

КОЭФФИЦИЕНТ ДЖОУЛЯ — ТОМСОНА И СКОРОСТЬ ЗВУКА

Е. П. Шелудяков (Новосибирск)

Исходя из связи скорости звука и коэффициента Джоуля — Томсона, можно получить несколько простых термодинамических соотношений для кривой инверсии. Кривая инверсии охватывает широкую область параметров состояния; поэтому данные, полученные для нее, имеют большое практическое значение.

Как известно, коэффициент Джоуля — Томсона равен

$$\alpha = - \frac{T (\partial p / \partial T)_v + v (\partial p / \partial v)_T}{c_v (\partial p / \partial v)_T - T (\partial p / \partial T)_v} \quad (1)$$

Чтобы связать α со скоростью звука, воспользуемся известными термодинамическими формулами

$$c_p - c_v = - \frac{T (\partial p / \partial T)_v^2}{(\partial p / \partial v)_T},$$

$$c^2 = - g v^2 \frac{c_p (\partial p)}{c_v (\partial v)_T} \quad (2)$$

Подставляя в уравнение (1) значения производных из уравнений (2), после несложных преобразований получаем

$$\alpha = \frac{v}{c} \left[g T \left(\frac{1}{c_v} - \frac{1}{c_p} \right) \right]^{1/2} - \frac{v}{c_p} \quad (3)$$

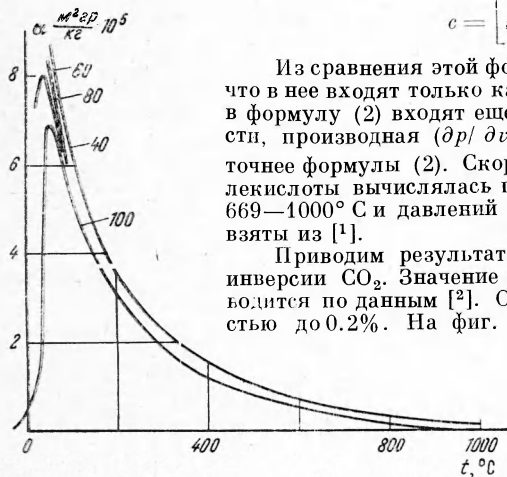
На кривой инверсии $\alpha = 0$ из (3) можно получить для скорости звука

$$c = \left[g T \frac{c_p}{c_v} (c_p - c_v) \right]^{1/2} \quad (4)$$

Из сравнения этой формулы с уравнением Лапласа (2) видно, что в нее входят только калорические параметры, в то время как в формулу (2) входят еще и термические параметры, и, в частности, производная $(\partial p / \partial v)_T$. Поэтому формула (4) должна быть точнее формулы (2). Скорость звука на кривой инверсии для углекислоты вычислялась по формуле (4) в интервале температур 669—1000°С и давлений от 92 до 600 бар. Данные для расчета взяты из [1].

Приводим результаты расчета скорости звука на кривой инверсии CO₂. Значение скорости звука $c=543$ при 1000°С приводится по данным [2]. Оно согласуется с расчетным с точностью до 0.2%. На фиг. 1 приведены изотермы скорости звука по данным [2]; правые участки изотерм, показанные штриховыми линиями, весьма близки к прямым; кривая инверсии 1 построена согласно излагаемым расчетам.

Имея из расчетов по формуле (4) значения скорости звука на кривой инверсии и данные при низких давлениях, можно провести линейную интерполяцию в



Фиг. 2

область высоких давлений для получения новых данных по скорости звука; однако этот способ получения данных о скорости звука интерполяцией нуждается в экспериментальной проверке.

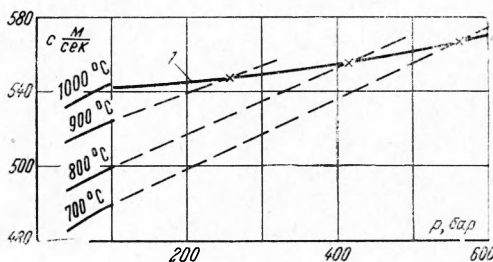
Так же, как и для скорости звука, можно получить формулу для дифференциального показателя адиабаты в виде

$$K = \frac{Tv}{(\alpha + v/c_p)^2 P} \left(\frac{1}{c_v} - \frac{1}{c_p} \right) \quad (5)$$

На кривой инверсии, т. е. при $\alpha = 0$, формула (5) принимает очевидный простой вид

t	669	700	800	900	1000	[°C]
p	600	556	407	253	92	[бар]
c	570	567	536	546	542	(543) [м/сек]

Приведенные выше зависимости могут быть использованы для расчета $c_p - c_v$ на кривой инверсии.



Фиг. 1

Приравнивая правые части второго соотношения (2) и соотношения (4), имеем

$$c_p - c_v = \frac{v^2}{T} \left(\frac{\partial p}{\partial v} \right)_T \quad (6)$$

Уравнение (6) содержит лишь одну производную. Обычно же $c_p - c_v$ определяют по формуле (2), содержащей три производные. Поэтому точность расчета по формуле (6) выше. Приводим значения $c_p - c_v$ для CO_2 на кривой инверсии, вычисленные по формуле (6); для сравнения приведена также $c_p - c_v$ из работы [2].

На фиг. 2 приведены изобары коэффициента Джоуля — Томсона в координатах $\alpha - t$, вычисленные по формуле (3); две из них сверхкритические — 80 и 100 бар и две докритические — 60 и 40 бар: вдоль сверхкритической изобары от правой границы кривой инверсии коэффициент Джоуля — Томсона плавно возрастает от нуля, вблизи критической точки имеет довольно резкий максимум и затем снова спадает до нуля (на левой границе кривой инверсии). На докритических изобарах наблюдается монотонное возрастание коэффициента Джоуля — Томсона от нуля (правая граница кривой инверсии) и вплоть до значений на линии насыщения.

	$t = 700$	800	900	1000	$[\text{°C}]$
$(c_p - c_v)_{(6)}$	$= 0.2580$	0.2330	0.2127	0.1962	$[\text{кдж/кг} \cdot \text{град}]$
$(c_p - c_v)_{[2]}$	$= 0.2640$	0.2350	0.2127	0.1959	$[\text{кдж/кг} \cdot \text{град}]$

Поступила 22 VI 1967

ЛИТЕРАТУРА

1. В у к а л о в и ч М. П., А л т у н и н В. В., Теплофизические свойства двуокиси углерода. Атомиздат, 1965.
2. В а р г а ф т и к Н. Б. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. Физматгиз, 1963.

УПРУГИЕ КОЛЕБАНИЯ СТЕРЖНЯ С ТОКОМ В ПРОДОЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

В. В. Прудников (Москва)

В работах [1,2] исследованы колебания стержня с током, текущим по его поверхности. Получено дисперсионное уравнение для продольных и изгибных колебаний. Настоящая работа посвящена рассмотрению упругих колебаний бесконечного стержня с током, текущим по его поверхности, при наличии вне стержня однородного постоянного продольного магнитного поля. Получено дисперсионное уравнение распространения упругих колебаний и рассмотрены частные случаи продольных и изгибных колебаний, а также поверхностных волн.

1. Постановка задачи и граничные условия. Пусть по поверхности идеально проводящего стержня радиуса a течет постоянный ток I , причем вне стержня имеется однородное постоянное продольное магнитное поле. Тогда вектор напряженности поля \mathbf{H} в цилиндрической системе координат r, φ, z имеет составляющие

$$H_r = 0, \quad H_\varphi = \frac{2I}{cr}, \quad H_z = \text{const} \quad \text{при } r \geq a, \quad H_r = H_\varphi = H_z = 0 \quad \text{при } r < a$$

На поверхность стержня поле \mathbf{H} производит магнитное давление $p = 1/8 H^2/\pi$. Вектор \mathbf{u} (u_r, u_φ, u_z) смещения точек стержня удовлетворяет уравнению [3]

$$\rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} = (\lambda + 2\mu) \text{grad div } \mathbf{u} - \mu \text{rot rot } \mathbf{u} \quad (1.1)$$

Здесь ρ — плотность материала; λ, μ — постоянные Ляме. Общее решение уравнения (1.1) имеет вид [1]

$$\mathbf{u} = \mathbf{U}(r) e^{i(-\omega t + m\varphi + kz)}, \quad \mathbf{U}(r) = U(r) \mathbf{r}^\circ + V(r) \boldsymbol{\varphi}^\circ + W(r) \mathbf{z}^\circ \quad (1.2)$$

$$U(r) = A \frac{dJ_m(\alpha r)}{dr} + Bk \frac{dJ_m(\beta r)}{dr} + Cm \frac{J_m(\beta r)}{r} \quad \left(\alpha^2 = \frac{\rho \omega^2}{\lambda + 2\mu} - k^2 \right)$$

$$V(r) = Aim \frac{J_m(\alpha r)}{r} + Bikm \frac{J_m(\beta r)}{r} + Ci \frac{dJ_m(\beta r)}{dr} \quad \left(\beta^2 = \frac{\rho \omega^2}{\mu} - k^2 \right) \quad (1.3)$$

$$W(r) = AikJ_m(\alpha r) - Bi\beta^2 J_m(\beta r)$$

Здесь A, B, C — произвольные постоянные.