

уравнения (17) дает скачок температуры на поверхности в начальный момент времени, величина которого $\theta_{s0} = \frac{\theta_{10} \cdot k_e}{(1 + k_e)}$.

Поскольку для случая газообразного окислителя и конденсированного горючего k_e очень мала (например, для системы кислород с $T_{10} = 1000^\circ \text{K}$, графит с $T_{20} = 300^\circ \text{K}$, $k_e = 7 \cdot 10^{-4}$), то можно считать $\theta_{s0} \approx \approx \theta_{20} = 0$. В этом случае, если пренебречь быстропадающим со временем тепловым потоком $\frac{\theta_{10}}{k_e (1 + k_e) \sqrt{\pi t}}$, можно для расчета процесса гетерогенного воспламенения воспользоваться полученными ранее результатами.

Таким образом, использование метода интегральных соотношений позволяет с достаточно хорошей точностью рассчитывать характеристики гетерогенного воспламенения конденсированного горючего в атмосфере газообразного окислителя.

Поступила в редакцию
26/VI 1973

ЛИТЕРАТУРА

1. F. A. Williams. AIAAJ., 1966, 4, 8.
2. C. H. Waldman, M. Summerfield. AIAAJ., 1969, 7, 7.
3. А. М. Гришин, Н. А. Игнатенко. ФГВ, 1971, 7, 4.
4. C. H. Waldman. Combustion Science and Technology, 1970, 2, 2—3.
5. А. П. Бабич, Н. М. Беляев, А. А. Рядно. Горение и взрыв. М., «Наука», 1972.
6. Г. Гудмен. В сб. «Проблемы теплообмена». Под ред. П. Л. Кириллова. М., Атомиздат, 1967.
7. Г. Корн, Т. Корн. Справочник по математике. М., «Наука», 1968.

УДК (629.7.03 : 533.6.011)001.2

О НЕКОТОРЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ ТЕЧЕНИЯ СМЕСИ ГАЗА С ИНОРОДНЫМИ ЧАСТИЦАМИ В СВЕРХЗВУКОВОЙ СТРУЕ

И. П. Гинзбург, Т. Н. Рябина, Л. И. Шуб, В. А. Коробков

(Ленинград)

Исходя из общих уравнений движения полидисперсной двухфазовой смеси, рассматривается двухфазное стационарное течение в предположении, что эффекты вязкости и теплопроводности газа проявляются только во взаимодействии с частицами. В относительном движении фаз учитывается инерционность, разреженность и сжимаемость газа.

Уравнение течения полидисперсной двухфазной смеси газа с инородными частицами

Рассмотрим многоскоростную и многотемпературную модель, заменяющую сложное реальное течение полидисперсной двухфазной смеси взаимопроникающим течением $n+1$ взаимодействующих сплошных сред: собственно газа и «газа» частиц n фракций [1]. Примем следующие обозначения: \vec{v} , p , ρ , T и h — соответственно скорость, давление, плотность, температура и удельная энтальпия газа, осредненные по малому объему, содержащему большое число инородных частиц. Соответствующим величинам для «газа» частиц i -й фракции припишем нижний индекс Si . Собственным давлением «газа» частиц, обусловленным хаотическим движением частиц, и объемом, занимаемым частица-

ми, будем пренебрегать. Тогда $p_{si}=0$, $p=\rho RT$ и осредненная плотность ρ совпадает с истинной плотностью газа. Считая удельную внутреннюю энергию газа и частиц функцией только температуры, запишем

$$h=c_p T; E_{si}=c_{si} T_{si}. \quad (1)$$

Здесь R , c_p и c_{si} — соответственно газовая постоянная, удельная теплоемкость газа при постоянном давлении и удельная теплоемкость материала частиц. При этом, если обозначить через m и m_{si} соответственно массу газа и частиц i -й фракции, находящихся в объеме V , то $\rho_{si}=m_{si}/V$, $\rho=m/V$ и $\alpha_i = m_{si} / \left(m + \sum_{i=1}^n m_{si} \right)$ — относительная массовая доля частиц i -й фракции, а суммарная массовая доля частиц в смеси $\alpha = \sum_{i=1}^n \alpha_i$. При записи уравнений, описывающих рассматриваемое течение, кроме сделанных выше, используем обычные предположения [2, 3].

Двухфазное стационарное течение многоскоростной и многотемпературной сплошной среды при отсутствии внешних сил и тепловых потоков описывается уравнениями (см., например, [2], [3—7]) неразрывности

$$\operatorname{div} \rho \vec{v} = 0, \quad (2)$$

движения

$$\rho (\vec{v} \nabla) \vec{v} + \nabla p + \sum_{i=1}^n \rho_{si} \vec{X}_i = 0 \quad (3)$$

и энергии

$$\rho (\vec{v} \nabla) h + \vec{v} \nabla p + \sum_{i=1}^n \rho_{si} q_i - \sum_{i=1}^n \rho_{si} \vec{X}_i (\vec{v} - \vec{v}_{si}) = 0 \quad (4)$$

— для газа и уравнениями неразрывности

$$\operatorname{div} \rho_{si} \vec{v}_{si} = 0, \quad (5)$$

движения

$$(\vec{v}_{si} \nabla) \vec{v}_{si} = \vec{X}_i \quad (6)$$

и энергии

$$(\vec{v}_{si} \nabla) E_{si} = q_i \quad (7)$$

— для «газа» частиц.

Здесь $\vec{X}_i = \vec{f}_i + \sum_{k=1}^{n-1} \vec{F}_{ik}$ — суммарная сила, действующая на единицу массы частицы i -й фракции, вследствие сопротивления движению в газе (\vec{f}_i) и столкновения с частицами остальных $(n-1)$ фракций $\left(\sum_{k=1}^{n-1} F_{ik} \right)$.

Последняя возникает из-за отличия векторов локальной скорости для частиц различных размеров. Частота столкновений зависит от произведения локальных числовых плотностей соударяющихся частиц. В работе с учетом столкновений решается одномерная задача с введением эффективной силы, действующей между двумя облаками частиц, т. е. используется механизм столкновений, предложенный в [5, 6], что возможно и в полидисперсной смеси при малости объема, занимаемого частицами (и поэтому малой вероятности одновременного столкновения более двух частиц).

$$\vec{F}_{ik} = \frac{2}{3} \eta \frac{\rho_{sk} (d_{si} + d_{sk})^2}{\rho_s^0 (d_{si}^3 + d_{sk}^3)} (\vec{v}_{si} - \vec{v}_{sk}) |\vec{v}_{si} - \vec{v}_{sk}|, \quad (8)$$

где d_s — диаметр частицы (предполагается, что частицы имеют сфери-

ческую форму); ρ_s^0 — истинная плотность материала частиц; η — коэффициент восстановления при соударении. Выражение для силы \vec{f}_i и конвективного теплового потока q_i от газа к частицам i -й фракции, отнесенного к единице массы частицы, запишем в виде [2]:

$$\left. \begin{aligned} \vec{f}_i &= 18 \frac{\mu}{\rho_{Si}^0 d_{Si}^2} \cdot \frac{1}{f_d} (\vec{v} - \vec{v}_{Si}), \\ q_i &= 12 \frac{c_p}{Pr} \cdot \frac{\mu}{\rho_{Si}^0 d_{Si}^2} \cdot \frac{1}{f_h} (T - T_{Si}), \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

где

$$f_{di} = \frac{1 + \frac{M_{Si}}{Re_{Si}} \left[3,82 + 1,28 \exp \left(-\frac{1,25 Re_{Si}}{M_{Si}} \right) \right]}{(1 + 0,183 \sqrt{Re_{Si}} + 0,0133 Re_{Si}) \cdot \left[1 + \exp \left(-\frac{0,427}{M_{Si}^{4,63}} - \frac{3}{Re_{Si}^{0,88}} \right) \right]} \quad (10)$$

— поправочный коэффициент сопротивления к режиму Стокса, учитывающий инерционность, разреженность и сжимаемость в относительном движении газа и частиц. Формула (10), отличающаяся от приведенной в [8] инерционным членом, взятым из [9], оказывается наиболее удачной из большого количества подобных ей, проанализированных в предварительных расчетах коэффициентов сопротивления,

$$f_{hi} = \frac{1 + 3,42 \frac{M_{Si}}{Re_{Si} Pr} (2 + 0,459 Re_{Si}^{0,55} \cdot Pr^{0,33})}{1 + 0,23 Re_{Si}^{0,55} \cdot Pr^{0,33}} \quad (11)$$

— поправочный коэффициент, учитывающий отклонение от обычного механизма теплопередачи в режиме Стокса путем конвекции [6, 10].

Здесь $M_{Si} = \frac{|\vec{v} - \vec{v}_{Si}|}{\sqrt{RT}}$, $Re_{Si} = \frac{\rho |\vec{v} - \vec{v}_{Si}| d_{Si}}{\mu}$, Pr — соответственно число Маха, Рейнольдса и Прандтля относительного движения газа и частиц, μ , κ — коэффициенты динамической вязкости и изэнтропы газа.

Отметим, что в уравнении (7) не учитывается изменение энергии частиц, вызванное столкновениями, поскольку [6] отношение теплообмена между частицами к теплообмену между частицами и газом мало.

Приведенные уравнения (2) — (7) вместе с соотношениями (1), (8) — (11) образуют замкнутую систему и позволяют проводить численное решение газодинамики двухфазных струй.

Приближенный метод расчета одномерного сверхзвукового течения полидисперсной смеси

Помимо обычных допущений [2], предполагаемых при исследовании двухфазных течений, примем ряд дополнительных ограничений, связанных с характером движения конденсированной фазы в струе.

1. Частицы не вносят качественных изменений в структуру сверхзвуковой струи, и их траектории за срезом сопла близки к прямолинейным с различными углами наклона линий к оси струи в зависимости от размера [2, 12]. Последнее связано с резким падением силы межфазового взаимодействия при интенсивном расширении смеси в сопле и за его срезом вследствие увеличения разреженности в относительном движении газа и частиц [13].

2. По аналогии с однофазными струями [11] течение в свободно расширяющейся струе и вблизи оси недорасширенной струи (рис. 1, I, III) может рассматриваться в одномерном приближении как течение в сверхзвуковом двухфазном источнике.

В одномерной постановке приближенный расчет сверхзвукового течения монодисперсной смеси методом малых возмущений в сопле производился в [14]. Численное решение той же задачи на модели сверхзвукового источника применительно к расчету двухфазной струи в вакууме получено авторами [13]. В продолжение работы [13] ниже приводится метод расчета полидисперсного течения в струе, включающий, как частный, случай монодисперсной смеси.

При указанных допущениях, исходя из приведенной системы уравнений (2)–(8), по аналогии с [13] уравнения движения для двухфазного полидисперсного сверхзвукового источника могут быть записаны в виде:

$$\frac{d\rho}{dx} \frac{1}{\kappa p - u^2} \left[\frac{2\rho u^2}{x + \sqrt{\Phi_1}} - \frac{1}{\sqrt{\Phi_1}} \sum_{i=1}^n \rho_{Si} \left(f_i + \frac{Q_i}{u} \right) \right], \quad (12)$$

$$\frac{du}{dx} = - \frac{1}{\rho u \sqrt{\Phi_1}} \sum_{i=1}^n \rho_{Si} \left(f_i + \frac{Q_i}{u} \right) - \kappa \frac{p}{\rho^2 u} \cdot \frac{d\rho}{dx}, \quad (13)$$

$$\frac{dp}{dx} = \kappa \frac{p}{\rho} \frac{d\rho}{dx} + \frac{1}{\sqrt{\Phi_1}} \sum_{i=1}^n \rho_{Si} \frac{Q_i}{u}, \quad (14)$$

$$\frac{du_{Si}}{dx} = \frac{1}{\sqrt{\Phi_{2i}}} \cdot \frac{f_i + \sum_{k=1}^{n-1} F_{ik}}{u_{Si}}, \quad (i = 1, 2, 3, \dots, n), \quad (15)$$

$$\frac{dE_{Si}}{dx} = \frac{\bar{R}_0}{\sqrt{\Phi_{2i}}} \cdot \frac{q_{\Phi i}}{u_{Si}}, \quad i = (1, 2, 3, \dots, n), \quad (16)$$

$$\frac{d\rho_{Si}}{dx} = - \frac{\rho_{Si}}{u_{Si}} \frac{du_{Si}}{dx} - \frac{2\rho_{Si}}{x + \sqrt{\Phi_{2i}}}, \quad i = 1, 2, 3, \dots, n), \quad (17)$$

где $Q_i = (\kappa - 1)[f_i(u - u_{Si}) - q_{\Phi i}]$; $\sqrt{\Phi_1}$ — в области I (см. рис. 1) есть котангенс угла наклона образующей конуса сверхзвукового сопла; в области II он определяется согласно [11]; $\sqrt{\Phi_{2i}} = \text{ctg } \theta_{Si}$, где θ_{Si} — угол наклона предельных линий тока частиц i -й фракции в сопле и на выходе из сопла, определяемых по данным Дж. Клигеля [2]; $q_{\Phi i}$ — поток тепла с учетом кристаллизации частиц.

При записи уравнений (12) — (17) использованы безразмерные переменные:

$$u = \frac{\bar{u}}{\sqrt{R_0 T_0}}; \quad \rho = \frac{\bar{\rho}}{\rho_0}; \quad T = \frac{\bar{T}}{T_0}; \quad p = \frac{\bar{p}}{\rho_0}; \quad x = \frac{\bar{x}}{r_a};$$

$$F = \frac{\bar{F}}{r_a} \sqrt{R_0 T_0}; \quad f = \frac{\bar{f}}{r_a} \sqrt{R_0 T_0}; \quad q = \frac{\bar{q} R_0}{r_a} \sqrt{R_0 T_0}.$$

Учет кристаллизации частиц в предположении их изотермичности проводился так же, как в [13].

Начальные условия для системы дифференциальных уравнений (12) — (17) становятся в критическом сечении сопла, т. е. при $x = r_{kp} \text{ctg } \theta_a$ и определяются по методу сопла с постоянным запаздыванием [2]. Здесь r_{kp} и θ_a — соответственно радиус критического сечения и угол выхода сопла.

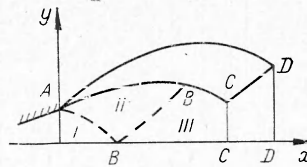


Рис. 1. Схема течения в сверхзвуковой недорасширенной струе.

AD — граница струи, AC — «взрывающий» скачок уплотнения, CD — отраженный скачок уплотнения, CC — маховский диск, AB — крайняя характеристика 2-го семейства; BB — отраженная характеристика 1-го семейства.

Решение сформулированной задачи производилось на ЭВМ М-222. Программа на языке «Алгол-60» позволяет задавать от одной (в случае монодисперсной смеси) до десяти фракций частиц с произвольным массовым распределением по размерам. При проведении расчетов было принято распределение частиц по Б. Брауну [15]. Результаты проведенных расчетов по предлагаемой модели могут быть использованы

$d_{Si} \cdot 10^6, \text{ м}$	α_i	$\text{ctg } \theta_{Si}$
0,10	0,045	1,857
0,25	0,045	2,680
0,35	0,030	3,318
0,50	0,075	3,915
0,65	0,030	4,441
0,75	0,045	4,877
0,85	0,015	5,340
0,95	0,015	6,713

для оценки характеристик полидисперсного двухфазного сверхзвукового течения в струе, истекающей в вакуум, а также в недорасширенной струе в области между «висячими» скачками, параметры которой не зависят от взаимодействия струи с внешней средой [16].

Исследование проводится на модели двухфазного течения ($\alpha=0,3$) с восемью фракциями частиц с распределением по размерам, согласно таблице, взятым из [15]. Там же указывается котангенс угла наклона траектории частиц i -й фракции к оси течения [2].

Рассматривается истечение из сопла с уширением $d_a/d_{кр}=1,38$, что соответствует числу Маха для чистого газа на срезе сопла $M_a=2,0$, $\kappa=1,17$. В присутствии частиц в потоке число Маха газовой фазы на срезе сопла уменьшается и составляет 1,82.

Кривые на рис. 2, а, б показывают изменение массовой плотности, температуры и скорости частиц i -й фракции вдоль оси полидисперсного двухфазного течения, начиная от среза сопла. Из рисунка видно, что двухфазная полидисперсная струя представляет собой многократный и многотемпературный поток, и степень динамической и тепловой неравновесности в струе неодинакова для частиц различных размеров. По мере расширения двухфазного потока сила взаимодействия фаз уменьшается, и параметры частиц конденсированной фазы вниз по потоку имеют тенденцию к стабилизации. На рис. 3 в соответствии с классификацией Х. Ш. Тзяна [17] по результатам расчета построены графики изменения режима обтекания в относительном движении газа и частиц различных размеров. Подтверждается предположение, содержащееся в [18] о том, что переходный и свободномолекулярный режимы обтекания наступают для частиц конденсата уже в сопле, причем выше по потоку (раньше) для частиц меньшего размера (цифра на кривой означает безразмерное расстояние от критического сечения сопла по оси течения; $x=1,82$ — срез сопла, $x=4,0$ — точка В).

Из рис. 3 также видно, что стабилизация параметров частиц на некотором удалении от среза сопла объясняется наступлением разреженности в относительном движении газа и частиц. Влияние частиц на газ необходимо учитывать при расчете течения в сопле и вблизи сопла в струе, причем связь с газом дальше вниз по потоку сохраняют частицы большего размера. Сравнение изменения энтропийной функции пока-

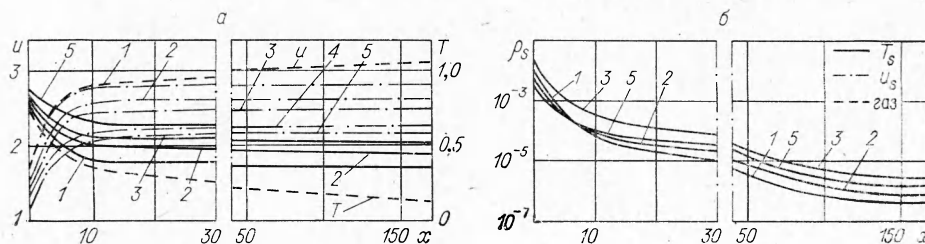


Рис. 2. Изменение параметров частиц (плотности ρ_s , температуры T_s , скорости u_s) и газа (температуры T , скорости u) вдоль оси двухфазной струи.
1 — $d_s=1,0$; 2 — $d_s=3,5$; 3 — $d_s=5,0$; 4 — $d_s=7,5$; 5 — $d_s=9,5$ мк.

зало, что газ, несущий частицы более крупной фракции, является высокэнтропийным и низкоскоростным (рис. 4) по сравнению с газом, несущим частицы мелкой фракции.

В рамках рассматриваемой модели удается исследовать возможность замены полидисперсной двухфазной смеси при течении в сверхзвуковой струе (по аналогии с задачами о расчете потерь удельного импульса двигательных установок с двухфазным рабочим телом) монодисперсной смесью эквивалентного среднего размера, наилучшим образом отражающего воздействие полидисперсного конденсата на несущий газ. На рис. 4, а, б представлены, для сравнения, параметры газа M , T и u в случае течения полидисперсной (Σ) и монодисперсной (с различным средним размером частиц) смеси вдоль оси двухфазной струи. Как видно предпологаемая замена вполне возможна. Для струй,

истекающих из сопел среднего уширения ($M_a=2,0$) эквивалентный размер монодисперсной смеси для типичного состава топлива составляет 3,5 мк. Для сопел большей степени уширения ($M_a=4,0$, $d_a/d_{кр}=5,3$ при $\kappa=1,17$) при расчете газодинамических параметров дальнего поля течения двухфазной струи замена любым размером частиц от 1 до 10 мк дает практически совпадающие результаты (рис. 5, а). Однако в сопле с большой степенью уширения и в примыкающих к нему областях струи, как показывает анализ результатов счета, аппроксимирующей

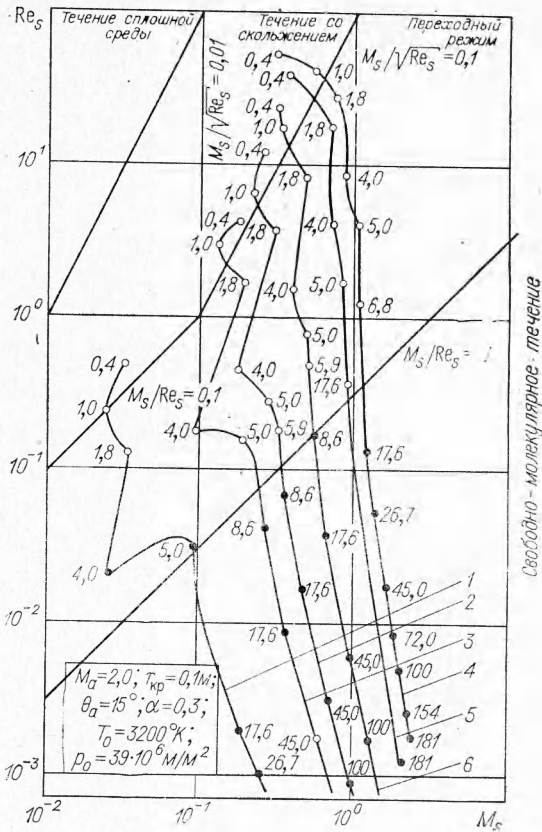


Рис. 3. Режим относительного движения газа и частиц.

1 — $d_s = 1,0$; 2 — $d_s = 3,5$; 3 — $d_s = 2,5$; 4 — $d_s = 9,5$; 5 — $d_s = 7,5$; 6 — $d_s = 5,0$ мк.

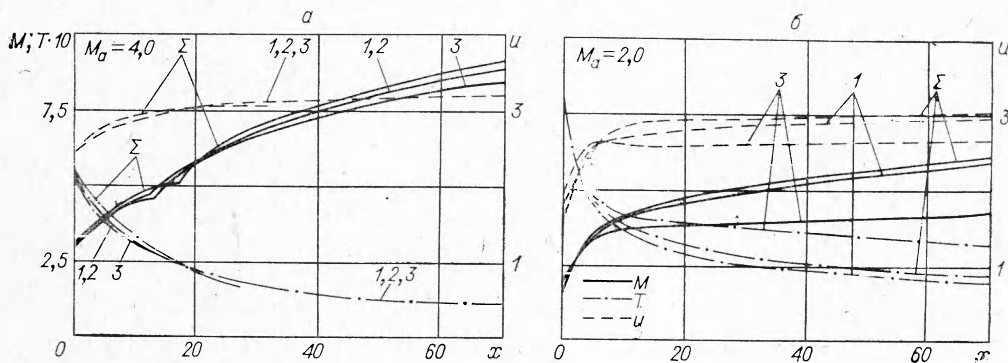


Рис. 4. Изменение параметров газа в полидисперсной (Σ) и в монодисперсной смеси вдоль оси струи.

1 — $d_s = 3,5$; 2 — $d_s = 5$; 3 — $d_s = 10$ мк.

фракцией являются частицы более крупного размера. С увеличением степени уширения сопла растет и размер аппроксимирующей монодисперсной фракции.

Сравнение изменения силы межфазового \vec{f}_i и межфракционного $\vec{F}_{ik\Sigma}$ взаимодействия вдоль оси струи показало, что последняя мала ($F_{ik\Sigma} = 0,001 f_i$) и ею можно пренебречь по сравнению с силой сопротивления \vec{f}_i ($F_{ik\Sigma} = \sum_{k=1}^{n-1} F_{ik}$).

Рассматриваемая модель полидисперсной двухфазной смеси оказывается полезной при решении задачи об определении электрофизических параметров двухфазной струи. Так, при расчете относительной концентрации электронов $N_e/N_{\text{кю}}$ ($N_{\text{кю}}$ — концентрация атомов калия в исходных продуктах) вдоль оси струи последняя при учете полидисперсности значительно возрастает по сравнению с монодисперсным случаем при одинаковых α .

Расчет параметров течения двухфазной смеси в сверхзвуковой струе в спутном потоке

Если степень расширения сопла достаточно велика ($M_a \sim 3 \div 4$), то в разреженной струе (число Кнудсена $K_n \sim 1$) обратное влияние конденсата на параметры несущего газа оказывается незначительным и область влияния ограничивается ($5 \div 20$) r_a от среза сопла [19].

Это позволяет при известных параметрах смеси на срезе сопла разделить газодинамическую задачу на две:

1) определение параметров газовой фазы без учета влияния конденсата (предыстория совместного движения по соплу учитывается при выборе числа Маха газовой фазы на срезе сопла);

2) расчет параметров конденсата в известном поле течения газа.

Первая задача считается решенной в рамках приближения идеального газа [20]. Для решения второй можно воспользоваться простой системой уравнений

$$m_{Si} \frac{d\vec{v}_{Si}}{dt} = \vec{f}_i; \quad m_{Si} c_{Si} \frac{dT_{Si}}{dt} = q_i. \quad (18)$$

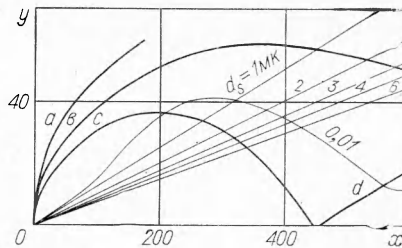
Особенностью системы является то, что переменная интегрирования входит в правые части уравнения неявным образом через параметры поля течения (\vec{v}, ρ, T).

Система (18), дополненная кинематическими уравнениями $dx/dt = U_s$; $dy/dt = v_s$, позволяет определить скорость, температуру и траекторию отдельной частицы. При заданных на срезе сопла и в поле течения струи параметрах газа и частиц находятся профили плотностей и температур в поперечных сечениях двухфазной струи независимо от структуры ударных волн.

Время, необходимое на расчет по этой схеме, зависит от способа введения в программу исходного поля течения газа, задаваемого таблично или аналитически. Последний способ, давая значительное (в 3—4 раза) сокращение машинного времени, требует довольно трудоемкой обработки исходных данных. Однако в том случае, когда в постоянном поле течения необходимо провести численное исследование влияния факторов, связанных, например, со способом задания коэффициентов уравнений или с изменением параметров конденсата на срезе, аналитическое задание параметров поля течения оказывается оправданным. При этом на расчет для пяти размеров частиц в 10 точках схода до $x = 300 r_a$ требуется около 30 минут (БЭСМ-4).

Рис. 5. Траектории частиц различных размеров в поле течения разреженной струи.

a — сжатый слой; b — граница струи; c — «висячий» скачок; d — отраженный скачок.



На рис. 5 приведен пример расчета траекторий частиц в струе идеального газа с $\kappa=1,2$ и $M_a=4,0$ при $M_\infty=10$, $\bar{n}=10^5$, $\theta_\alpha=10^\circ$, $\kappa_\infty=1,4$, $\alpha_a=0,3$. Видно, что траектории крупных частиц прямолинейны, а мелких — «следят» за газом и искривляются в сжатом слое.

Сеточно-характеристический метод расчета плоских и осесимметричных сверхзвуковых двухфазных струй при истечении в вакуум

Известный сеточно-характеристический метод, применяемый для расчета двумерных двухфазных течений в сопле [21, 22], разработан применительно к течению в двухфазной струе в вакууме. В отличие от метода, описанного выше, расчет проводится с учетом обратного воздействия частиц конденсированной фазы на несущий газ.

В сеточно-характеристическом методе (СХМ) в отличие от обычного метода характеристик (МХ) координаты искомым точек задаются на плоскостях (слоях), нормальных к оси потока, в значительной степени независимо от конфигурации характеристической сетки рассчитываемого течения, а параметры газа и частиц в этих точках находятся из уравнений характеристик, проведенных в обратном направлении до пересечения с предыдущим слоем. По сравнению с МХ СХМ отличается большей логической простотой, требует меньших затрат машинного времени без снижения точности. Характеристические соотношения для уравнений (2) — (7) (в случае $n=1$ — монодисперсная смесь), составляющие основу СХМ, даны в работе [3] и здесь не приводятся.

На основе разностных схем, полученных в [22], более общих по сравнению с [21], и с использованием общих для течения в сопле и в сверхзвуковой струе элементарных задач, разработанных в [22], на которые распадается полное решение, построен СХМ для расчета сверхзвукового плоского и осесимметричного монодисперсного двухфазного течения в свободно расширяющейся струе. В дополнение к элементарным задачам, описанным в [22], и наряду с общей схемой расчета струи разработаны задачи: угловая точка; точка на крайней нижней характеристике второго семейства, сходящей с кромки сопла; точка на характеристике в центрированной волне разрежения (в течении типа Прандтля — Майера у кромки сопла); точка на границе зоны расчета.

Блок-схема расчета двухфазной струи в вакууме представлена на рис. 6, а. Зона расчета ограничивается характеристикой AW (см. рис. 6, б), на которой значение тангенса угла наклона вектора скорости газа не превышает 2, и прямой $y_w = \text{const}$. (AB — крайняя нижняя характеристика второго семейства, dd — граница раздела, выше которой расположена область чистого газа без частиц, ниже — ядро потока, содержащее частицы). На блок-схеме для элементарных задач введены обозначения: 1.1 — выбор шага по x ; 1.2 — выбор шага по y (Δy_1 — в области, занятой частицами; Δy_2 — области, свободной от частиц); 1.3 и 1.4 — выбор шага по x в случае $N_2=2$ и $N_2=1$ соответственно; 1.5 — выбор шага по y в случае $N=N_1$ (N, N_1, N_2 — число узловых точек соответственно на слое в области, занятой частицами, и в области, свободной от частиц); 2 — точка на линии раздела (y_d); 3 — точка в области, свободной от частиц ($y_d < y < y_w$); 4 — точка в области, занятой частицами

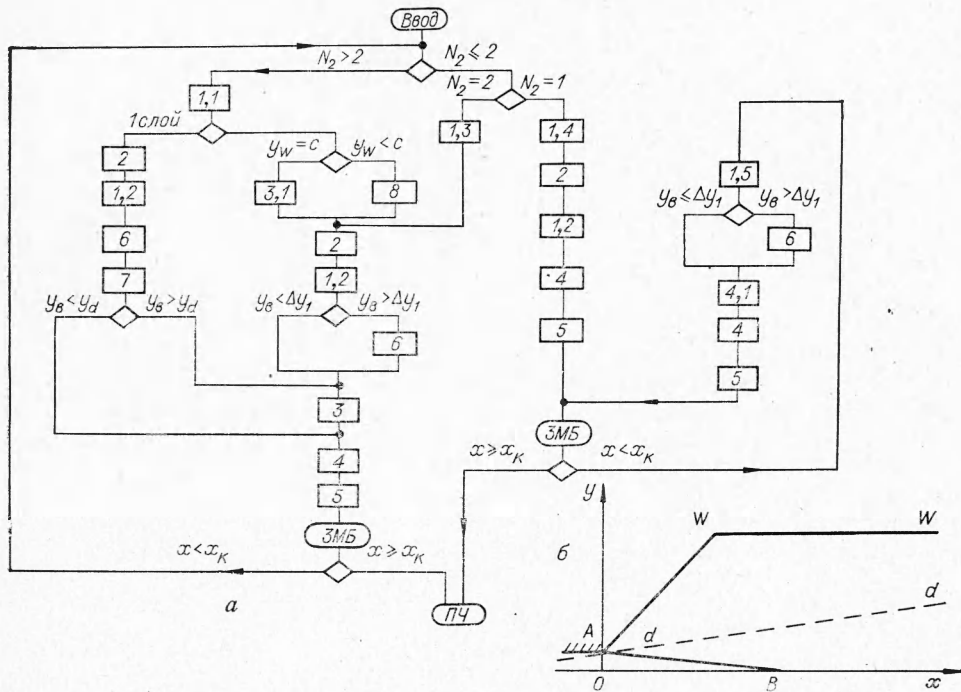


Рис. 6. Блок-схема расчета СХМ двухфазного течения в свободно расширяющейся струе.
ЗМБ — запись на магнитный барабан; ПЧ — печать; x_k — значение координаты x в конце счета).

($0 < y < y_d$); 5 — точка на оси симметрии ($y = 0$); 6 — точка на крайней нижней характеристике второго семейства (y_B); 7 — точка на характеристике в центрированной волне разрежения ($y_B < y < y_w$); 8 — точка на граничной характеристике зоны расчета ($y_w < \text{const}$); 3, 1 и 4, 1 — точки на границе ($y_w = \text{const}$).

Программа расчета на ЭВМ течения в струе составлена так, что в качестве подпрограммы включает в себя программу расчета течения в сопле¹ и поэтому позволяет рассчитать истечения двухфазных продуктов сгорания из конкретной двигательной установки. Пусть известны параметры газа и частиц в N точках среза сопла (или критики сопла, если используется подпрограмма), выбор шага по x и по y проводится так же, как описано в § 2 работы [21] для всех слоев. Расчет течения ведется слой за слоем, причем вычисление параметров удобно вести сверху вниз, от границы зоны расчета к оси. Исключение составляет задача 7, в которой расчет ведется вверх от точки B (рис. 6, б). Проверка точности вычислений проводится по выполнению интегральных законов сохранения, как в работе [3].

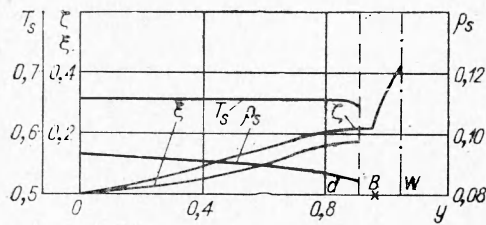


Рис. 7. Изменение параметров двухфазного течения по сечению струи.

В качестве примера приведем распределение параметров газа и частиц по сечению струи, отстоящему на расстоянии $0,3r_a$ от среза сопла (рис. 7). Расчет проводился для $\alpha = 0,3$, что соответствует $\rho_{s0} = 0,43$ [3], угол выхода сопла $\theta_a = 15^\circ$, $\kappa = 1,17$,

¹ Программа расчета течения в сопле любезно предоставлена А. Н. Крайко, Л. П. Верещакой.

$d_a/d_\Phi=3,1$, $N=30$, $d_s=1\cdot 10^{-5}$ м. Из рис. 7 видно, что параметры двухфазной смеси весьма неравномерно распределены по сечению и эффекты двухмерности существенны. Радиальная составляющая скорости частиц достаточно велика даже для довольно крупных частиц ($d_s=1\cdot 10^{-5}$ м), величина $\xi=v_s/u_s$ растет по сечению от оси к предельной линии и достигает значения $\sim 0,2$. Угол разворота частиц меньше угла разворота газа ($\xi < \xi = v/u$).

Поступила в редакцию
10/VII 1973

ЛИТЕРАТУРА

1. Х. А. Рахматулин. ПММ, 1956, 20, 2.
2. Дж. Клигель. ВРТ, 1965, 10.
3. Л. П. Верещака, А. Н. Крайко, Л. Е. Стернин. Сообщения по прикладной математике. ВЦ МГУ, 1969.
4. Р. И. Нигматулин. Изв. АН СССР, МЖГ, 1967, 5.
5. Ф. Марбл. Сб. перев. «Механика», 1971, 6, 130.
6. F. Marble. J. Phys. Fluids, 1964, 7, 8, 1270.
7. Р. И. Нигматулин. Изв. АН СССР, МЖГ, 1968, 3.
8. Д. Карлсон, Р. Хоглунд. РТК, 1964, 11.
9. В. А. Олевский. Сб. НИР НИПИ «Механобр», 1953, 88.
10. Р. Дрейк, Дж. Беккер. ВРТ, 1953, 2 (14).
11. Г. И. Аверенкова, Э. А. Ашратов. Сб. «Вычислит. математика и программирование», вып. VII. М. Изд. МГУ, 1967.
12. Б. Льюис, Доумен. РТК, 1965, 1.
13. Л. И. Шуб, Т. Н. Рябинина. Сб. «Тепло- и массоперенос», т. 1, ч. 2. Минск, 1972.
14. У. Рэнни. Сб. «Детонация и двухфазное течение». М., «Мир», 1966.
15. Б. Браун. Сб. «Детонация и двухфазное течение». М., «Мир», 1966.
16. И. П. Гинзбург. Аэрогазодинамика. М., «Высшая школа», 1966.
17. Х. Ш. Тзын. Сб. «Газовая динамика». М., ИЛ, 1950.
18. Р. Хоглунд. РТК, 1962, 5.
19. В. Н. Камзолов, Б. Н. Маслов, У. Г. Пирумов. Изв. АН СССР, МЖГ, 1971, 5.
20. Г. И. Аверенкова и др. Сверхзвуковые струи идеального газа, Тр. ВЦ МГУ, ч. 1. М., 1970.
21. Г. В. Дритов, А. П. Тишин. Изв. АН СССР, МЖГ, 1965, 5.
22. Л. П. Верещака, А. Н. Крайко, Л. Е. Стернин. Сб. «Лопаточные машины и струйные аппараты», вып. 6. М., «Машиностроение», 1972.

УДК 662.581

РАСЧЕТ ВОСПЛАМЕНЕНИЯ И ГОРЕНИЯ СТРУИ ВОДОРОДА В ВОЗДУХЕ С КОНЕЧНЫМИ СКОРОСТЯМИ ХИМИЧЕСКИХ РЕАКЦИЙ

В. К. Баев, В. И. Головичев, В. И. Димитров, В. А. Ясаков

(Новосибирск)

Исследование процесса свободного турбулентного смешения высокоскоростных аксиальных газовых потоков и химических реакций в зоне смешения представляет значительный практический интерес. Одной из основных задач при этом является обеспечение устойчивого горения топливно-воздушной смеси. Работы [1—4], среди многих, посвящены этой проблеме. В работах [1, 2] изучалось смешение горячей турбулентной струи «пилотного» пламени с газами топливно-воздушной сме-