка А. Л., Рубцов Н. А. Нестационарный радиационно-кондуктивный перенос тепла в плоском слое серой поглощающей среды. ПМТФ, 1971, № 1.
3. Канторович Л. В. О методе Ньютона. Тр. Матем. ин-та АН СССР, 1949, т. 28.
4. Sparrow E. M., Cess R. D. Radiation heat transfer. California, Brooks Cole Publ., Co., 1966.

УДК 538.56

ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ГРАВИТАЦИОННЫХ ВОЛН НА ПОВЕРХНОСТИ ГЛУБОКОЙ ВОДЫ

В. Ф. Марченко, А. Ф. Целыковский

(Москва)

Рассмотрены характерные черты параметрической генерации гравитационных волн на поверхности глубокой воды. Найдены пороговые условия возникновения генерации, результаты сравнены с данными эксперимента. Отмечены особенности возбуждения параметрических колебаний в резонаторе.

Резонансное взаимодействие для поверхностных гравитационных волн проявляется в третьем порядке приближения по параметру $\mu \sim (ka)$ (k — волновое число, a — амплитуда невозмущенной волны) и удовлетворяет условиям

$$\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 = \mathbf{k}_3 + \mathbf{k}_4, \qquad \omega_1 + \omega_2 = \omega_3 + \omega_4 \tag{1}$$

Хорошо излученными примерами такого рода взаимодействий могут служить явления неустойчивости волны Стокса по отношению к малым возмущениям частоты и амплитуды, синхронной генерации третьей гармоники [1, 2]. Частным видом взаимодействий, удовлетворяющих условиям (1), является параметрическая неустойчивость интенсивной волны, проявляющаяся в самовозбуждении при определенных условиях пары волн, имеющих частоты, близкие к частоте основной волны (накачки). Экспериментально поперечное рассеяние волн на стоячей волне накачки наблюдалось как в лабораторных [3], так и естественных (прибрежной кромке залива) условиях [4]. Однако в отличие от параметрической неустойчивости второго порядка (генерации волн субгармоники [3, 5]) параметрическая неустойчивость поверхностных волн в кубической среде мало исследована. С физической точки зрения это явление аналогично рассеянию волн на волнах в других нелинейных средах, например рассеянию света на свете, хорошо изученному в нелинейной оптике [6, 7]. Отмеченная аналогия позволяет